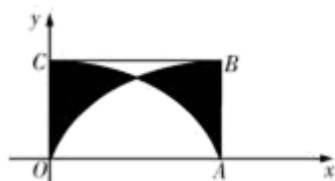


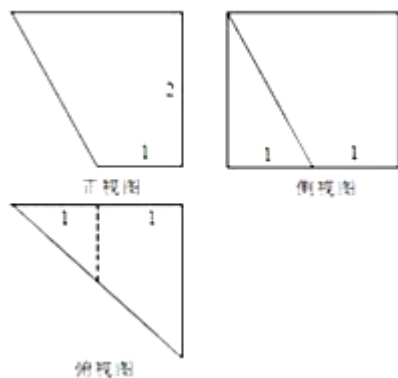
D. 互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

6. 如图，在矩形 $OABC$ 中的曲线分别是 $y = \sin x$ ， $y = \cos x$ 的一部分， $A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ， $C(0, 1)$ ，在矩形 $OABC$ 内随机取一点，若此点取自阴影部分的概率为 P_1 ，取自非阴影部分的概率为 P_2 ，则（ ）



- A. $P_1 < P_2$ B. $P_1 > P_2$ C. $P_1 = P_2$ D. 大小关系不能确定

7. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（ ）

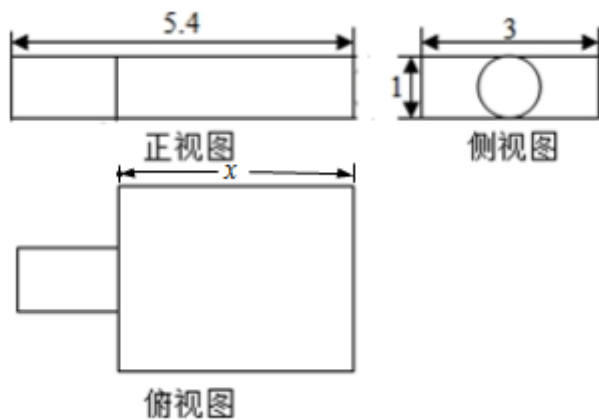


- A. $\frac{8}{3}$ B. 3 C. $\frac{11}{3}$ D. 4

8. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，满足 $|\vec{b}| = 2, |\vec{a} + \vec{b}| = 1, \vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ 且 $\lambda + 2\mu = 1$ ，若对每一个确定的向量 $\vec{a}$ ，记 $|\vec{c}|$ 的最小值为 m ，则当 $\vec{a}$ 变化时， m 的最大值为（ ）

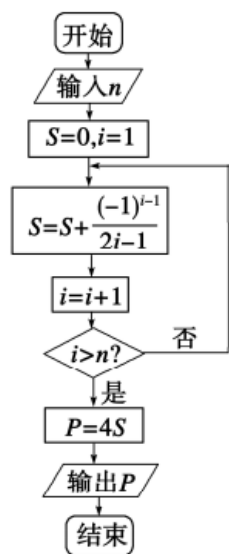
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

9. 中国古代数学名著《九章算术》中记载了公元前 344 年商鞅督造的一种标准量器——商鞅铜方升，其三视图如图所示（单位：寸），若 π 取 3，当该量器口密闭时其表面积为 42.2（平方寸），则图中 x 的值为（ ）



- A. 3 B. 3.4 C. 3.8 D. 4

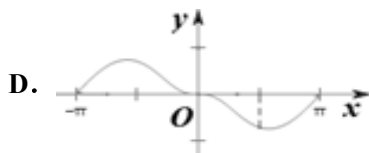
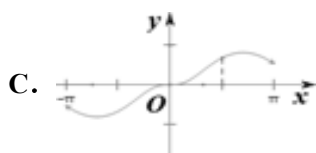
10. 德国数学家莱布尼兹(1646年-1716年)于1674年得到了第一个关于 π 的级数展开式,该公式于明朝初年传入我国.在我国科技水平业已落后的情况下,我国数学家、天文学家明安图(1692年-1765年)为提高我国的数学研究水平,从乾隆初年(1736年)开始,历时近30年,证明了包括这个公式在内的三个公式,同时求得了展开三角函数和反三角函数的6个新级数公式,著有《割圆密率捷法》一书,为我国用级数计算 π 开创了先河.如图所示的程序框图可以用莱布尼兹“关于 π 的级数展开式”计算 π 的近似值(其中 P 表示 π 的近似值),若输入 $n=10$,则输出的结果是()



