2021-2022 学年上海市徐汇区九年级上学期数学期末试题及答案

一、选择题：（本大题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝5，AC＝4，则 sinA 的值为（　　）

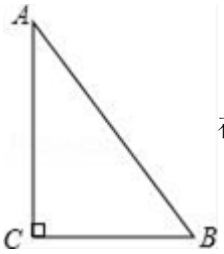
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据三角函数的定义就可以求解.

【详解】根据题意画出图形如图所示：



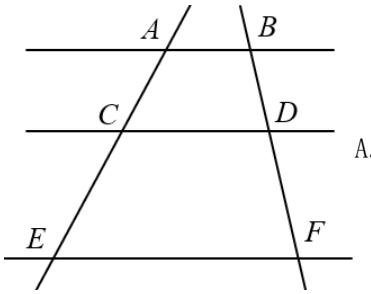
在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝5，AC＝4，

∴BC＝3．则 sinA＝$\frac{3}{5}$.

故选 A.

【点睛】考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比边.

2. 如图，已知 AB∥CD∥EF，BD:DF=2:3，那么下列结论中，正确的是（　　）



A. $CD:EF=2:5$　　B. $AB:CD=2:5$　　C. $AC:AE=2:5$　　D. $CE:EA=2:5$

【答案】C

【解析】

【分析】三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例，据此可得结论.【详解】解：

∵AB∥CD∥EF，BD：DF=2：3，

∴CD：EF 的值无法确定，故 A 选项错误；

AB：CD 的值无法确定，故 B 选项错误；

AC：AE=2：5，故 C 选项正确；

CE：EA=3：5，故 D 选项错误；

故选：C.

【点睛】本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例.

3. 无人机在空中点 A 处观察地面上的小丽所在位置 B 处的俯角是 50°，那么小丽在地面点 B 处观察空中点 A 处的仰角是（　　）

A. 40°　　B. 50°　　C. 60°　　D. 70°

【答案】B

【解析】

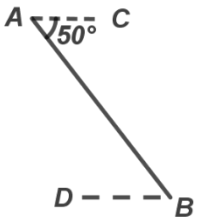
【分析】根据仰角是向上看的视线与水平线所成的角、俯角是向下看的视线与水平线所成的角以及平行线的性质求解即可.

【详解】解：如图，由题意，∠A=50°，AC∥BD，

∴∠B=∠A=50°，

故小丽在地面点 B 处观察空中点 A 处的仰角是 50°，

故选：B.



【点睛】本题考查仰角、俯角、平行线的性质，熟知仰角、俯角的概念是解答的关键.

4. 已知点 C 是线段 AB 的中点，下列结论中正确的是（　　）

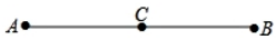
A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=0$　　C. $\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$　　D. $\left|\overrightarrow{CA}\right|=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{BA}\right|$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意画出图形，因为点 C 是线段 AB 的中点，所以根据线段中点的定义解答.

【详解】解：如图所示



∵点 C 是线段 AB 的中点

∴A、$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$，故错误；

B、$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$，故本选项正确；

C、$\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，故本选项错误；

D、$\left|\overrightarrow{CA}\right|=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{BA}\right|$，故本选项正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查线段的中点定义，难度不大，注意向量的方向及运算法则.

5. 下列对二次函数 $y=-2\left(x+1\right)^2+3$ 的图像的描述中，不正确的是（　　）

A. 抛物线开口向下　　B. 抛物线的对称轴是直线 $x=-1$

C. 抛物线与 y 轴的交点坐标是 $\left(0,3\right)$　　D. 抛物线的顶点坐标是 $\left(-1,3\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次函数的性质对各小题分析判断即可得解.

