

摘要

基于自适应高斯过程回归的汽车碰撞可靠性分析与优化设计

因制造工艺、人为认知和外部环境等影响，汽车碰撞中存在着如材料属性、结构几何尺寸和外部载荷等各种不确定性因素。在各种不确定因素的耦合作用下，基于传统的确定性汽车碰撞安全优化设计可能会产生较大分析偏差，这种优化方法已难以很好地满足汽车碰撞安全的设计需求。此外，由于汽车碰撞仿真分析需要耗费大量的计算时间，在考虑了不确定因素的汽车碰撞可靠性分析中又需要多次重复地对汽车碰撞模型进行计算，进一步增加了计算量，导致汽车碰撞分析的效率变得十分低下。

为了提高汽车碰撞可靠性分析的效率，本文建立了一种自适应降维高斯过程回归模型，并基于该模型，发展了一种汽车碰撞可靠性优化设计方法，具体研究工作如下：

(1) 对某品牌汽车模型进行正面碰撞分析。建立了汽车碰撞有限元模型并设置相应的碰撞参数，对该碰撞有限元模型进行计算，得到了汽车碰撞后的能量变化、B 柱加速度、防火墙变形情况。

(2) 提出了一种自适应降维高斯过程回归模型。首先对高斯过程回归模型进行二阶降维处理，简化原有的复杂高维汽车模型，然后基于自适应方法将相关性较低的双变量项舍去，在保证精度的前提下减少所需的计算样本点，提高了代理模型建立的效率。利用自适应降维高斯过程回归模型近似拟合汽车碰撞后防火墙的侵入量，为汽车碰撞可靠性分析研究节省了大量的计算成本。

(3) 基于主动学习，提出了一种汽车碰撞可靠性分析方法。可靠性计算的精度主要取决于代理模型对极限状态函数的拟合精度。所以可以利用主动学习使得汽车碰撞代理模型建立过程中的样本点取点位置更为靠近可靠性分析中的极限状态函数。这是为了可以使用较少的计算样本点，提高模型在极限状态函数附近的精度。最后利用 Monte Carlo 法结合自适应降维高斯过程回归模型进行汽车碰撞可靠性计算。

(4) 基于鲸鱼优化算法，对汽车进行了碰撞可靠性优化设计。在此优化设计过程中，选取 6 个汽车部件的板厚作为优化设计变量，并考虑尺寸误差、材料属性等不确定性因素的影响，以汽车碰撞的可靠性作为约束，同时以汽车质量最小为优

化目标建立了汽车碰撞可靠性优化设计模型。最后基于该模型进行汽车碰撞可靠性优化设计。

关键词：

汽车碰撞；可靠性优化；高斯过程回归；自适应；主动学习；鲸鱼优化算法

Abstract

Reliability-based design optimization for vehicle collision based on adaptive Gaussian Process Regression

Vehicle collision is subject to numerous uncertainties arising from manufacturing processes, human cognition, and external factors. These uncertainties include material properties, structural geometry, dimensions, and loads. When these uncertain factors are combined, traditional deterministic optimization methods for vehicle collision safety design may introduce significant analytical biases and fail to meet safety requirements. Furthermore, analyzing of car collisions is computationally intensive. It requires repeated calculations of the vehicle model to ensure reliability, which further exacerbates the computational workload and lowers the efficiency of the analysis.

To improve the efficiency of vehicle collision reliability analysis, this paper proposes an adaptive dimension-reduction Gaussian process regression model. Based on this model, an optimization design method for a vehicle is developed. The specific research work is as follows:

(1) Perform a frontal collision analysis on the vehicle model. A finite element model for vehicle collision is established, and corresponding collision parameters are set. The collision finite element model was calculated, and the energy change, B-pillar acceleration, and firewall deformation after the vehicle collision were obtained.

(2) An adaptive dimension-reduction Gaussian process regression model is proposed. First, the Gaussian regression model is reduced to second order to simplify the original complex high-dimensional vehicle model. Then, based on an adaptive method, the low-correlation bivariable terms are eliminated. This method reduces the required calculation sample points while maintaining accuracy, improving the efficiency of model building. The adaptive dimension-reduction Gaussian process regression model is used to fit the deformation of the firewall, saving computation costs for research on collision reliability analysis.

(3) Based on active learning, a method for reliability analyzing of vehicle collisions is

proposed. The accuracy of reliability calculation mainly depends on the fitting accuracy of limit state function by metamodel. Active learning is used to ensure that the sampling positions for the vehicle collision model are closer to the limit state function in reliability analysis. This is to improve the accuracy of the model near the limit state function. Finally, Monte Carlo method and the adaptive dimension-reduction Gaussian process regression model are used to calculate the reliability of vehicle collisions.

(4) Based on the whale optimization algorithm, a vehicle collision reliability optimization design is carried out. In this optimization design process, the thickness of 6 vehicle parts is selected as design variables. The influence of uncertainty factors was considered, and a collision reliability optimization design model for vehicle was established with collision reliability as a constraint and minimizing vehicle weight as the optimization objective.

Keywords:

Vehicle collision; Reliability-based optimization; Gaussian process regression; Adaptation; Active learning; Whale optimization algorithm

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 可靠性研究现状	2
1.2.2 代理模型研究现状	3
1.2.3 汽车碰撞可靠性优化设计研究现状	4
1.3 本文主要研究内容	5
第 2 章 汽车模型正面碰撞分析	7
2.1 引言	7
2.2 碰撞有限元仿真理论	7
2.2.1 基本力学模型与方程	7
2.2.2 时间步长控制	8
2.2.3 沙漏控制	8
2.3 汽车有限元模型的建立	8
2.3.1 汽车几何模型与基本参数	8
2.3.2 汽车有限元模型的建立	9
2.4 汽车模型正面碰撞仿真	10
2.4.1 能量分析	12
2.4.2 B 柱加速度分析	13
2.4.3 防火墙变形分析	15
2.5 本章小结	15
第 3 章 自适应降维高斯过程回归模型	17
3.1 引言	17
3.2 高斯过程回归模型	17
3.3 拉丁超立方抽样	19
3.4 降维算法	19

3.5 自适应降维高斯过程回归模型	21
3.5.1 ADG 代理模型计算步骤	21
3.5.2 演示算例	23
3.6 数值算例	26
3.6.1 误差验算	27
3.6.2 算例 1	27
3.6.3 其他数值算例	29
3.7 汽车碰撞模型拟合	31
3.8 本章小结	36
第 4 章 基于主动学习的汽车碰撞可靠性分析	37
4.1 引言	37
4.2 结构可靠性分析	37
4.3 常见可靠性分析方法	38
4.3.1 一次二阶矩法	38
4.3.2 四阶矩法	39
4.3.3 Monte Carlo 法	40
4.4 主动学习	40
4.5 基于主动学习的可靠性分析方法	42
4.6 数值验证	43
4.7 汽车碰撞可靠性分析	44
4.8 本章小结	46
第 5 章 基于鲸鱼优化算法的汽车碰撞可靠性优化	47
5.1 引言	47
5.2 汽车碰撞可靠性优化设计	47
5.3 鲸鱼优化算法	48
5.4 优化结果	50
5.4.1 与遗传算法的对比	50
5.4.2 与确定性优化的对比	51

5.5 本章小结	52
第 6 章 总结与展望	53
6.1 总结	53
6.2 展望	54
参考文献	55
作者简介及硕士研究生期间所取得的科研成果	63
致谢	65

第1章 绪论

1.1 研究背景及意义

在日常的生产生活中，汽车原本只是一种用于交通运输的工具，但是随着科技水平和制造工艺的发展，汽车的用途和产量也越来越多。近年来，汽车的销量与保有量不断增加，这也意味着汽车逐渐进入了大多数家庭之中。同时，随着汽车的普及，一些安全相关的问题也暴露了出来。据统计数据表明^[1]，每年交通事故导致全球约 130 万人死亡，经济损失高达 5180 亿美元。在一些汽车研发和制造业发达的地方，如欧美和日本等，由于其较早推行了严格的汽车安全法规，交通事故发生的概率有所控制。据统计，2000-2020 年期间在欧美日地区由交通事故造成死亡的人数减少了约 30%^[1]。相比之下，我国汽车工业虽然发展迅速，但这也增加了交通事故发生的概率。相关的交通安全问题并没有得到解决，汽车在安全方面仍然存在不足。因此，汽车安全受到了国家政府和相关部门的高度关注。近年来，随着对汽车安全性能的要求日益提高，汽车安全相关的研究成为汽车行业未来发展的重点。为了提高汽车在驾驶时的安全性能，减少交通事故带来的负面影响，汽车安全优化设计成为一种有效的方法。汽车碰撞直接威胁到了乘员的生命安全，所以针对汽车碰撞的优化是汽车安全所要考虑的重点。但是在汽车安全优化设计相关研究的初始阶段，通常基于静强度理论对汽车结构进行分析，显然这难以满足汽车安全方面的需求。除此之外，在汽车行驶与碰撞的过程中存在的外部载荷和内部结构尺寸等相关参数并不是确定不变的，通常会因为加工工艺和测量产生的误差、材料本身存在的缺陷、驾驶环境变化等原因而产生变化。这些不确定因素的影响会导致汽车实际性能与按照确定参数设计的性能存在较大的偏差。因此，随着我国汽车工业的发展，传统的确定性优化设计已经难以满足人们对于汽车安全性能上的需求。所以，考虑不确定因素的汽车碰撞可靠性优化设计是当前汽车工业发展所迫切需要的。汽车碰撞安全中的不确定因素主要体现为如下几个方面^[2]：