- A. $P = 4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{17})$ B. $P = 4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots - \frac{1}{19})$
 C. $P = 4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{21})$ D. $P = 4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots - \frac{1}{21})$

11. 设函数 $f(x) = \frac{x^2 \sin x}{x^2 + 1}$, 则 $y = f(x)$, $x \in [-\pi, \pi]$ 的大致图象大致是()





12. 关于函数 $f(x) = \sin|x| + |\cos x|$ 有下述四个结论: ()

- ① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 上是单调递增函数;
③ $f(x)$ 在 R 上的最大值为 2; ④ $f(x)$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上有 4 个零点.

其中所有正确结论的编号是 ()

- A. ①②④ B. ①③ C. ①④ D. ②④

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 将 2 个相同的红球和 2 个相同的黑球全部放入甲、乙、丙、丁四个盒子里, 其中甲、乙盒子均最多可放入 2 个球, 丙、丁盒子均最多可放入 1 个球, 且不同颜色的球不能放入同一个盒子里, 共有 _____ 种不同的放法.

14. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega \in N$) 在 $[0, \pi]$ 上仅有 2 个零点, 设 $g(x) = \sqrt{2}f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$, 则 $g(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的取值范围为 _____.

15. 在正奇数非减数列 $\{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, \dots\}$ 中, 每个正奇数 k 出现 k 次. 已知存在整数 b, c, d , 对所有的整数 n 满足 $a_n = b\left[\sqrt{n+c}\right] + d$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 则 $b+c+d$ 等于 _____.

16. 函数 $y = \ln(3^x - 2^x)$ 的定义域为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $b = \sqrt{7}$, _____. 求 BC 边上的高.

① $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{7}$, ② $\sin A = 3\sin C$, ③ $a - c = 2$, 这三个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

18. (12 分) 在直角坐标系 l 中, 已知直线 l 的直角坐标方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以直角坐标系原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$.

(1) 求曲线 C_1 和直线 l 的极坐标方程;

(2) 已知直线 l 与曲线 C_1, C_2 相交于异于极点的点 A, B , 若 A, B 的极径分别为 ρ_1, ρ_2 , 求 $|\rho_1 - \rho_2|$ 的值.

19. (12 分) 已知 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + a^2$ ($a > 1$) 的图象在 $x = -1$ 处的切线方程为 $y = 0$.

(1) 求常数 a, b 的值;

(2) 若方程 $f(x) = c$ 在区间 $[-4, 1]$ 上有两个不同的实根, 求实数 c 的值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) \left(A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2} \right)$ 的最小正周期是 π , 且当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, $f(x)$ 取得最大值 2.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 作出 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的图象 (要列表).

21. (12 分) 已知点 $M(-1, 0), N(1, 0)$, 若点 $P(x, y)$ 满足 $|PM| + |PN| = 4$.

(I) 求点 P 的轨迹方程;

(II) 过点 $Q(-\sqrt{3}, 0)$ 的直线 l 与 (I) 中曲线相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值及此时直线 l 的方程.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = |2x + 1|$.

(1) 解不等式: $f(x) + f(x - 2) \leq 6$;

(2) 求证: $f(x + a^2) - f(x - 1) \leq |x + 2a^2 + 3| + |x + 2a - a^2|$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. B

【解析】

因为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心在直线 BC 的垂直平分线上, 即直线 $x = 1$ 上

可设圆心 $P(1, p)$, 由 $PA = PB$ 得: $|p| = \sqrt{1 + (p - \sqrt{3})^2}$, 得 $p = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

圆心坐标为 $P\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

所以圆心到原点的距离 $|OP| = \sqrt{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{12}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

选 B.

考点：圆心坐标

2. D

【解析】

在等差数列 $\{a_n\}$ 中,利用已知可求得通项公式 $a_n = 2n - 9$,进而 $b_n = \frac{3}{a_n} = \frac{3}{2n-9}$,借助 $f(x) = \frac{3}{2x-9}$ 函数的单调性

可知,当 $n = 5$ 时, b_n 取最大即可求得结果.

