

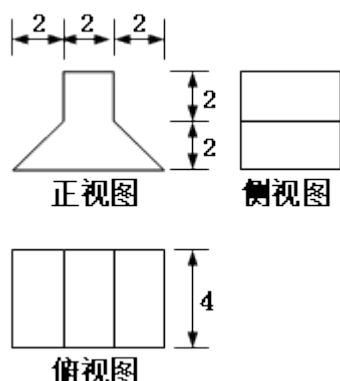
天津市北辰区 2024-2025 学年高三下学期第一次质量调查数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若某几何体的三视图(单位:cm)如图所示, 则此几何体的体积是 ()



- A. 36 cm^3 B. 48 cm^3 C. 60 cm^3 D. 72 cm^3

2. 已知集合 $A = \left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$, $B = \{x \mid -1 < x < 0\}$ 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x \mid x < 0\}$ B. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$
- C. $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\right\}$ D. $\{x \mid x > -1\}$

3. 已知复数 $z = \frac{2i}{1+i}$, 则 $|z| =$ ()

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

4. 已知复数 z 满足 $(1-i)z = 4i$, 则 $|z| =$ ()

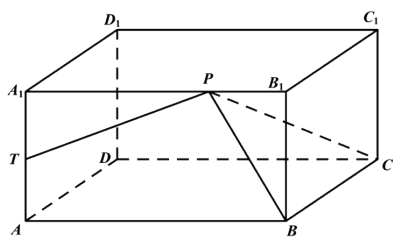
- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. 3

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是线段 BC 上任意一点, $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BM} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

6. 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB = 3AA_1 = 6$, $\overrightarrow{A_1P} = 2\overrightarrow{PB_1}$, 点 T 在棱 AA_1 上, 若 $TP \perp$ 平面 PBC . 则

$\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{B_1B} =$ ()



- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

7. 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别是 a, b, c , 若 $a=3, b=4, \angle C=120^\circ$, 则 $c=$ ()

- A. 37 B. 13 C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{37}$

8. 已知复数 $z = \frac{2}{1+i}$, 其中 i 为虚数单位, 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

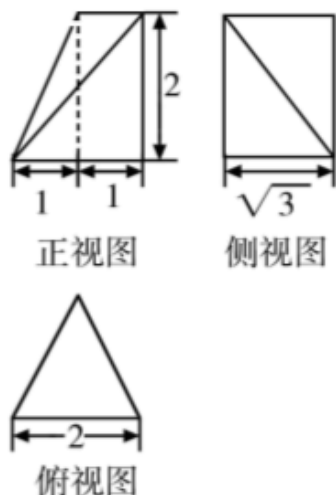
9. 已知命题 $P: \forall x \in R, \sin x \leq 1$, 则 $\neg P$ 为()

- A. $\exists x_0 \in R, \sin x_0 \geq 1$ B. $\forall x \in R, \sin x \geq 1$
C. $\exists x_0 \in R, \sin x_0 > 1$ D. $\forall x \in R, \sin x > 1$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} kx-1, & x > 0, \\ -\ln(-x), & x < 0, \end{cases}$ 若函数 $f(x)$ 的图象上关于原点对称的点有 2 对, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, +\infty)$ D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

11. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的最长棱的长为 ()



- A. $2\sqrt{5}$ B. 4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_1 的直线与椭圆交于 P, Q 两点. 若 $\triangle PF_2Q$

的内切圆与线段 PF_2 在其中点处相切，与 PQ 相切于点 F_1 ，则椭圆的离心率为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图是一个算法的伪代码，运行后输出 b 的值为_____.

```

a ← 0
b ← 1
l ← 2
While l ≤ 6
    a ← a + b
    b ← a + b
    l ← l + 2
End While
Print b

```

14. 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=4$ ， $AA_1=2\sqrt{3}$.若 M 是侧面 BCC_1B_1 内的动点，且 $AM \perp MC$ ，则 A_1M 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的最大值为_____.

15. 将一个半径适当的小球放入如图所示的容器最上方的入口处，小球将自由下落.小球在下落的过程中，将 3 次遇到黑色障碍物，最后落入 A 袋或 B 袋中.已知小球每次遇到黑色障碍物时，向左、右两边下落的概率都是 $\frac{1}{2}$ ，则小球落入 A 袋中的概率为_____.



16. 已知复数 $z=(i-2)^2$ (i 为虚数单位)，则 z 的共轭复数是_____， $|z|$ =_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 为迎接 2022 年冬奥会，北京市组织中学生开展冰雪运动的培训活动，并在培训结束后对学生进行了考核. 记 X 表示学生的考核成绩，并规定 $X \geq 85$ 为考核优秀. 为了了解本次培训活动的效果，在参加培训的学生中随机抽取了 30 名学生的考核成绩，并作成如下茎叶图：



(I) 从参加培训的学生中随机选取 1 人，请根据图中数据，估计这名学生考核优秀的概率；

(Ⅱ) 从图中考核成绩满足 $X \in [80, 89]$ 的学生中任取 2 人，求至少有一人考核优秀的概率；

(Ⅲ) 记 $P(a \leq X \leq b)$ 表示学生的考核成绩在区间 $[a, b]$ 的概率，根据以往培训数据，规定当 $P\left(\left|\frac{x-85}{10}\right| \leq 1\right) \geq 0.5$ 时

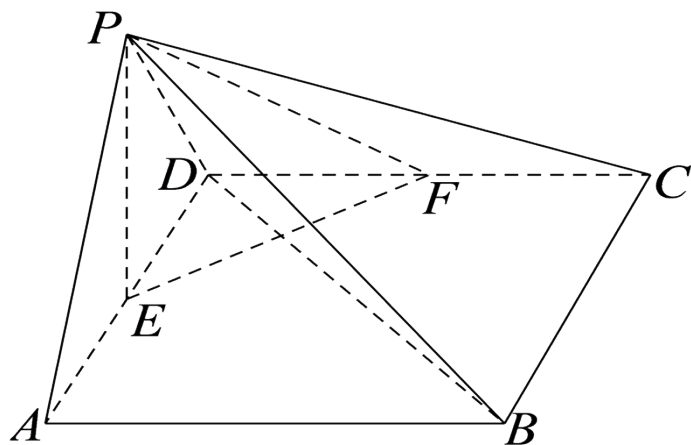
培训有效。请根据图中数据，判断此次中学生冰雪培训活动是否有效，并说明理由。

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 5$, $a_{n+1} + 2 = 2a_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $b_n = n(2a_n - 4)$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\triangle PAD$ 为正三角形，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, E, F 分别是 AD, CD 的中点.



(1) 证明: $BD \perp$ 平面 PEF

(2) 若 $\angle BAD = 60^\circ$ ，求二面角 $B-PD-A$ 的余弦值.

20. (12 分) 某芯片公司为制定下一年的研发投入计划，需了解年研发资金投入量 x (单位: 亿元) 对年销售额 y (单位: 亿元) 的影响. 该公司对历史数据进行对比分析，建立了两个函数模型: ① $y = a + bx^2$, ② $y = e^{ax+bx}$, 其中 a, b, c, d 均为常数, e 为自然对数的底数.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问: <https://d.book118.com/818042122056006132>