(1) 材料参数

由于材料处理工艺水平、材料本身属性离散和材料缺陷等情况，都会对车

身产生不确定性影响。而且即使是同一种材料，用在不同部件上，其密度和弹性模量也可能存在一定的差异。

(2) 结构尺寸

由于目前汽车部件加工生产的工艺、安装测量水平等方面的不足，导致实际结构尺寸和设计尺寸会存在一定的偏差。例如，汽车梁和柱的长、宽、高、板厚等都可能存在差异。此外，在装配过程中，由于设计公差等因素，也可能产生装配误差。

(3) 外部载荷

汽车在行驶过程中，所承受的载荷大小和方向通常不是固定的，这是因为汽车在行驶时不仅会受到路面、风雪等环境因素的影响，也会受到乘员数量、体重、位置分布等人为因素影响。

(4) 边界条件

由于汽车在行驶碰撞的过程中受到的外部载荷是难以确定且复杂多样的，传统的确定性优化设计方法所涉及到的边界条件往往与实际情况相差较大。为了确保碰撞的安全性，除了考虑不确定因素外，还需要引入安全因子对边界条件进行限制，来进一步提高设计的安全可靠性。这样可以有效保障碰撞安全性能，同时也能够带来经济效益，具有非常重要的意义。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 可靠性研究现状

在工程应用中，通常存在一些不确定因素导致产品性能存在较大的偏差^[3-6]。如果不考虑不确定因素的影响将导致工程结构缺乏可靠性。针对实际工程中存在随机变量的情况，一些学者提出了可靠性分析方法^[7-9]。这种可靠性分析方法综合考虑了设计变量及噪声因素两者误差的影响，使得工程问题更贴合实际的同时也更具可行性。常见的可靠性分析方法有一次二阶矩法^[10]、二次二阶矩法^[11]以及最大熵法^[12]等。这些方法应用在了各个工程领域。**Mendoza**^[13]在近海防护系统的设计上考虑了海浪等不确定因素，对防护系统进行了可靠性分析从而保证防护系统的安全有效。**Morse**^[14]提出了一种新颖的可靠性优化方法对飞机结构进行了优化。**Shi**^[15]提出了一种综合考虑层合板纤维形状、错位、排列、体

积分、基体孔隙和铺层顺序等因素的复合材料可靠性分析方法。可见可靠性分析在各个工程领域都有应用。

同样在汽车工程方面，可靠性分析相关的研究也有很多。在汽车行驶与碰撞的过程中存在的外部载荷和内部结构尺寸等参数并不是确定不变的，通常会因为加工工艺和测量产生的误差或驾驶环境变化等因素产生变化。所以可靠性分析也常用于汽车领域中。Li^[16]等提出了一种结合了降维算法和四阶矩法的车架可靠性分析方法，提高了车架可靠性分析的效率。Zhang^[17]等提出了一种基于响应面法和可靠性分析的客车结构设计方法。Mi^[18]等提出了一种充分考虑材料和载荷不确定性的车架可靠性分析方法。Xu^[19]等提出了一种考虑制造精度不确定性的设计方法并用于车架结构的设计。

1.2.2 代理模型研究现状

在可靠性分析的研究中，代理模型的应用十分广泛，这是因为在可靠性分析的研究中，一些复杂模型需要重复计算，计算量大，耗时长。为了缩短复杂模型的计算时间，研究者提出使用代理模型来简化复杂模型^[20-22]。代理模型极大地提高了复杂模型的计算效率，广泛应用于结构可靠性计算、优化设计等需要复杂模型重复计算的工作。现有的代理模型主要有径向基函数（RBF）^[23-25]、Kriging^[26-28]、响应面模型（RSM）^[29-31]、人工神经网络（ANN）^[32-35]以及高斯过程回归模型^[36, 37]等。

RBF 代理模型结构简单，在实际工程中应用广泛。在 Yin 等人^[38]提出的公路护栏系统设计方法中，采用了 RBF 代理模型对护栏碰撞后车体的响应进行近似拟合，然后采用遗传算法对护栏进行了设计优化。Wei^[39]等设计了一种基于主动学习的 RBF 代理模型，用于隐式和非线性函数的可靠性分析。Jing^[40]等人提出了一种自适应 RBF 代理模型来近似拟合结构的应力响应，并将其与遗传算法相结合来计算可靠性。与其他代理模型相比，RBF 计算简单但精度较低。

Kriging 是一种考虑了变量方差的代理模型。Koziel 和 Pietrenko^[41]建立了一种基于 Kriging 的天线结构设计方法，可以快速高效地优化天线的中心频率和介电常数。Zhao^[42]等人提出的基于 Kriging 和 RSM 的多弹头制导系统发射角预测方法考虑了大气环境等方面的影响，使得计算结果更加可靠。Okoro^[43]等制定了一种基于 Kriging 的海洋结构可靠性分析方法。Kriging 代理模型可以较好地

近似拟合非线性模型，但计算比较复杂，计算中需要解决超参数的优化问题，耗时较长。

RSM 也是研究人员关注的焦点。Hajikarimi^[44]等人提出了一种基于多元 RSM 代理模型的沥青胶粘剂分类模型参数确定方法。Hariri-Ardebili^[45]等设计了一个基于二次多项式回归的 RSM 模型，通过输入各种地震特征来预测堤防的稳定性。Rutherford^[46]等使用二次多项式回归代理模型来确定简单动力系统的刚度和阻尼系数。RSM 也有很大的缺点，例如在处理高度非线性问题时误差很大^[47]。

ANN 也是一种非常常见的代理模型。Ghadimi^[48]等提出的心脏离体泵结构优化方法中，采用 ANN 对心脏离体泵的水力效率和溶血指数进行预测，然后采用多目标遗传算法对整体结构进行优化。Luvizotto^[49]等基于神经网络对供水系统的压力进行了预测。Roy^[50]等提出了一种基于 ANN 的单缸发动机响应预测方法，并结合粒子群优化方法对单缸发动机进行优化。ANN 在处理复杂问题时具有很大的优势，但在处理样本点数量较少的问题时，其准确率非常低。

高斯过程回归模型是基于贝叶斯理论发展起来的，适合用于处理高维数、小样本和非线性等问题^[36]。Ouyang^[51]等提出了一种基于局部高斯过程回归的非参数建模方法，用于舰船机动运动的识别建模和预测。孙斌^[52]等提出了一种基于高斯过程回归的风速预测模型，准确预测风速从而有效减轻风电场对整个电网的不利影响，提高风电场在电力市场中的竞争能力。Baruno^[53]等提出了一种基于高斯过程回归模型的轮胎状态预测方法，通过轮胎嵌入式传感器获得有关轮胎与道路相互作用的可靠信息并进行预测，从而了解轮胎的动态行为。高斯过程回归模型具有泛化能力强、易于实现、可以预测均值和方差等优点^[54]。

1.2.3 汽车碰撞可靠性优化设计研究现状

汽车碰撞可靠性优化设计是以汽车的可靠性作为约束，以汽车性能或制造成本作为目标的优化设计方法。相比于确定性优化设计，汽车可靠性优化设计考虑了汽车工程中存在的各种不确定因素。有些不确定因素是难以控制的，而有些则可以通过人为干预来调节。这些不确定因素会影响优化设计结果，例如最优设计点可能位于约束可行域之外，成为不可行点。在实际汽车碰撞工程中，不确定因素的影响是很难完全消除的。因此，汽车碰撞可靠性优化设计具有重要的工程意义。

目前, 基于可靠性优化的设计方法已经有着较为深入的研究, 这些方法在汽车碰撞可靠性优化设计中具有重要的应用价值。Monte Carlo (MC) 法^[55]是一种高精度的可靠性分析方法, 其利用大量的采样点对极限状态函数进行重复分析和计算, 从而获得较为精确的结果。一些学者基于 MC 法对可靠性优化进行了一定的研究。李铁柱^[56]等基于 MC 对汽车乘员约束系统进行了可靠性优化改进, 提高了系统的可靠性。Sun^[57]等提出了一种基于 RSM 的车辆稳健性多目标优化设计方法, 考虑了汽车耐撞性的参数不确定性。Gu^[58]等人提出了一种创新的可靠性优化方法, 利用 RSM 来减轻汽车重量。Duan^[59]等提出了一种改进的可靠性优化方法, 通过建立 RSM 代理模型在不确定条件下优化概念汽车结构。Zhu^[60]等人提出了一种考虑板材厚度和屈服极限等不确定性的汽车保险杠轻量化设计方法。

1.3 本文主要研究内容

综上所述, 在目前的汽车碰撞优化设计工作中, 存在不确定性因素影响、汽车碰撞模型计算量大、所用代理模型计算效率低和碰撞可靠性优化设计相关研究不足等问题。因此, 本文将针对上述问题开展研究, 提出了一种自适应降维高斯过程回归模型, 并利用该模型拟合汽车碰撞侵入量。然后结合主动学习和自适应降维高斯过程回归模型, 提出了一种汽车碰撞可靠性分析方法。最后基于鲸鱼优化算法, 对汽车进行了碰撞可靠性优化设计, 具体如下:

第一章综述了代理模型与汽车碰撞可靠性优化的研究现状。由汽车碰撞模型复杂, 计算量大的问题提出用代理模型对汽车碰撞模型进行简化, 并对比了常用几种代理模型的应用与优缺点。列举了现有的汽车碰撞可靠性优化相关的研究, 强调了汽车可靠性优化在实际工程应用中的重要性。

第二章对某汽车进行了正面碰撞分析。以某品牌汽车为例, 根据已有的几何模型建立了该汽车的碰撞有限元模型并进行计算。分别对汽车碰撞变形情况、能量变化、B 柱位移以及防火墙侵入量进行分析。

第三章提出了一种自适应降维高斯过程回归模型。基于高斯过程回归模型进行二阶降维处理, 简化原有的复杂高维模型, 并用自适应方法将相关性较低的二阶项舍去, 在保证代理模型精度的前提下减少所需的计算样本点, 提高了模型建立的效率。并将该代理模型与常见的代理模型进行对比。

第四章基于主动学习，提出了一种汽车碰撞可靠性分析方法。利用主动学习，进一步对自适应降维高斯过程回归模型进行优化，使得取点位置更为靠近可靠性分析中的极限状态函数，使得代理模型更适用于可靠性计算。基于该代理模型，结合 MC 法计算汽车的碰撞可靠性。

第五章基于鲸鱼优化算法，对该汽车进行了碰撞可靠性优化设计。以计算所得的汽车碰撞可靠性为约束，选取 6 个汽车部件的板厚作为设计变量，以汽车质量最小为优化目标，对汽车进行可靠性优化设计。

第六章对全文的研究工作做出了总结和展望。

第2章 汽车模型正面碰撞分析

2.1 引言

汽车碰撞往往与交通事故有着密不可分的联系，这也就意味着汽车碰撞的结果是判断乘员安全与否的重要指标。汽车碰撞是一个涉及多个领域和学科得非常复杂的瞬态过程，其中包括有限元、计算机图形学和力学等。目前汽车碰撞的分析方法主要分为两种：仿真分析法和实车试验法。通常，考虑到实车试验的成本过高，目前汽车碰撞分析以仿真分析法为主。在仿真分析达到预期的结果后再进行实车试验对仿真结果进行验证。本章主要对汽车碰撞进行模拟仿真，为后续优化工作做准备。

2.2 碰撞有限元仿真理论

2.2.1 基本力学模型与方程

物体的运动可以通过某一质点在不同时刻的位置变化来表示。 t_0 时刻质点的坐标可以表示为 x_0 ，在经过某一时间 t_i 之后，这个点的坐标表示为 x_i ，那么在有限元模型中这个节点位置和时间关系为：

$$x_i = x_i(x_0, t_i) \cdots \cdots \cdots (2.1)$$

在 t_0 时刻的位置可以表示为：

$$x_i(x_0, t_0) = x_a \cdots \cdots \cdots (2.2)$$

$$\dot{x}_i(x_0, t_0) = v_i(x_0) \cdots \cdots \cdots (2.3)$$

其中， v_i 为该质点在 t_i 时刻的速度。

每一个节点和整体需满足：

$$\rho = J\rho_0 \cdots \cdots \cdots (2.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + \rho \cdot f_i = \rho \cdot \ddot{x}_i \cdots \cdots \cdots (2.5)$$

其中, ρ 为当前时刻的质量密度; ρ_0 为 t_0 时刻的质量密度; J 为固定密度变化系数; σ_{ij} 为应力; $\ddot{x}_i$ 为质点加速度; f_i 为单位质量的体积力。

此外, 物体发生变形需要满足:

$$\sigma_{ij}n_j = T_i(t) \cdots \cdots \cdots (2.6)$$

其中, n_j 为当前时刻的外法线余弦; T_i 为面力载荷。

有限元仿真分析需要较为详细的结构模型, 因此通常在车辆设计的后期使用, 帮助系统进行开发设计。

2.2.2 时间步长控制

时间步长是指有限元积分中每一步所采用的时间长度。在碰撞过程中常用的两种求解方法为 Newman 法和中心差分法。Newman 法的计算稳定, 但是会出现迭代无法收敛的情况。中心差分法的稳定性要弱于 Newman 法。当积分步长大于 $2(\sqrt{1+\xi^2}-\xi)/\omega_{\max}$ 时, 则会发生计算不稳定, 从而引起计算精度迅速下降。其中 ξ 为系统阻尼比; $\omega_{\max}$ 为系统最大固有频率。

2.2.3 沙漏控制

在碰撞过程中, 汽车的一些零部件会产生较大的形变, 从而引起求解不稳定。为了提高计算效率, 通常会采用单点高斯积分对壳体单元进行计算。然而对于某些积分类型的计算可能会出现沙漏现象^[61]。沙漏指的是一种锯齿状的网格。这种网格在数学上是稳定的, 但在实际应用中是无效的。沙漏现象会影响模型计算的结果。因此, 为了确保计算结果的准确性和稳定性, 减少沙漏现象是非常有必要的。

减少沙漏现象的方法有很多, 比如: 适当增加刚度、改变汽车模型的体积粘度、采用全积分公式、增加结构弹性刚度、改变某个部分的刚度等。

2.3 汽车有限元模型的建立

2.3.1 汽车几何模型与基本参数

本文使用的汽车模型由多个子系统构成, 包括白车身、底盘、动力总成等

(图 2.1)。白车身是汽车的主体框架；底盘是汽车行驶、转向和制动的重要结构；动力总成包括发动机、变速器、电动机和蓄电池等部件。

表 2.1 汽车结构的基本参数

尺寸参数				质量参数/kg
长/mm	宽/mm	高/mm	轴距/mm	
4600	1600	1360	2450	987.18

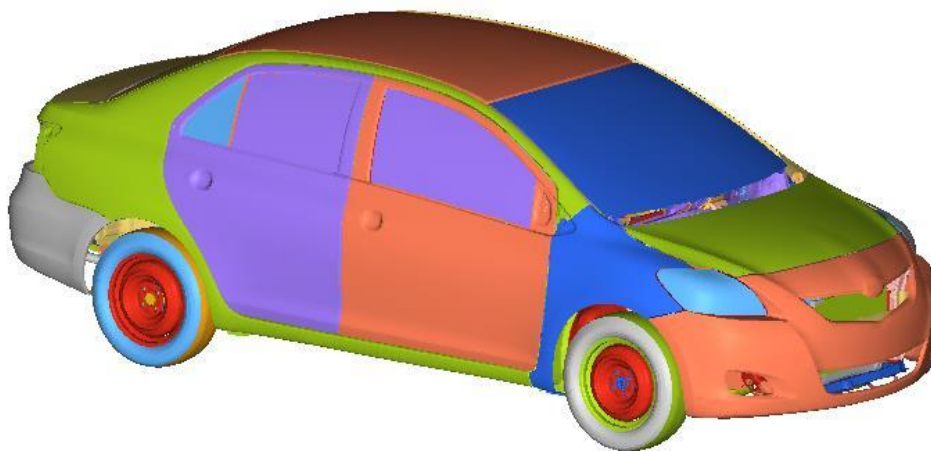


图 2.1 汽车几何模型

2.3.2 汽车有限元模型的建立

得到汽车的几何模型之后，需要先对汽车进行有限元前处理，使其可以导入相关的有限元计算软件进行分析处理。

汽车有限元模型建立的具体过程如下：

(1) 几何清理。通常导入的汽车模型会存在曲面重复、穿透等情况，所以需要导入的模型进行几何清理。几何清理包括对模型的简化、修复和拓扑改进等操作。简化主要是删除一些多余和重复的曲面，同时简化一些对仿真结果影响较小的几何特征。修复主要是填补或新建一些缺失的曲面。拓扑改进主要是对几何模型的形状进行改进，使其更容易划分网格，保证后续网格的质量。

(2) 网格划分。对于汽车的钣金结构，采用 shell181 单元进行划分，网格

尺寸控制在 10mm 左右；而影响汽车碰撞效能的关键部件则采用 5mm 的网格进行局部细化。对于汽车中的实体结构，采用 solid185 单元进行划分。在碰撞过程中，不容易发生形变的结构（如发动机、变速器等动力总成结构）通常会使用刚性单元进行建模。而对于结构较为复杂但重要性较低的非钣金结构，为了提高建模效率，可以简化其建模过程。

（3）质量检查。为减小计算误差，需要对网格进行质量检查。对于 2D 单元，要求 jacobian 数值大于 0.7；长宽比小于 5。对于 3D 单元，要求实体扭曲量小于 0.6；单元形状数值小于 5；单元塌陷度大于 0.5。对于一些质量不合格的网格可以通过调整网格节点的位置或是细化网格进行优化。

（4）材料属性赋予。对于汽车钣金部件采用 MAT24 号材料模拟；对于塑料、橡胶等其他零部件，选择适当的材料模拟，材料和属性特性设置方式相同。

（5）结构连接与系统装配。各个系统按照焊接和连接方式进行组装，从而组成汽车碰撞的整体模型。在这个过程中，连接和焊接单元通常不具备材料和属性。

（6）模型配重。为简化建模过程，对于某些复杂部件采用简化处理，导致质量与汽车实际质量有差异。因此，在进行区域简化时，需要设置 MASS 单元，并赋予其实际重量，以确保模型的质量与实际质量相一致。

