考试备考资料

（习题试卷、考点）

2022年高二数学上册常考题专练重难点突破专题13　直线与圆锥曲线的位置关系中的常见问题及求解策略

直线与圆锥曲线的位置关系，主要涉及判定直线与圆锥曲线的交点个数、求弦长、求最值等问题，它是圆锥曲线的定义、性质与直线的基础知识的综合应用，涉及数形结合、函数与方程、分类讨论等数学思想方法.

题型一　交点个数问题

1.若直线 $l:mx+ny=4$ 和圆 $O:x^2+y^2=4$ 没有交点,则过点 (m,n) 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的交点个数为(　)

A．0个　　B．至多有一个　　C．1个　　D．2个

2．直线 $y=x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$(　　)

A．没有交点　　B．只有一个交点　　C．有两个交点　　D．有三个交点

3．直线 $y=kx+m$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的交点个数最多为(　　)

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

4．给定四条曲线：①$x^2+y^2=\frac{5}{2}$，②$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，③$x^2+\frac{y^2}{4}=1$，④$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，其中与直线 $x+y-\sqrt{5}=0$ 仅有一个交点的曲线是(　　)

A．①②③　　B．②③④　　C．①②④　　D．①③④

5．直线 $l:y=-x+4$ 与曲线 $\frac{y^2}{16}+\frac{x\cdot|x|}{9}=1$ 交点的个数为(　　)

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

6．给定四条曲线中与直线 $x+y-\sqrt{5}=0$ 仅有一个交点的曲线是(　　)

A．$x^2+y^2=\frac{5}{2}$　　B．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$　　C．$x^2+\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}+y^2=1$

7．直线 $y=2x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 交点的个数为____.

题型二　与位置关系有关的求参问题

8．直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=1$ 没有交点，则 k 的取值范围为(　　)

A．$[\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty)$　　B．$(2,+\infty)$　　C．$[\sqrt{3},+\infty)$　　D．$(0,\sqrt{3})$

9．在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线与圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 没有交点，则双曲线离心率的取值范围是____.

10．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 F，若过点 F 且倾斜角为 $60°$ 的直线与双曲线左支有且只有一个交点，则此双曲线的离心率的取值范围是(　　)

A．$(1，2]$　　B．$[2，+\infty)$　　C．$(1,2)$　　D．$(2,+\infty)$

11．若抛物线 $y^2=4x$ 的准线与曲线 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1(y..0)$ 只有一个交点，则实数 a 的取值范围是____.

12．若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 与直线 $3x+y=0$ 没有交点，则双曲线离心率的取值范围为(　　)

A．$(0,\sqrt{10})$　　B．$(1,\sqrt{10})$　　C．$(1，\sqrt{10}]$　　D．$(\sqrt{10}，+\infty)$

13．过点（1，2）且与双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 没有交点的直线 l 斜率的取值范围是（　　）

A．（2，+∞）　　B．[2，+∞）　　C．[﹣2，2]　　D．[﹣2，+∞）

14．若线段 $x+y=1(-1,, x,, 1)$ 与椭圆 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=k(k>0)$ 没有交点，则实数 k 的取值范围是_____.

15．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 P 在双曲线 C 的右支上，$|OP|=|OF_2|$（O 为坐标原点）．若直线 PF_2 与 C 的左支有交点，则 C 的离心率的取值范围为 ____.

16．已知曲线 $C:x^2-y^2=1$ 及直线 $l:y=kx-1$.

（1）若 l 与 C 左支交于两个不同的交点，求实数 k 的取值范围；

（2）若 l 与 C 交于 A 、 B 两点， O 是坐标原点，且 ΔAOB 的面积为 $\sqrt{2}$ ，求实数 k 的值.