【详解】

因为 $a_5 + a_6 + a_7 = 9$,所以 $3a_6 = 9$,即 $a_6 = 3$,又 $a_2 = -5$,所以公差 $d = 2$,所以 $a_n = 2n - 9$,即 $b_n = \frac{3}{2n-9}$,因

为函数 $f(x) = \frac{3}{2x-9}$,在 $x < 4.5$ 时,单调递减,且 $f(x) < 0$;在 $x > 4.5$ 时,单调递增,且 $f(x) > 0$.所以数列 $\{b_n\}$

的最大值是 b_5 ,且 $b_5 = \frac{3}{1} = 3$,所以数列 $\{b_n\}$ 的最大值是3.

故选:D.

【点睛】

本题考查等差数列的通项公式,考查数列与函数的关系,借助函数单调性研究数列最值问题,难度较易.

3. A

【解析】

选取中间值0和1,利用对数函数 $y = \log_3 x$, $y = \log_{0.2} x$ 和指数函数 $y = 2^x$ 的单调性即可求解.

【详解】

因为对数函数 $y = \log_3 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $\log_3 0.5 < \log_3 1 = 0$,

因为对数函数 $y = \log_{0.2} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

所以 $0 = \log_{0.2} 1 < \log_{0.2} 0.3 < \log_{0.2} 0.2 = 1$,

因为指数函数 $y = 2^x$ 在 R 上单调递增,

所以 $2^{0.3} > 2^0 = 1$,

综上所述, $a < b < c$.

故选:A

【点睛】

本题考查利用对数函数和指数函数的单调性比较大小;考查逻辑思维能力和知识的综合运用能力;选取合适的中间值是求解本题的关键;属于中档题、常考题型.

4. A

【解析】

先解 A、B 集合，再取交集。

【详解】

$x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$, 所以 B 集合与 A 集合的交集为 $\{1\}$ ，故选 A

【点睛】

一般地，把不等式组放在数轴中得出解集。

5. D

【解析】

根据两个图形的数据进行观察比较，即可判断各选项的真假。

【详解】

在 A 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图得到互联网行业从业人员中 90 后占 56%，所以是正确的；

在 B 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图得到：

$56\% \times 39.6\% = 22.176\% > 20\%$ ，互联网行业从业技术岗位的人数超过总人数的 20%，所以是正确的；

在 C 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分别条形图得到：

$13.7\% \times 39.6\% = 9.52\% > 3\%$ ，互联网行业从事运营岗位的人数 90 后比 80 后多，所以是正确的；

在 D 中，互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后所占比例为 $56\% \times 39.6\% = 22.176\% < 41\%$ ，所以不能判断互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多。

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了命题的真假判定，以及统计图表中饼状图和条形图的性质等基础知识的应用，着重考查了推理与运算能力，属于基础题。

6. B

【解析】

先用定积分求得阴影部分一半的面积，再根据几何概型概率公式可求得。

【详解】

根据题意，阴影部分的面积的一半为： $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx = \sqrt{2} - 1$ ，

于是此点取自阴影部分的概率为 $P_1 = 2 \times \frac{\sqrt{2}-1}{\pi} = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\pi} > \frac{4(1.4-1)}{3.2} = \frac{1}{2}$ 。

又 $P_2 = 1 - P_1 < \frac{1}{2}$, 故 $P_1 > P_2$.

故选 B.

【点睛】

本题考查了几何概型, 定积分的计算以及几何意义, 属于中档题.

7. C

【解析】

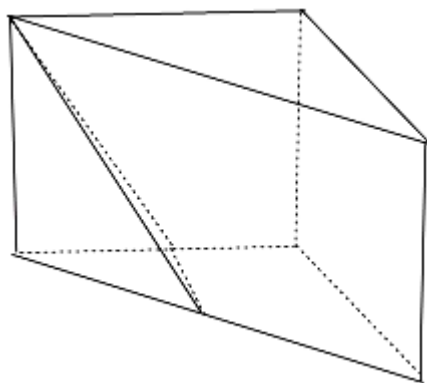
首先把三视图转换为几何体, 该几何体为由一个三棱柱体, 切去一个三棱锥体, 由柱体、锥体的体积公式进一步求出几何体的体积.