（7）接触关系定义。汽车碰撞模型中涉及到许多接触关系。设置自接触的目的在于避免碰撞变形过程中原本未接触的零部件出现干涉穿透现象；面接触设置是定义汽车结构中已知的面面接触关系，如汽车与避障的接触，车轮与地面的接触等；焊点接触设置则是定义焊点与被连接面间的接触关系。

（8）边界条件加载。设置地面、重力、初速度等边界条件。

（9）控制卡片设置。控制卡片是控制有限元模型计算精度、效率、输出特性等内容的关键。

2.4 汽车模型正面碰撞仿真

汽车正面碰撞是碰撞事故中最常见的碰撞形式。本节以某品牌汽车模型为例进行正面碰撞仿真分析。汽车碰撞变形可以直观地了解汽车碰撞的情况，图 2.2 为汽车模型在不同时刻的变形图。

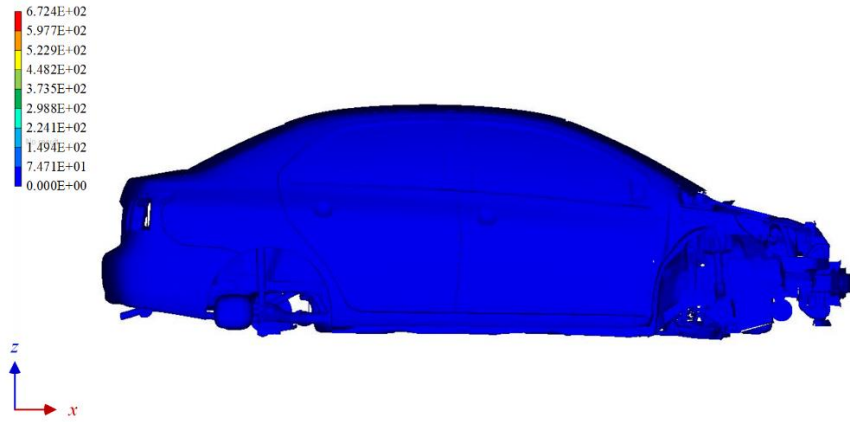


图 2.2(a) 汽车模型在 0ms 的正面碰撞变形图

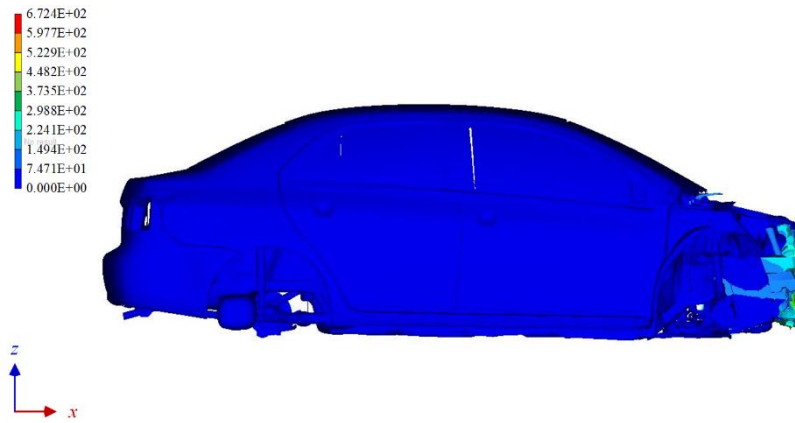


图 2.2(b) 汽车模型在 40ms 的正面碰撞变形图

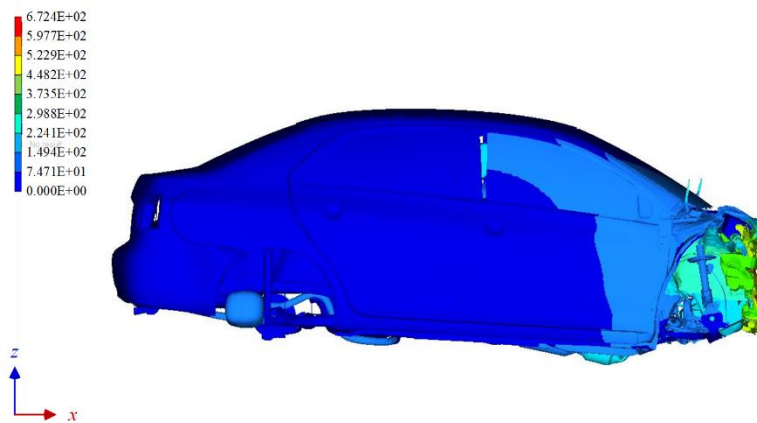


图 2.2(c) 汽车模型在 80ms 的正面碰撞变形图

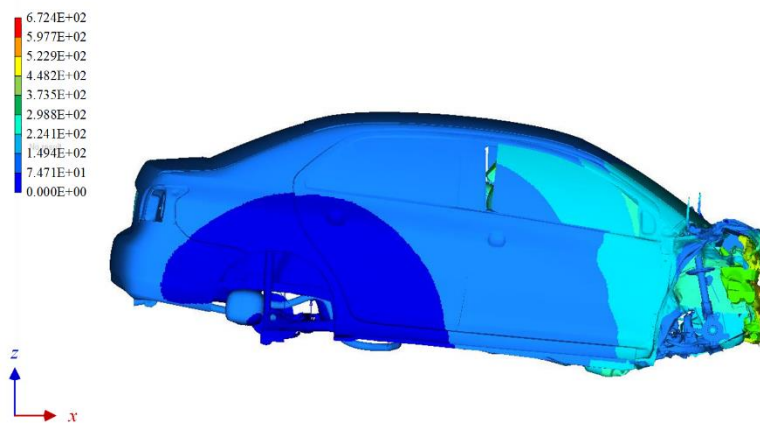


图 2.2(d) 汽车模型在 120ms 的正面碰撞变形图

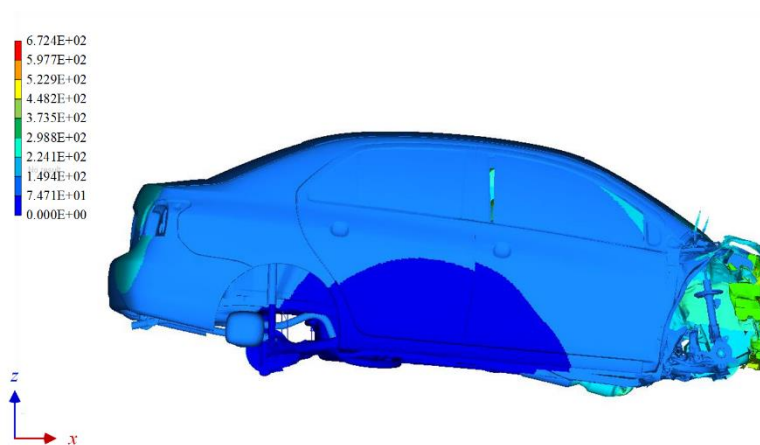


图 2.2(e) 汽车模型在 150ms 的正面碰撞变形图

在 $t=40\text{ms}$ 时，保险杠和纵梁前端开始发生变形。

在 $t=80\text{ms}$ 时，保险杠和纵梁前端变形加大，纵梁后端开始发生弯折。

在 $t=120\text{ms}$ 时，汽车变形达到最大，纵梁前端发生压溃变形。

在 $t=150\text{ms}$ 时，碰撞结束，纵梁变形轻微恢复。

2.4.1 能量分析

当汽车发生碰撞时，往往会伴随着能量的变化。对汽车碰撞时各能量变化的分析可以初步判断碰撞仿真的准确性。在汽车碰撞的过程中，系统的总能量是不会有较大波动的，通常是稳定在某个确定值上。动能会随着碰撞而减小，转化为各个汽车零部件的内能。少量动能会以其他方式消耗。图 2.3 为汽车系统各种能量之间的曲线关系图。

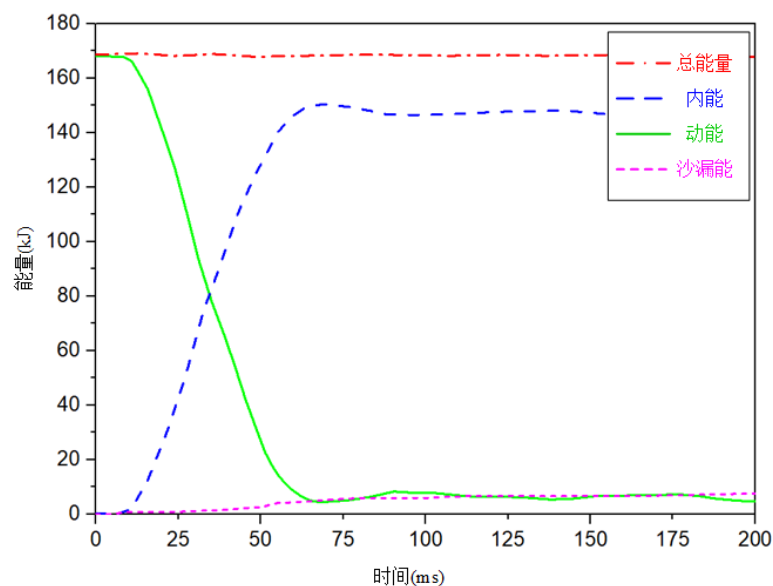


图 2.3 汽车系统能量曲线关系

在初始状态下，汽车模型的动能为 169kJ。当汽车发生碰撞后，动能迅速降低，最小动能为 5kJ 左右。在动能下降的同时，内能随之升高，达到 150kJ，随后略有下降。在碰撞过程中，系统的总能量基本保持不变，约为 169kJ。沙漏能从 0kJ 逐渐增长至 5kJ，此时沙漏能与内能的比值约为 2.9%。当该比值小于 10% 时，意味着沙漏能对仿真结果影响较小，符合计算仿真的要求。