17．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 P 到两点 $M(\sqrt{3},0)$，$N(-\sqrt{3},0)$ 的距离之和等于 4，设点 P 的轨迹为曲线 C．

（1）求曲线 C 的方程；

（2）若直线 $y=kx+2$ 与曲线 C 有公共点，求实数 k 的取值范围．

题型三　与中点弦有关问题

18．（1）若双曲线的一条渐近线方程为 $2x+3y=0$，且两顶点间的距离为 6，求该双曲线方程．

（2）一组平行直线 $y=2x+b$ 与椭圆 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$ 相交，求弦的中点的轨迹方程．

19．已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{7}=1$ 的长轴两端点为双曲线的焦点，且双曲线的离心率为 $\frac{3}{2}$．

（1）求双曲线的标准方程；

（2）若斜率为 1 的直线交双曲线于 A，B 两点，线段 AB 的中点的横坐标为 $4\sqrt{2}$，求直线的方程．

20．直线 $l:y=2x-p$ 与抛物线 $M:y^2=2px(p>0)$ 交于 A，B 两点，且 $|AB|=5$．

（1）证明 l 经过 M 的焦点，并求 p 的值；

（2）若直线 l' 与 M 交于 C，D 两点，且弦 CD 的中点的纵坐标为 -3，求 l' 的斜率．

21．已知点 $A(-1,0)$， $B(1,0)$，直线 AM ， BM 相交于 M ，且它们的斜率之积为 2．

（1）求动点 M 的轨迹方程；

（2）若过点 $N(\frac{1}{2},1)$ 的直线 l 交点 M 的轨迹于 C ， D 两点，且 N 为线段 CD 的中点，求直线 l 的方程．

22．设 A ， B 为双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 上的两点， AB 中点为 $M(1,2)$，求

（1）直线 AB 的方程；

（2） ΔOAB 的面积 (O 为坐标原点)．

题型四　与弦长有关的问题

23．若双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线被圆 $(x-3)^2+y^2=4$ 所截得的弦长为 2，则 C 的离心率为 (　　)

A．2　　B．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

24．椭圆 $x^2+4y^2=16$ 被直线 $y=\frac{1}{2}x+1$ 截得的弦长为____．

25．已知 F_1， F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，$|F_1F_2|=2$，过椭圆左焦点且斜率为 2 的直线交椭圆于 A ， B 两点，若 $S_{\triangle ABF_2}=4$，则弦长 $|AB|=$____．

26．过抛物线 $\Sigma: y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交抛物线 Σ 于两点 P_1，P_2，线段 P_1P_2 的中点为 P．

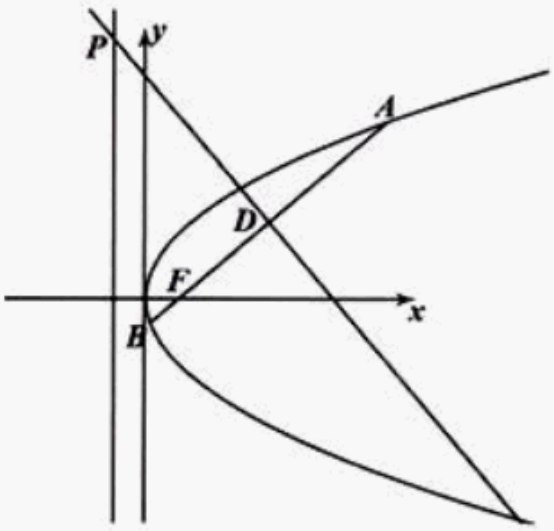
（1）求动点 P 的轨迹 Γ 的方程；

（2）经过坐标原点 O 的直线 l 与轨迹 Γ 交于 A，B 两点，与抛物线 Σ 交于 C 点 $(C\neq 0)$，若 $|OC|=6|AB|$，求直线 l 的方程．

27．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上横坐标为 4 的点 M 到焦点 F 的距离为 5．

（Ⅰ）求 p 的值；

（Ⅱ）如图，已知 AB 为抛物线上过焦点 F 的任意一条弦，弦 AB 的中点为 D，DP 垂直 AB 与抛物线准线交于点 P，若 $|PD|=|AB|$，求直线 AB 的方程．



专题 13　直线与圆锥曲线的位置关系中的常见问题及求解策略

直线与圆锥曲线的位置关系，主要涉及判定直线与圆锥曲线的交点个数、求弦长、求最值等问题，它是圆锥曲线的定义、性质与直线的基础知识的综合应用，涉及数形结合、函数与方程、分类讨论等数学思想方法．