【详解】解：∵a=-2<0，∴抛物线的开口向下，故选项 A 正确，不符合题意；

∴对称轴为直线 x=-1，故选项 B 正确，不符合题意；

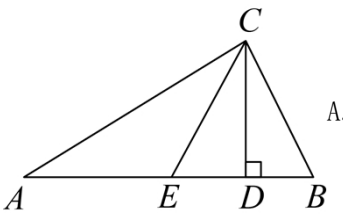
当 x=0 时，$y=-2\left(0+1\right)^2+3=-2+3=1$，即抛物线与 y 轴的交点坐标是 $\left(0,1\right)$，故选项 C 错误，符合题意；

顶点坐标为（-1，3），故选项 D 正确，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了二次函数的性质，主要利用了抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标. 熟练掌握二次函数的性质是解答本题的关键.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD、CE 分别是斜边 AB 上的高和中线，下列结论不一定成立的是（　　）



A. $\angle A=\angle DCB$　B. $\tan\angle ECB=\frac{CD}{AD}$　C. $CD^2=AD\cdot DB$

D. $BC^2=2DB\cdot EC$ 【答案】B

【解析】

【分析】根据$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，ÐB的余角相等即可判断A，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，即$EB=EC$，可得$\angle ECB=\angle B$，则$\tan\angle ECB=\tan B=\frac{CD}{DB}=\frac{AC}{CB}=\tan\angle DCA=\frac{AD}{CD}$，即可判断B选项，根据A选项可得$\tan A=\tan\angle DCB$，即$\frac{CD}{AD}=\frac{DB}{CD}$，即可判断C，根据$\sin A=\sin\angle DCB$，可得$\frac{BC}{AB}=\frac{DB}{BC}$，$EC=2AB$，即可判断D选项.

【详解】解：$\because\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，

$\therefore\angle B+\angle A=\angle B+\angle DCB=90°\therefore\angle A=\angle DCB$故A选项正确，不符合题意；

$\because$ CD、CE分别是斜边AB上的高和中线，

$\therefore EB=EC$，$\angle DCA+\angle A=90°,\angle B+\angle A=90°$

$\therefore\angle ECB=\angle B$，$\angle DCA=\angle B\therefore\tan\angle ECB=\tan B=\frac{CD}{DB}=\frac{AC}{CB}=\tan\angle DCA=\frac{AD}{CD}$

$\therefore\tan\angle ECB=\frac{AD}{CD}$故B选项不正确，符合题意；

$\because\angle A=\angle DCB\therefore\tan A=\tan\angle DCB$，即$\frac{CD}{AD}=\frac{DB}{CD}$，

$\therefore CD^2=AD\cdot DB$故C选项正确，不符合题意；

$\because\angle A=\angle DCB\therefore\sin A=\sin\angle DCB$，即$\frac{BC}{AB}=\frac{DB}{BC}$，

$\therefore BC^2=AB\cdot DB$又$EC=\frac{1}{2}AB$

$\therefore BC^2=2DB\cdot EC$故D选项正确，不符合题意.

故选B.【点睛】本题考查了三角形中线，高线，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，锐角三角函数，找出图中相等的角是解题的关键.

二、填空题：（本大题共12小题，每题4分，满分48分）

7. 计算：$2\vec{a}-\frac{1}{2}\left(\vec{a}-4\vec{b}\right)=$_____.

【答案】$\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}$

【解析】

【分析】根据向量的线性运算法则计算即可.

【详解】解：$2\vec{a}-\frac{1}{2}\left(\vec{a}-4\vec{b}\right)=2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}=\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}$，

故答案为：$\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}$.

【点睛】本题考查向量的线性运算，熟练掌握向量的线性运算法则是解答的关键.

8. 冬日暖阳，下午 4 点时分，小明在学校操场晒太阳，身高 1.5 米的他，在地面上的影长为 2 米，则此时高度为 9 米的旗杆在地面的影长为_____米.

【答案】12

【解析】

【分析】设高度为 9 米的旗杆在地面的影长为 x 米，根据同一时刻，物高与影长成比例解答即可.