2.4.2 B 柱加速度分析

在汽车碰撞中，车辆最大加速度是影响安全性能的重要因素之一。汽车的最大加速度与乘员所受到的冲击是紧密相关的。最大加速度越大，乘员所受冲击越大。因此，为了保护乘员的安全，需要尽可能降低最大加速度，减少乘员所受冲击。对于加速度的测量，需要设置在碰撞时不会发生明显变形的地方，减少部件变形对测量结果的影响。通常会将测量点设置在 B 柱下端，如图 2.4 所示。图 2.5 为 B 柱测量点速度曲线，图 2.6 为 B 柱加速度曲线。从图 2.6 中可以看出，在 50ms 左右汽车加速度绝对值达到最大。

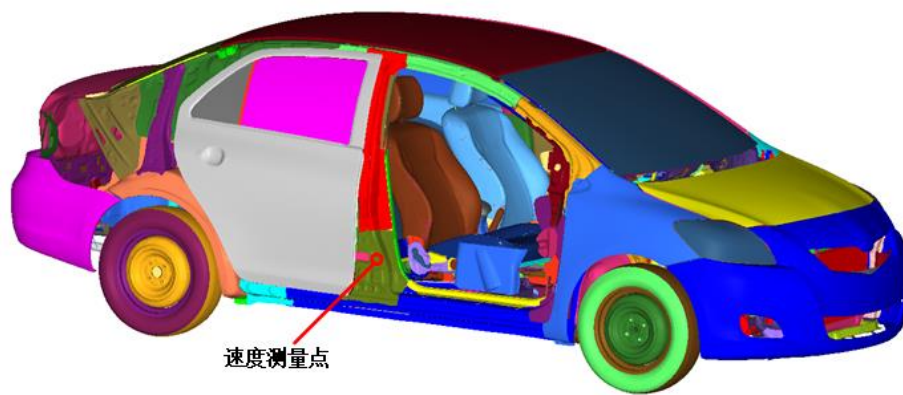


图 2.4 速度测量点位置

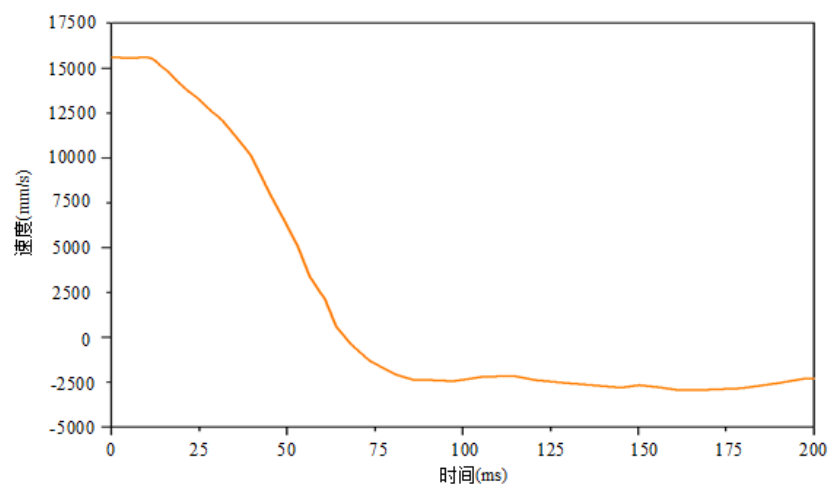


图 2.5 B 柱速度曲线

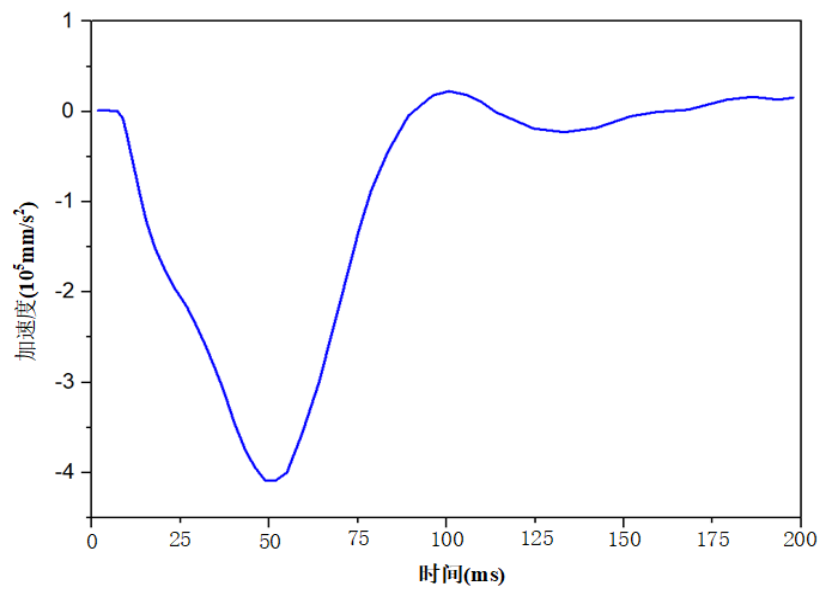


图 2.6 B 柱加速度曲线

2.4.3 防火墙变形分析

在汽车碰撞中，防火墙的侵入量是判断汽车安全性的重要指标之一。这是因为防火墙变形会对乘员腿部造成挤压。图 2.7 为本次汽车碰撞有限元仿真中防火墙的变形情况。碰撞过程中防火墙踏板处侵入量应小于 110mm，防火墙最大侵入量应小于 150mm^[62]。从图中可以看出，防火墙的最大侵入量达到了 187mm，超过了允许的最大值。而防火墙踏板处的侵入量为 113mm，也超过了允许的最大值。由此可以判断，该汽车模型在防火墙变形上的设计未达到安全标准。

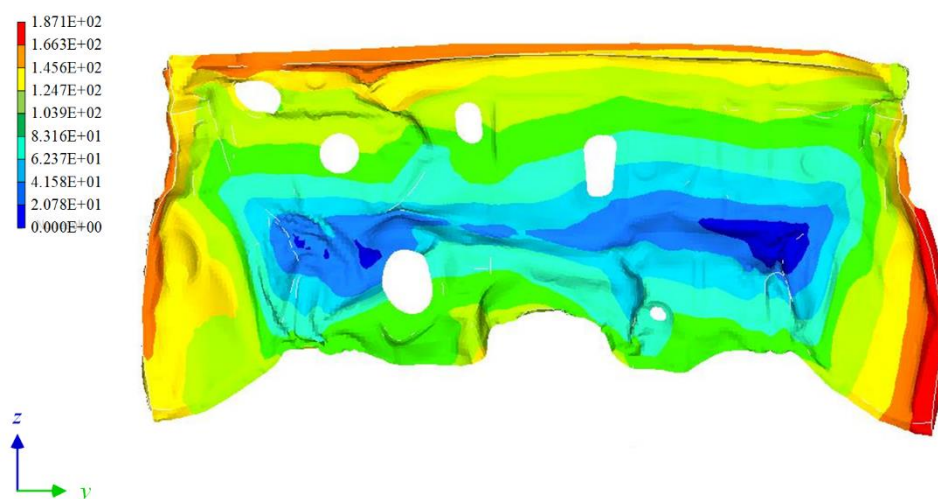


图 2.7 防火墙变形图

2.5 本章小结

本章建立了汽车碰撞有限元模型，并对其进行了碰撞仿真分析。在碰撞后，纵梁的压溃变形程度越高，其吸能效果就越好。结果表明，前纵梁压溃变形程度较高，意味着前纵梁可以有效吸收大部分的碰撞能量。然而，防火墙的变形量区域较多，这会影响车内乘员的生存空间，降低了乘员的安全性。防火墙的最大变形量为 187mm，容易造成乘客腿部受到较为严重的挤压，影响到乘客的安全。

第3章 自适应降维高斯过程回归模型

3.1 引言

汽车碰撞有限元模型的计算由于其模型复杂、单元节点数量巨大等原因，通常需要耗费大量的计算时间。代理模型能够很好地简化一些复杂模型，降低计算成本，使得整体的计算效率提高。所以在汽车碰撞可靠性分析以及优化等领域，代理模型的应用十分广泛。而在对汽车碰撞模型进行拟合时，常见的Kriging和RBF等代理模型会出现对高维模型拟合精度较低，计算样本点数量大等情况。为了解决上述问题，本文提出一种基于自适应降维高斯过程回归模型来近似拟合汽车碰撞的结果。

3.2 高斯过程回归模型

在高斯过程回归模型中，被拟合函数 $f(\mathbf{x})$ 可以表示为：

$$f(\mathbf{x}) \sim g(m(\mathbf{x}), K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) \dots\dots\dots (3.1)$$