题型一　交点个数问题

1．若直线 $l: mx+ny=4$ 和圆 $O: x^2+y^2=4$ 没有交点，则过点 (m,n) 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的交点个数为（　　）

A．0 个　　B．至多有一个　　C．1 个　　D．2 个

【解答】解：由题意可得：$\frac{|0+0-4|}{\sqrt{m^2+n^2}}>2$，即 $m^2+n^2<4$，

$\therefore$ 点 $P(m,n)$ 是在以原点为圆心，2 为半径的圆内的点，

$\because$ 椭圆的长半轴 3，短半轴为 2，

$\therefore$ 圆 $m^2+n^2=4$ 内切于椭圆，

$\therefore$ 点 P 是椭圆内的点，

$\therefore$ 过点 $P(m,n)$ 的一条直线与椭圆的公共点数为 2，

故选：D．

2．直线 $y=x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$(　　)

A．没有交点　　B．只有一个交点　　C．有两个交点　　D．有三个交点

【解答】解：当 $x\geq 0$ 时，曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 方程可化为：$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{4}=1\ldots①$

将 $y=x+3$ 代入①得：$5x^2-24x=0$，解得 $x=0$ 或，$x=\frac{24}{5}$，

即此时直线 $y=x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 有两个交点；

当 $x<0$ 时，曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 方程可化为：$\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{4}=1\ldots①$

将 $y=x+3$ 代入①得：$13x^2+24x=0$，解得 $x=0$（舍去）或，$x=-\frac{24}{13}$，

即此时直线 $y=x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 有一个交点；

综上所述直线 $y=x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 有三个交点

故选：D．

3．直线 $y=kx+m$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的交点个数最多为(　　)

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【解答】解：直线与双曲线的渐近线平行时，直线与双曲线只有一个的交点，与双曲线的渐近线不平行时有 2 个交点．

故选：B．

4．给定四条曲线：①$x^2+y^2=\frac{5}{2}$，②$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，③$x^2+\frac{y^2}{4}=1$，④$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，其中与直线 $x+y-\sqrt{5}=0$ 仅有一个交点的曲线是(　　)

A．①②③　　B．②③④　　C．①②④　　D．①③④

【解答】解：分析选择支可知，四条曲线中有且只有一条曲线不符合要求，故可考虑找不符合条件的曲线从而筛选，而在四条曲线中②是一个面积最大的椭圆，故可先看②，显然直线和曲线 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 是相交的，因为直线上的点 $(\sqrt{5}，0)$ 在椭圆内，对照选项故选 D .

5．直线 $l:y=-x+4$ 与曲线 $\frac{y^2}{16}+\frac{x\cdot|x|}{9}=1$ 交点的个数为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

【解答】解：若 $x..0$，由 $\begin{cases}y=-x+4\\ \frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{9}=1\end{cases}$，可得 $25x^2-72x=0$，

解得 $x=0$ 或 $x=\frac{72}{25}$，均满足题意，

所以直线与半椭圆有两个交点；

若 $x<0$，由 $\begin{cases}y=-x+4\\ \frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1\end{cases}$，可得 $25x^2+72x=0$，

解得 $x=-\frac{72}{25}$，满足题意，

所以直线与半双曲线有一个交点．

综上所述，直线 $l:y=-x+4$ 与曲线 $\frac{y^2}{16}+\frac{x\cdot|x|}{9}=1$ 交点的个数为 3 个．

故选： B .

6．给定四条曲线中与直线 $x+y-\sqrt{5}=0$ 仅有一个交点的曲线是（　　）

A．$x^2+y^2=\frac{5}{2}$　　B．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$　　C．$x^2+\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}+y^2=1$

【解答】解：圆心 $(0,0)$ 到直线 $x+y-\sqrt{5}=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ 等于半径，故 A 满足题意．

联立方程 $\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\\ x+y-\sqrt{5}=0\end{cases}$，整理得，$13x^2-18\sqrt{5}x+9=0$．$\triangle\neq0$，故 B 不满足题意．

联立方程 $\begin{cases}x^2+\frac{y^2}{4}=1\\ x+y-\sqrt{5}=0\end{cases}$．整理得，$5x^2-2\sqrt{5}x+1=0$．$\triangle=0$，故 C 满足题意．

联立方程 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+y^2=1\\ x+y-\sqrt{5}=0\end{cases}$，整理得，$5x^2-8\sqrt{5}x+16=0$，$\triangle=0$．故 D 满足题意．

故选： ACD .