【详解】

解: 根据几何体的三视图转换为几何体为:

该几何体为由一个三棱柱体, 切去一个三棱锥体,

如图所示:



$$\text{故: } V = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 2 = \frac{11}{3}.$$

故选: C.

【点睛】

本题考查了由三视图求几何体的体积、需熟记柱体、锥体的体积公式, 考查了空间想象能力, 属于基础题.

8. B

【解析】

根据题意, 建立平面直角坐标系. 令 $\vec{OP} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$. E 为 OB 中点. 由 $\left| \vec{a} + \vec{b} \right| = 1$ 即可求得 P 点的轨迹方程. 将 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ 变形, 结合 $\lambda + 2\mu = 1$ 及平面向量基本定理可知 P, C, E 三点共线. 由圆切线的性质可知 $|\vec{c}|$ 的最小值 m 即为 O 到直线 PE 的距离最小值, 且当 PE 与圆 M 相切时, m 有最大值. 利用圆的切线性质及点到直线距离公式即可求得直线方程, 进而求得原点到直线的距离, 即为 m 的最大值.

【详解】

根据题意, $|\vec{b}| = 2$, 设 $\vec{OP} = \vec{a} = (x, y)$, $\vec{OB} = \vec{b} = (2, 0)$, $\vec{OC} = \vec{c}$, $E(1, 0)$

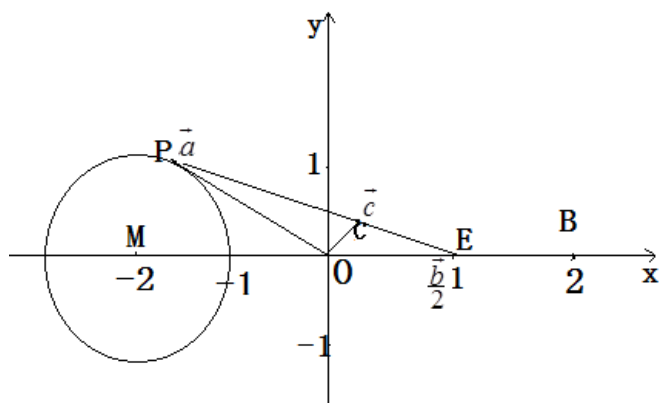
$$\text{则 } \vec{OE} = \frac{\vec{b}}{2}$$

$$\text{由 } |\vec{a} + \vec{b}| = 1 \text{ 代入可得 } \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = 1$$

$$\text{即 } P \text{ 点的轨迹方程为 } (x+2)^2 + y^2 = 1$$

$$\text{又因为 } \vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}, \text{ 变形可得 } \vec{c} = \lambda \vec{a} + 2\mu \left(\frac{\vec{b}}{2} \right), \text{ 即 } \vec{OC} = \lambda \vec{OP} + 2\mu \vec{OE}, \text{ 且 } \lambda + 2\mu = 1$$

所以由平面向量基本定理可知 P, C, E 三点共线, 如下图所示:



所以 $|\vec{c}|$ 的最小值 m 即为 O 到直线 PE 的距离最小值

根据圆的切线性质可知, 当 PE 与圆 M 相切时, m 有最大值

$$\text{设切线 } PE \text{ 的方程为 } y = k(x-1), \text{ 化简可得 } kx - y - k = 0$$

$$\text{由切线性质及点 } M \text{ 到直线距离公式可得 } \frac{|-2k - k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, \text{ 化简可得 } 8k^2 = 1$$

$$\text{即 } k = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{所以切线方程为 } \frac{\sqrt{2}}{4}x - y - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0 \text{ 或 } \frac{\sqrt{2}}{4}x + y - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$$

$$\text{所以当 } \vec{a} \text{ 变化时, } O \text{ 到直线 } PE \text{ 的最大值为 } m = \frac{\left| -\frac{\sqrt{2}}{4} \right|}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{4} \right)^2 + (\pm 1)^2}} = \frac{1}{3}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/817160116056006164>