其中， $\mathbf{x}$ 是输入向量； $m(\mathbf{x})$ 是一个给定的均值函数； $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ 是关于任意两个点 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{x}'$ 的协方差函数。

高斯过程回归中任意两个点 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{x}'$ 之间协方差的大小可以用核函数 $K(r)$ 来表示，常用的核函数有 RBF 核函数：

$$K(r) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{r}\|^2}{2l^2}\right) \dots\dots\dots (3.2)$$

径向二次协方差函数：

$$K(r) = \left(1 + \frac{r^2}{2\alpha l^2}\right)^{-\alpha} \dots\dots\dots (3.3)$$

Periodic 核函数：

$$K(r) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{2}{l^2} \sin\left(\frac{\pi}{p}\right) r\right) \dots\dots\dots (3.4)$$

其中， r 是欧几里得空间中 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{x}'$ 之间的距离测度； σ ， l ， α 以及 p 都是核函数

中的超参数。平方指数协方差函数是最为常用的协方差函数之一：

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \alpha^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{2l^2}\right) \dots\dots\dots (3.5)$$

由于均值函数不影响高斯过程的推导，所以可以假设 $m(\mathbf{x})=0$ 。那么， N 个点上的高斯先验分布可以写为：

$$p(f|\mathbf{x}) = (2\pi)^{-N/2} |\mathbf{K}|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} f^T \mathbf{K}^{-1} f\right), \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \dots\dots\dots (3.6)$$

假设 $\mathbf{x}$ 点处的观测值 y 是相互独立且受到方差 σ^2 的影响，那么相应的似然函数为：

$$p(y|f, \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - u_i(\mathbf{x}_i))^2}{2\sigma^2}\right) \dots\dots\dots (3.7)$$

利用贝叶斯原理来计算后验分布：

$$p(f|y, \mathbf{x}) = \frac{p(y|f, \mathbf{x}) p(f|\mathbf{x})}{p(y|\mathbf{x})} \dots\dots\dots (3.8)$$

其对数似然估计为：

$$\begin{aligned} \log p(y|\mathbf{x}) &= \int p(y|f, \mathbf{x}) p(f|\mathbf{x}) d\mathbf{f} \\ &= -\frac{1}{2} y^T \left(\mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') + \sigma^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} y - \frac{1}{2} \log |\mathbf{K} + \sigma^2 \mathbf{I}_N| - \frac{N}{2} \log 2\pi \end{aligned} \quad (3.9)$$

其中， $\mathbf{I}_N$ 表示大小为 $N \times N$ 的矩阵。

在预测点 $\mathbf{x}^*$ 处关于 $f^* = f(\mathbf{x}^*)$ 的高斯过程回归的预测可表示为：

$$E(f^*) = \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}) \left(\mathbf{K} + \sigma^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} y \dots\dots\dots (3.10)$$

$$\text{Var}[f^*] = \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}^*) - \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}) \left(\mathbf{K} + \sigma^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^*) \dots\dots\dots (3.11)$$

其中， $E(\cdot)$ 为函数 $f(\mathbf{x})$ 的近似期望值， $\text{Var}[\cdot]$ 为函数 $f(\mathbf{x})$ 的近似方差。

高斯过程回归模型有着较好的拟合精度，并且可以得到预测值对应的方差与可信度。但是在高维模型的拟合中，需要较多的计算样本点。因此，高斯过程回归模型可以通过降维算法进行优化。

3.3 拉丁超立方抽样

拉丁超立方抽样是一种用于近似随机抽样的方法，通常应用于计算机实验或 Monte Carlo 积分等场景。该方法属于分层抽样技术，通过在高维空间中生成满足拉丁超立方条件的样本点集，实现对参数空间的均匀抽样。假设有 N 个变量，将每个变量分为 M 个概率相同的区间，然后从这些区间中选取 M 个满足拉丁超立方条件的样本点，从而实现对参数空间的均匀采样。图 3.1 为 2 个维度上利用拉丁超立方选取 30 个样本点。相对于变量数量，样本数量不需要严格按比例增加。在增加变量时，样本数量的增加应该保持相对比例，同时也要考虑取样的效率和成本。

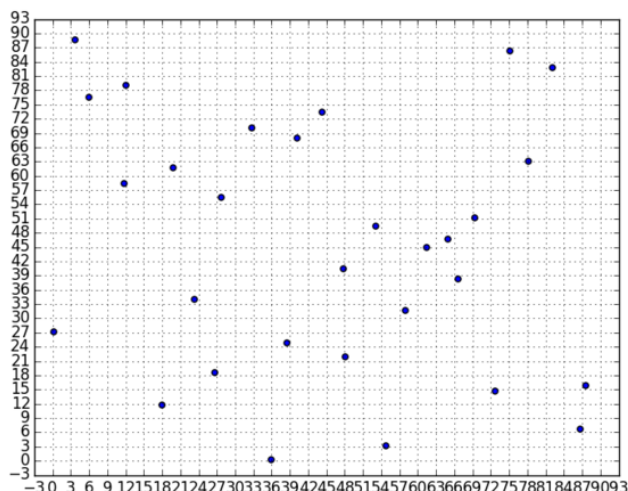


图 3.1 2 个维度的拉丁超立方抽样示意图

在生成随机样本时，简单的随机抽样容易导致数据在某些区域过度聚集，而拉丁超立方抽样可以很好地解决这个问题。此外，拉丁超立方抽样可以使用更少的样本，降低计算的复杂程度。

3.4 降维算法

降维算法可以对原函数在指定点进行分解，将高维非线性函数改写为低阶函数有限和的形式。假设函数 $f(\mathbf{x})$ 的输入变量为 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ， n 为输入变量的个数。利用降维算法，可以将 $f(\mathbf{x})$ 表示为有限个给定变量的函数和：

$$f(\mathbf{x}) = f_0 + \sum_{i=1}^n f_i(x_i) + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} f_{i_1, i_2}(x_{i_1}, x_{i_2}) + \cdots + \sum_{1 \leq i_1 < \cdots < i_k < n} f_{i_1, i_2, \dots, i_k}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}) + \cdots + f_{i_1, i_2, \dots, i_n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}) \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

其中, f_0 为常数项, $f_i(x_i)$ 为变量 x_i 单独对 $f(\mathbf{x})$ 作用的 1 阶表达, $f_{i_1, i_2}(x_{i_1}, x_{i_2})$ 为变量 x_{i_1} 和 x_{i_2} 共同对 $f(\mathbf{x})$ 作用的 2 阶表达, 随后的高阶项表示所增加的随机变量共同对 $f(\mathbf{x})$ 作用。将各分项函数在中心点 $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ 展开得到:

$$\begin{cases} f_0 = f(\mathbf{c}) \\ f_i(x_i) = f(c_1, \dots, c_{i-1}, x_i, c_{i+1}, \dots, c_n) - f_0 \\ f_{i_1, i_2}(x_{i_1}, x_{i_2}) = f(c_1, \dots, c_{i_1-1}, x_{i_1}, c_{i_1+1}, \dots, c_{i_2-1}, x_{i_2}, c_{i_2+1}, \dots, c_n) - \dots\dots\dots (3.13) \\ f_{i_1}(x_{i_1}) - f_{i_2}(x_{i_2}) - f_0 \\ \dots \end{cases}$$

如果确定了式(3.12)中的所有项, 则可以构建一个完整的降维模型。而式(3.12)中一些高阶项的构造通常需要大量的计算, 而这些高阶项对原函数的影响很小, 因此在实际工程应用中通常被舍弃。

单变量降维模型仅保留单变量项和常数项:

$$f(\mathbf{x}) \approx f_0 + \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \dots\dots\dots (3.14)$$

在建立单变量降维模型时, 只需要保留常数项和单变量项。因此, 计算所需的样本点数量 n_{p1} 较少:

$$n_{p1} = ns + 1 \dots\dots\dots (3.15)$$

其中, s 是每个单变量项所需的计算样本点数量。

单变量降维模型结构简单, 需要的计算样本点较少, 模型建立效率较高。但是单变量降维模型在拟合高维复杂模型时精度不高。为了提高单变量降维模型的精度, 一些研究者在原有模型基础上考虑了双变量项, 得到了双变量降维模型:

$$f(\mathbf{x}) \approx f_0 + \sum_{i=1}^n f_i(x_i) + \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} f_{j_1, j_2}(x_{j_1}, x_{j_2}) \dots\dots\dots (3.16)$$

相比之下，双变量降维模型的精度要高于单变量降维模型，但是双变量降维模型需要的计算样本点数量 n_{p2} 要比单变量降维模型大得多：

$$n_{p2} = \frac{hn(n-1)}{2} + ns + 1 \cdots \cdots (3.17)$$

其中， h 是每个双变量项拟合中需要的计算样本点数量。

在双变量降维模型中，一些双变量项对模型精度的影响很小，所以本文采用了一种自适应降维高斯过程回归模型（Adaptive Dimension-reduction Gaussian process regression, ADG）将对模型精度影响较小的双变量项舍去，从而保证模型精度的同时减少所需要的计算样本点。

3.5 自适应降维高斯过程回归模型

3.5.1 ADG 代理模型计算步骤

图 3.2 为 ADG 的计算过程。具体的计算过程如下：

Step 1: 取各个变量中值得到原始点 $\mathbf{x}_0 = [x_{1_0}, x_{2_0}, \cdots, x_{n_0}]^T$ ，计算 $f(\mathbf{x})$ 在 $\mathbf{x}_0$ 处的响应 f_0 。