7．直线 $y=2x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 交点的个数为__2__.

【解答】解：当 $x>0$ 时，曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 方程化为 $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{4}=1$，双曲线的渐近线方程为：

$y=\pm\frac{3}{2}x$，

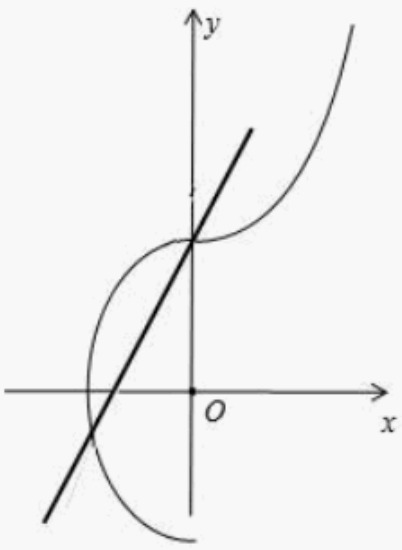
与直线 $y=2x+3$ 没有交点.

当 $x\geq 0$，曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 方程化为 $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{4}=1$，直线 $y=2x+3$ 过 $(-\frac{3}{2}, 0)$，$(0,3)$，

所以当 $x\geq 0$ 时，直线 $y=2x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 的交点个数为 2 个.

所以，直线 $y=2x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 的交点个数共 2 个.

故答案为：2.



题型二　与位置关系有关的求参问题

8．直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=1$ 没有交点，则 k 的取值范围为(　　)

A．$[\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$　　B．$(2,+\infty)$　　C．$[\sqrt{3}, +\infty)$　　D．$(0,\sqrt{3})$

【解答】解：双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=1$ 的渐近线方程为：$y=\pm\sqrt{3}x$，

根据双曲线的性质可知直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=1$ 没有交点，满足 $k\geq\sqrt{3}$.

故选： C .

9．在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线与圆

$x^2+y^2-6y+5=0$ 没有交点，则双曲线离心率的取值范围是__$(1,\frac{3}{2})$__.

【解答】解：∵双曲线渐近线为 $bx\pm ay=0$，与圆 $x^2+(y-3)^2=4$ 没有公共点，

∴圆心到渐近线的距离大于半径，即 $\frac{3a}{\sqrt{a^2+b^2}}>2$，

$\therefore 9a^2>4c^2$，

由 $e=\frac{c}{a}<\frac{3}{2}$.

$\therefore 1<e<\frac{3}{2}$.

故答案为：$(1,\frac{3}{2})$.

10．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 F，若过点 F 且倾斜角为 $60°$ 的直线与双曲线左支有且只有一个交点，则此双曲线的离心率的取值范围是(　　)

A．$(1，2]$　　B．$[2，+\infty)$　　C．$(1,2)$　　D．$(2,+\infty)$

【解答】解：已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，

若过点 F 且倾斜角为 $60°$ 的直线与双曲线的左支有且只有一个交点，

则该直线的斜率的绝对值小于等于渐近线的斜率 $\frac{b}{a}$，

$\therefore \frac{b}{a}\geq\sqrt{3}$，离心率 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2}\geq 4$，

$\therefore e\geq 2$，

故选：B.

11．若抛物线 $y^2=4x$ 的准线与曲线 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1(y\geq 0)$ 只有一个交点，则实数 a 的取值范围是

$(-\infty,0)\bigcup[1，+\infty)$__.

【解答】解：根据题意得抛物线 $y^2=4x$ 的准线为 $x=-1$，

当 $a>0$ 时，曲线 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1(y\geq 0)$ 为椭圆在 x 轴及上方一部分，

所以 $-\sqrt{a}\leq x\leq\sqrt{a}$，

因为抛物线 $y^2=4x$ 的准线与曲线 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1(y\geq 0)$ 只有一个交点，

所以 $-\sqrt{a}\leq -1$，解得 $a\geq 1$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/818031063133007003