【详解】解：设高度为 9 米的旗杆在地面的影长为 x 米，

根据题意，得：$\frac{2}{1.5}=\frac{x}{9}$，

解得：x=12，

∴高度为 9 米的旗杆在地面的影长为 12 米，

故答案为：12.

【点睛】本题考查相似三角形的应用，熟知同一时刻，物高与影长成比例是解答的关键.

9. 将抛物线 $y=2x^2+3$ 先向左平移 1 个单位，再向下平移 4 个单位后，所得抛物线的表达式是_____.

【答案】$y=2\left(x+1\right)^2-1$

【解析】

【分析】抛物线的平移规律：左加右减，上加下减，根据平移规律直接作答即可.

【详解】解：抛物线 $y=2x^2+3$ 先向左平移 1 个单位，再向下平移 4 个单位后，所得抛物线的表达式是：$y=2\left(x+1\right)^2+3-4$，即 $y=2\left(x+1\right)^2-1$，故答案为：$y=2\left(x+1\right)^2-1$

【点睛】本题考查的是抛物线的平移，掌握“抛物线的平移规律”是解本题的关键.

10. 如果点 A(2，y_1)，B(5，y_2)在二次函数 $y=x^2-2x+n$ 图像上，那么 y_1_____y_2（填＞、＝、＜）

【答案】＜

【解析】

【分析】题需先根据已知条件求出二次函数的图象的对称轴，再根据点 A、B 的横坐标的大小即可判断出 y_1 与 y_2 的大小关系.

【详解】解：∵二次函数 $y=x^2-2x+n$ 的图象的对称轴是直线 x=1，且 a=1>0，

在对称轴的右边 y 随 x 的增大而增大，

∵点 A（2，y_1）、B（5，y_2）是二次函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象上两点，

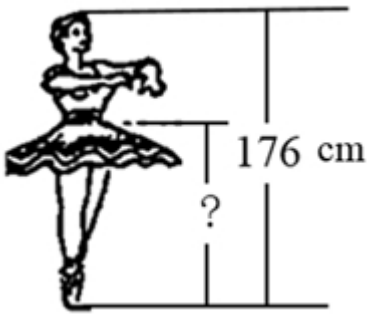
2＜5，

∴$y_1<y_2$.

故答案为：＜.

【点睛】本题主要考查了二次函数图象上点的坐标特征，在解题时要能灵活应用二次函数的图象和性质以及点的坐标特征是本题的关键.

11. 如图，某人跳芭蕾舞，踮起脚尖时显得下半身比上半身更修长. 若以裙子的腰节为分界点，身材比例正好符合黄金分割，已知从脚尖到头顶高度为 176cm，那么裙子的腰节到脚尖的距离为_____cm.（结果保留根号）



【答案】$\left(88\sqrt{5}-88\right)$##$\left(-88+88\sqrt{5}\right)$

【解析】

【分析】根据黄金分割的黄金数得腰节到脚尖的距离：脚尖到头顶距离=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$即可解答.

【详解】解：设腰节到脚尖的距离为 xcm，根据题意，得：$\frac{x}{176}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

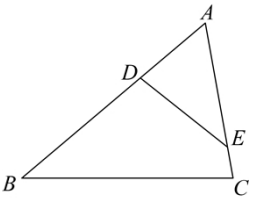
解得：$x=88\sqrt{5}-88$，

∴腰节到脚尖的距离为（$88\sqrt{5}-88$）cm，

故答案为：$88\sqrt{5}-88$.

【点睛】本题考查黄金分割，熟知黄金分割和黄金数$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$=较长线段：全线段是解答的关键.

12. 如图，$\triangle ABC$中，$AB=8$，$BC=7$，点D、E分别在边AB，AC上，已知$AE=4$，$\angle AED=\angle B$，则线段DE的长为_____.



【答案】$3.5\#\#\frac{7}{2}\#\#3\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】先证明$\triangle ADE\backsim\triangle ACB$,可得$\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC}$,再代入数据进行计算即可.