Step 2: 构建初始单变量降维切比雪夫（Univariable Dimension-reduction Gaussian process regression, UDG）模型。

Step 2.1: 根据每个变量的上下界和拉丁超立方取点规则，在原始点处沿着变量 x_i 进行取 k 个点得到 $\mathbf{x}_{i_1}, \mathbf{x}_{i_2}, \cdots, \mathbf{x}_{i_k}$ ，并计算样本点处的响应 $f(\mathbf{x}_{i_1}), f(\mathbf{x}_{i_2}), \cdots, f(\mathbf{x}_{i_k})$ 。根据 3.2 节，这些样本点和响应被用于构建关于 x_i 的 UDG 模型 $f_i(x_i)$ 。

Step 2.2: 重复步骤 2.1，构建每一个变量所对应的 UDG 模型得到 $f_1(x_1), f_2(x_2), \cdots, f_n(x_n)$ ，根据下式可得到 UDG 模型：

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = f_0 + \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \cdots \cdots (3.18)$$

Step 3: 检查任意两个变量之间的相关性。

检查 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]$ 中任意两个变量的相关性。以变量 x_i 和 x_j 为例。

Step 3.1: 首先根据三点 Gauss-Hermite 取点方法^[63]取 3 个点 $\mathbf{x}'_{j_1} = (\mathbf{x}'_{j_1}, \mathbf{x}_{j_1,0})$ 、 $\mathbf{x}'_{j_2} = (\mathbf{x}'_{j_2}, \mathbf{x}_{j_2,0})$ 和 $\mathbf{x}'_{j_1,j_2} = (\mathbf{x}'_{j_1}, \mathbf{x}'_{j_2}, \mathbf{x}_{j_1,j_2,0})$ 。计算该样本点处的误差:

$$\varepsilon' = \frac{\left| \left[f(\mathbf{x}'_{j_1}) - f(\mathbf{x}_0) \right] - \left[f(\mathbf{x}'_{j_1,j_2}) - f(\mathbf{x}'_{j_2}) \right] \right|}{\min \left\{ \left| \left[f(\mathbf{x}'_{j_1}) - f(\mathbf{x}_0) \right] \right|, \left| \left[f(\mathbf{x}'_{j_1,j_2}) - f(\mathbf{x}'_{j_2}) \right] \right| \right\}} \dots\dots\dots (3.19)$$

若 $\varepsilon' > 0.01$ ，则可以暂时保留 x_{j_1} 和 x_{j_2} 之间的相关项，否则回到步骤 2。

Step 3.2: 同样取三个样本点 $\mathbf{x}''_{j_1} = (\mathbf{x}''_{j_1}, \mathbf{x}_{j_1,0})$ 、 $\mathbf{x}''_{j_2} = (\mathbf{x}''_{j_2}, \mathbf{x}_{j_2,0})$ 和 $\mathbf{x}''_{j_1,j_2} = (\mathbf{x}''_{j_1}, \mathbf{x}''_{j_2}, \mathbf{x}_{j_1,j_2,0})$ ，并计算误差:

$$\varepsilon'' = \frac{\left| \left[f(\mathbf{x}''_{j_1}) - f(\mathbf{x}_0) \right] - \left[f(\mathbf{x}''_{j_1,j_2}) - f(\mathbf{x}''_{j_2}) \right] \right|}{\min \left\{ \left| \left[f(\mathbf{x}''_{j_1}) - f(\mathbf{x}_0) \right] \right|, \left| \left[f(\mathbf{x}''_{j_1,j_2}) - f(\mathbf{x}''_{j_2}) \right] \right| \right\}} \dots\dots\dots (3.20)$$

若 $\varepsilon'' > 0.01$ ，则保留 x_{j_1} 和 x_{j_2} 之间的相关项，否则该相关项将被略去。

Step 4: 构建双变量项。

对步骤 3 中挑选出的二阶项进行近似拟合，以二阶项 $f_{i,j}(x_i, x_j)$ 为例。利用拉丁超立方规则在 x_i 和 x_j 的平面上选取计算样本点，并通过高斯过程回归模型拟合相对应的二阶项 $f_{i,j}(x_i, x_j)$ 。

Step 5: 构建 ADG 模型。

将上述步骤中构建的常数项、一阶项和二阶项相结合，便得到了所求的 ADG 模型:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = f_0 + \sum_{i=1}^n f_i(x_i) + \sum_{j=1}^k f_j(x_{j_1}, x_{j_2}) \dots\dots\dots (3.21)$$

其中， k 是选中二阶项的个数， x_{j_1} 和 x_{j_2} 是第 j 个选中二阶项所对应的两个变量。

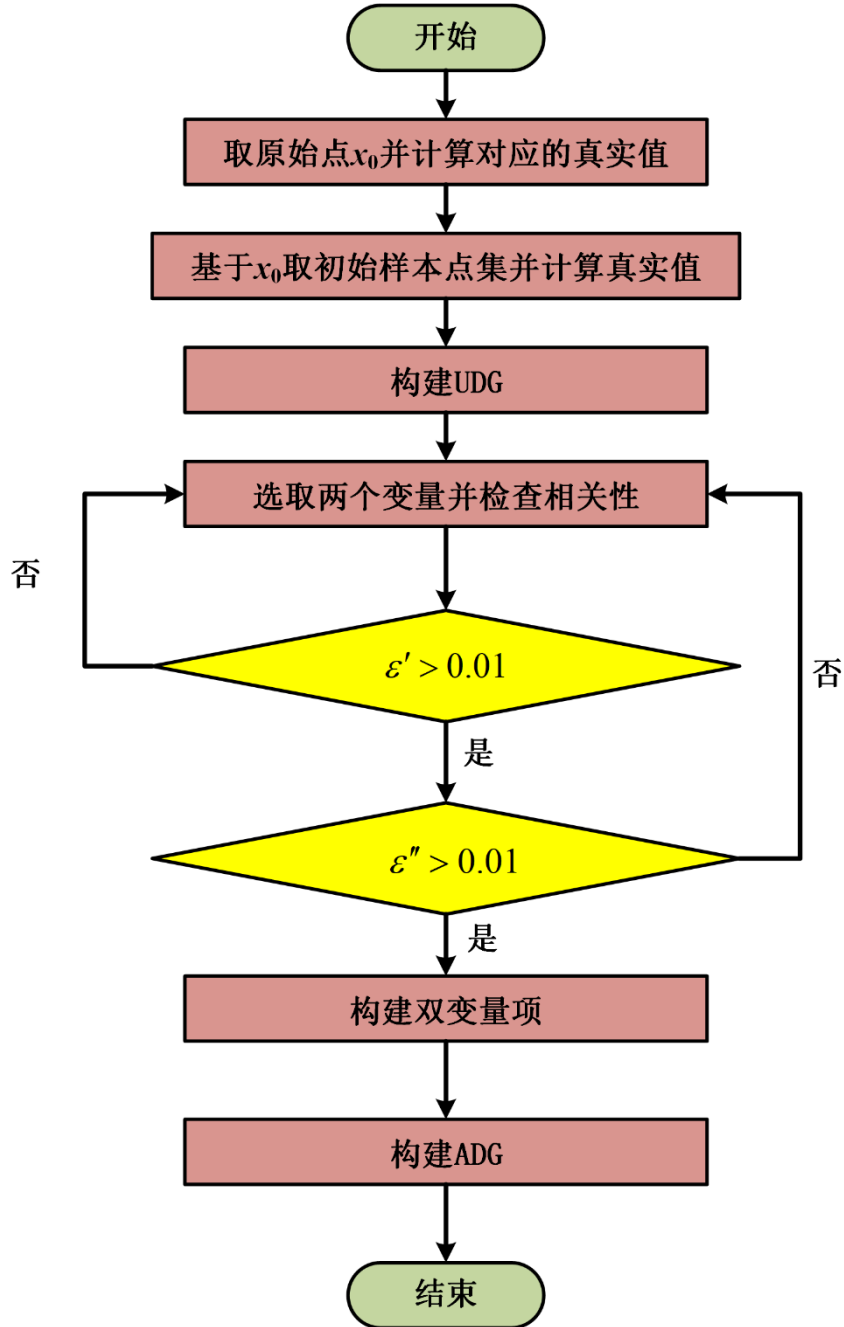


图 3.2 ADG 计算流程图

3.5.2 演示算例

为了更直观地说明双变量项的选择对单变量模型精度提高有显著的影响，我们使用式(3.22)作为 ADG 代理模型的演示算例：

$$f(\mathbf{x}) = \frac{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}{2} + \sum_{i=1}^2 \sin(x_i) \cdot \sin^{20}\left(\frac{x_i^2}{3}\right) \quad x_1 \in [0, 3], x_2 \in [0, 3] \quad (3.22)$$