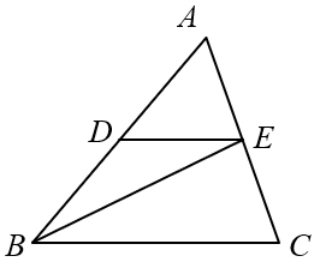
【详解】解：∵ $\angle AED=\angle B$，$\angle A=\angle A$,

$\therefore\triangle ADE\backsim\triangle ACB,\therefore\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC},$∵ $AB=8$，$BC=7$，$AE=4$，

$\therefore\frac{4}{8}=\frac{DE}{7},\therefore DE=3.5$,故答案为：3.5

【点睛】本题考查的是相似三角形的判定与性质，掌握“两个角对应相等的两个三角形相似”是解本题的关键.

13. 如图，BE是$\triangle ABC$的角平分线，过点E作$ED\parallel BC$交边AB于点D. 如果$AD=3$，$DE=2$，则BC的长度为_____.



【答案】$\frac{10}{3}\#\#3\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】先根据角平分线定义和平行线性质证得∠DBE=∠DEB，∠ADE=∠ABC，再根据等角对等边证得DE=BD，然后证明△ADE∽△ABC，利用相似三角形的性质求解即可.

【详解】解：∵BE是$\triangle ABC$的角平分线，

∴∠DBE=∠EBC，

∵ED∥BC，

∴∠EBC=∠DEB，∠ADE=∠ABC，

∴∠DBE=∠DEB，

∴BD=DE=2，

∴AB=AD+BD=5，

∵∠ADE=∠ABC，∠A=∠A，

∴△ADE∽△ABC，

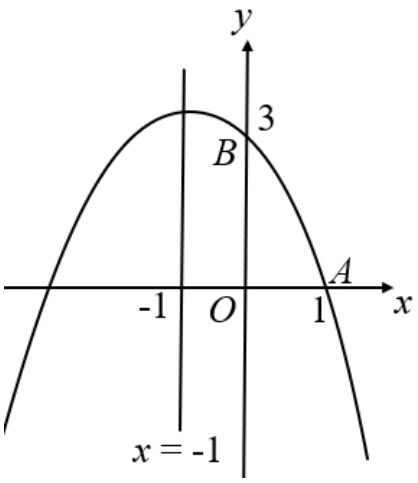
∴$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，即$\frac{3}{5}=\frac{2}{BC}$，

解得：$BC=\frac{10}{3}$，

故答案为：$\frac{10}{3}$.

【点睛】本题考查角平分线的定义、平行线的性质、等腰三角形的判定、相似三角形的判定与性质，熟练掌握等角对等边证明边相等和相似三角形的判定与性质是解答的关键.

14. 二次函数的图像如图所示，对称轴为直线$x=-1$，根据图中信息可求得该二次函数的解析式为_____.



【答案】y=－x^2－2x+3

【解析】

【分析】根据图象与 x、y 轴的交点坐标和对称轴，利用待定系数法求二次函数的解析式即可.

【详解】解：设该二次函数的解析式为 y=ax^2+bx+c（a≠0），

由图象知：当 x=1 时，y=0，当 x=0 时，y=3，又对称轴为直线 x=－1，

则$\begin{cases}a+b+c=0\\c=3\\-\dfrac{b}{2a}=-1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-1\\b=-2\\c=3\end{cases}$，

∴该二次函数的解析式为 y=－x²－2x+3，

故答案为：y=－x²－2x+3.

【点睛】本题考查二次函数的图象与性质、待定系数法求二次函数的解析式，熟练掌握待定系数法求二次函数的解析式是解答的关键.

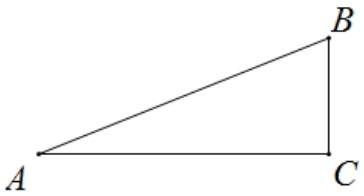
15. 小明同学逛书城，从地面一楼乘自动扶梯，随扶梯移动了 13 米，到达距离地面 5 米高的二楼，则该自动扶梯的坡度$i=$_____.