式(3.22)中共有两个变量 x_1 和 x_2 。图 3.3 为式(3.22)的等值线图，其中横轴为

x_1 ，纵轴为 x_2 。

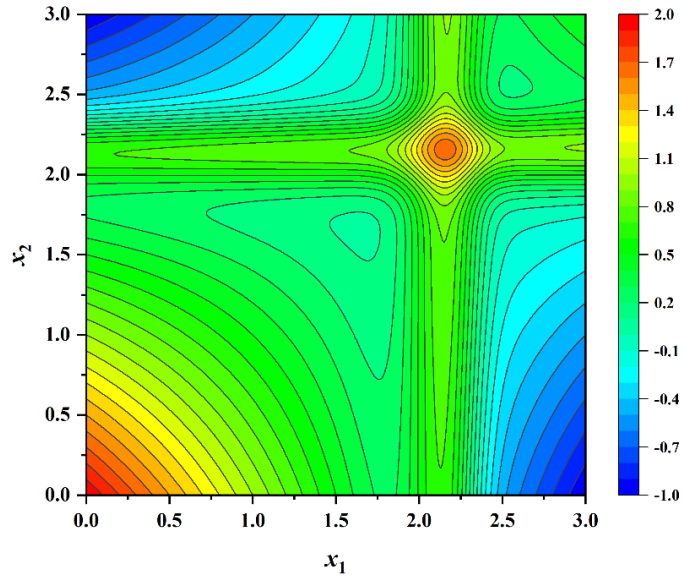


图 3.3 式(3.22)的等值线图

接下来将利用 ADG 对式(3.22)进行近似拟合。首先对式(3.22)进行单变量降维拆分处理：

$$f(x) \approx \hat{f}(x) = f_0 + f_1(x_1) + f_2(x_2) \dots \dots \dots (3.23)$$

其中：

$$\begin{cases} f_1(x_1) = f(x_1, c_2) - f_0 \dots \dots \dots (3.24) \\ f_2(x_2) = f(c_1, x_2) - f_0 \end{cases}$$

根据高斯过程回归代理模型分别对 $f_1(x_1)$ 和 $f_2(x_2)$ 进行近似拟合得到 $\hat{f}_1(x_1)$ 和 $\hat{f}_2(x_2)$ ，并将其代入到式(3.23)中。图 3.4(a)和图 3.4(b)分别展示了关于 x_1 的单变量项 $\hat{f}_1(x_1) + f_0$ 和关于 x_2 的单变量项 $\hat{f}_2(x_2) + f_0$ 。将两个单变量项结合起来得到完整的 UDG 模型（图 3.4）。

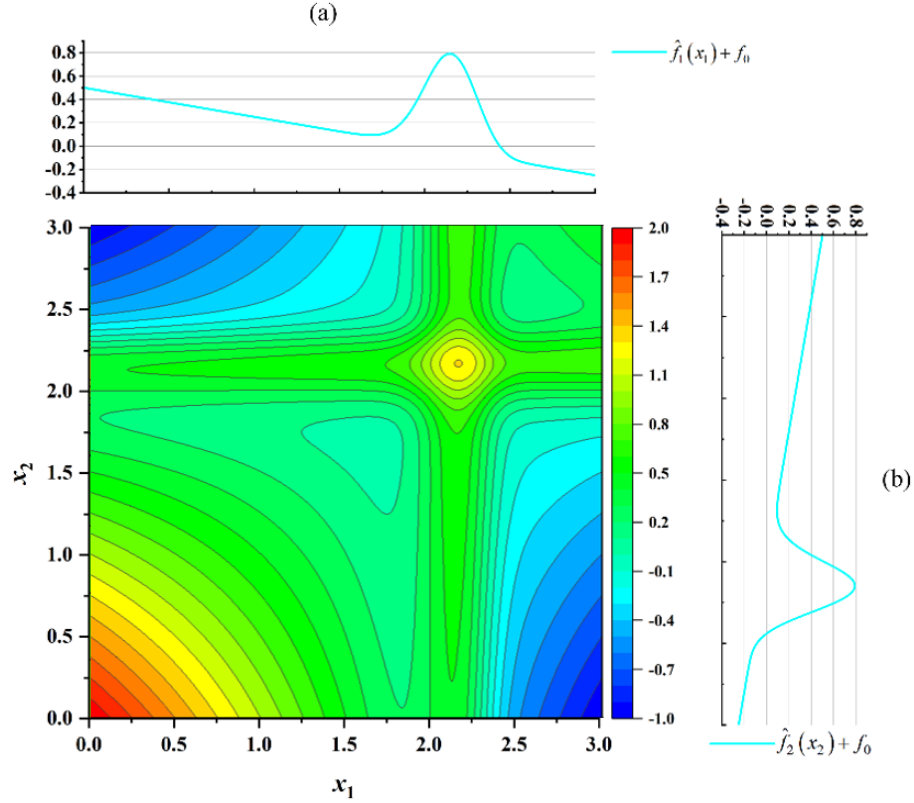


图 3.4 单变量降维高斯过程回归模型拟合结果

对比图 3.3 和图 3.4 可以看出, 式(3.22)的 UDG 代理模型精度较低, 需要进一步优化。根据 3.5.1 节可以判断出 x_1 和 x_2 之间的相关性较强, 关于 x_1 和 x_2 的双变量项对模型精度影响较大, 所以在 UDG 模型的基础上需要加入该双变量项来提高模型的精度。则原模型 $f(x)$ 可以表示为:

$$f(x) \approx \hat{f}(x) = f_0 + f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_{1,2}(x_1, x_2) \cdots \cdots (3.25)$$

其中:

$$f_{1,2}(x_1, x_2) = f(x_1, x_2) - f_1(x_1) - f_2(x_2) - f_0 \cdots \cdots (3.26)$$

图 3.5 为关于 x_1 和 x_2 的双变量项 $f_{1,2}(x_1, x_2)$ 。从图中可以看出该双变量项在区间范围内的最大值为 2, 且 $f_{1,2}(x_1, x_2)$ 在一个较大的范围中变化。可见该双变量项对原始模型的精度影响很大。为了提高代理模型的准确性, 我们将加入双变量项。图 3.6 为添加双变量项后代理模型的等值线图。与 UDG 的等值线图 (图 3.4) 相比, 图 3.6 更接近原始模型的等高线图, 这意味着代理模型的精度提高了。

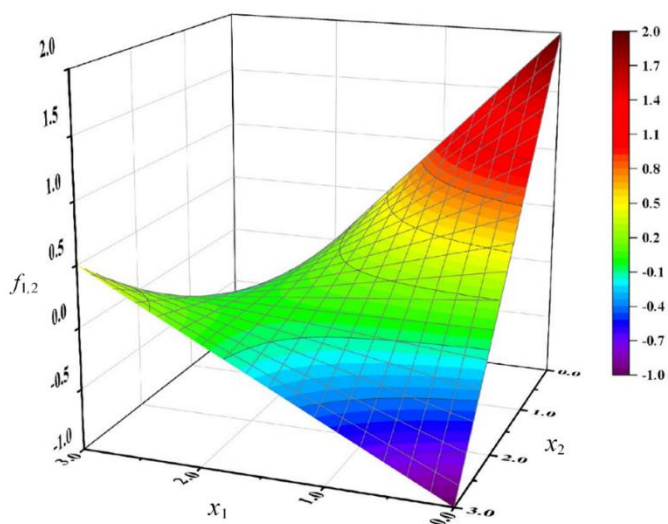


图 3.5 关于 x_1 和 x_2 的双变量项 $f_{1,2}(x_1, x_2)$

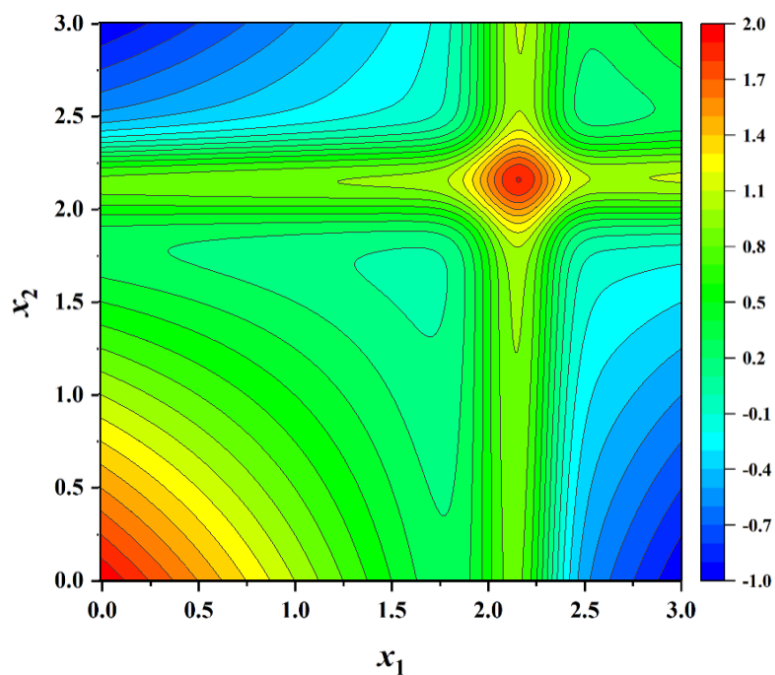


图 3.6 ADG 代理模型的等值线图

3.6 数值算例

本文给出了 5 个数值算例。通过与 UDG、双变量降维高斯过程回归模型 (Bivariable Dimension-reduction Gaussian process regression, BDG)、Kriging、RBF 和 RSM 的比较来验证自适应降维高斯过程回归代理模型的优势。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/817054053030006046>