【答案】5：12

【解析】

【分析】先利用勾股定理求得水平距离，再利用坡度的知识即可求解.

【详解】解：如图，根据题意知：AB=13 米，BC=5 米，



∴AC=$\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(米)，

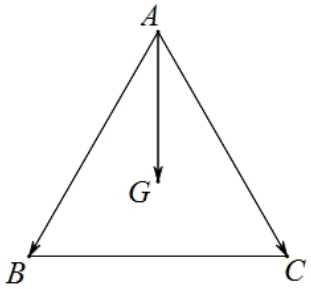
∴该自动扶梯的坡度$i=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{5}{12}$，

∴该自动扶梯的坡度为$i=$5：12，

故答案为：5：12.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，理解坡度的定义是解题的关键.

16. 如图，已知点 G 是等边△ABC的中心，记向量$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则向量$\overrightarrow{AG}=$_____.（用向量$x\vec{a}+x\vec{b}$的形式表示，其中 x、y 为实数）

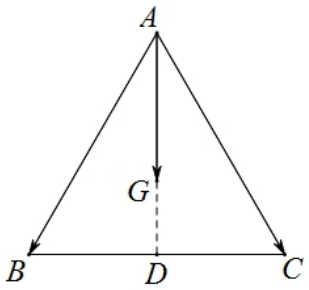


【答案】$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

【解析】

【分析】首先根据题意画出图形，由点 G 是等边△ABC 的中心，即可得 BD=CD=$\frac{1}{2}$BC，AG=$\frac{2}{3}$AD，然后利用三角形法则求得$\overrightarrow{BD}$的值，继而求得$\overrightarrow{AD}$与$\overrightarrow{AG}$的值.

【详解】解：∵点 G 是等边△ABC 的中心，



∴BD=CD=$\frac{1}{2}$BC，AG=$\frac{2}{3}$AD，

∵$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$，

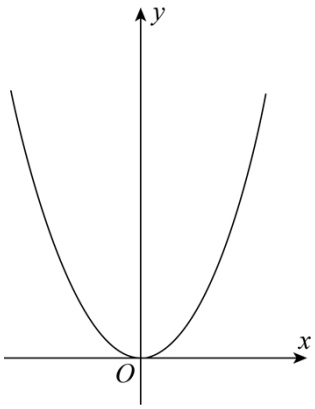
∴$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$，

∴$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{a}+\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$，∴$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$.

故答案为：$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$.

【点睛】本题考查了平面向量的知识．注意掌握三角形法则的应用，注意数形结合思想的应用.

17. 如图，已知点 A 是抛物线 $y=x^2$ 图像上一点，将点 A 向下平移 2 个单位到点 B，再把 A 绕点 B 顺时针旋转 120° 得到点 C，如果点 C 也在该抛物线上，那么点 A 的坐标是 _____.



【答案】（$-\sqrt{3}$，3）

【解析】

【分析】设 A（x，x^2），根据平移、旋转的性质求出 C 点坐标，代入抛物线求出 x，故可求解.

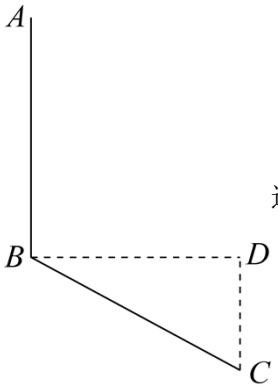
【详解】解：∵点 A 是抛物线 $y=x^2$ 图像上一点

故设 A（x，x^2），

∵将点 A 向下平移 2 个单位到点 B，

故 B（x，x^2-2）

∵把 A 绕点 B 顺时针旋转 120°得到点 C，如图，



过点 B 作 BD⊥AB 于 B，过点 C 作 CD⊥BD 于 D，

AB=BC=2，∠ABC=120°，∠ABD=90°，

∴∠DBC=30°故 CD=$\frac{1}{2}BC=1$，BD=$\sqrt{BC^2-CD^2}=\sqrt{3}$，

故 C（x+$\sqrt{3}$，x^2-3），

把 C（x+$\sqrt{3}$，x^2-3）代入 $y=x^2$，

∴$x^2-3=(x+\sqrt{3})^2$，

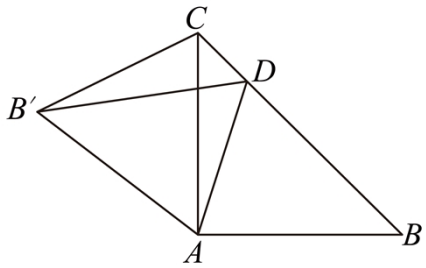
解得 x=$-\sqrt{3}$

∴A（-$\sqrt{3}$，3）

故答案为：（$-\sqrt{3}$，3）.

【点睛】此题主要考查二次函数与几何综合，解题的关键是熟知坐标与函数的关系、平移与旋转的特点及直角三角形的性质.

18. 如图，在 Rt△ABC 中，∠CAB=90°，AB=AC，点 D 为斜边 BC 上一点，且 BD=3CD，将△ABD 沿直线 AD 翻折，点 B 的对应点为 B′，则 sin∠CB′D=_____.



【答案】$\frac{\sqrt{10}}{10}$ ## $\frac{1}{10}\sqrt{10}$

【解析】

【分析】先证明 A、B′、C、D 四点共圆，推出∠CB′D=∠CAD，过点 D 作 DE⊥AC 于点 E，利用平行线分线段成比例定理得到 AE=3CE，由勾股定理得到 AD=$\sqrt{10}a$，再由正弦函数即可求解.

【详解】解：∵∠CAB=90°，AB=AC，

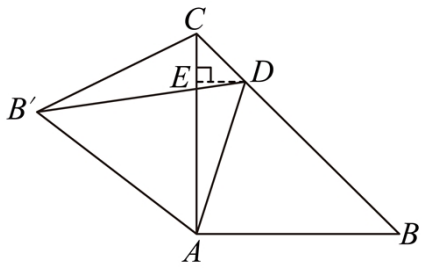
∴∠ACB=∠B=45°，

由折叠的性质得∠AB′D=∠B=45°，

∴∠AB′D=∠ACD=45°，

∴A、B′、C、D 四点共圆，

∴∠CB′D=∠CAD，过点 D 作 DE⊥AC 于点 E，



∵∠CAB=90°，

∴DE∥AB，

∵BD=3CD，

∴AE=3CE，

∵∠ACB=45°，

∴△DEC 是等腰直角三角形，

∴DE=CE，

设 DE=CE=a，则 AE=3CE=3a，

在 Rt△ADE 中，AD=$\sqrt{DE^2+AE^2}=\sqrt{a^2+(3a)^2}=\sqrt{10}a$，

∴sin∠CB′D= sin∠CAD=$\frac{DE}{AD}=\frac{a}{\sqrt{10}a}=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{10}}{10}$.

【点睛】本题考查了圆内接四边形的知识，正弦函数，折叠的性质以及勾股定理，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

三、解答题：（本大题共 7 小题，满分 78 分）

19. 计算：$\frac{\sin 60°+3\tan 30°\cdot\cos 60°}{1-2\cot 45°+\cot 30°}$.

【答案】$\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【分析】根据特殊角的锐角三角函数值进行计算即可.

【详解】解：$\frac{\sin 60°+3\tan 30°\cdot\cos 60°}{1-2\cot 45°+\cot 30°}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}}{1-2\times1+\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ 【点睛】本题考查了特殊角的三角函数值的混合运算，牢记特殊角的三角函数值是解题的关键.

20. 二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 的取值与函数 y 的值列表如下：

x	…	- 2	- 1	0	…	2	3	4	…
$y=f(x)$	…	- 5	0	3	…	3	0	- 5	…

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/818001014066006111