

山东省东营市重点中学 2023-2024 学年高三 2 月高考模拟考试试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线经过圆 $E: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 的圆心，则双曲线 C 的离心率为 ()

心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

2. 已知 i 是虚数单位，则 $(2+i)i = ()$

- A. $1+2i$ B. $-1+2i$ C. $-1-2i$ D. $1-2i$

3. 甲在微信群中发了一个 6 元“拼手气”红包，被乙、丙、丁三人抢完，若三人均领到整数元，且每人至少领到 1 元，则乙获得“最佳手气”(即乙领到的钱数多于其他任何人)的概率是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

4. 数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_{n+2} + a_n = a_{n+1}$ ， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， S_n 为其前 n 项和，则 $S_{2019} = ()$

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 4

5. 已知 i 为虚数单位，则 $\frac{2+3i}{(1-2i)i} = ()$

- A. $\frac{7}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $\frac{7}{5} - \frac{4}{5}i$ C. $\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$ D. $\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的正项等比数列，若 a_m 、 a_n 满足 $2a_n < a_m < 1024a_n$ ，则 $(m-1)^2 + n$ 的最小值为 ()

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 10

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和， $a_6 + a_3 - a_5 = 3$ ，则 $S_7 = ()$

- A. 42 B. 21 C. 7 D. 3

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_{25} = 50$ ，则 $a_{11} + a_{15} = ()$

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 2

9. 已知向量 $\vec{a} = (-m, 4)$ ， $\vec{b} = (m, 1)$ (其中 m 为实数)，则“ $m = 2$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F ，若双曲线 C 的一条渐近线的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ ，且点 F 到该渐近线的距离为 $\sqrt{3}$ ，则双曲线 C 的实轴的长为

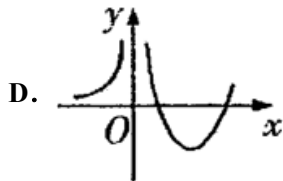
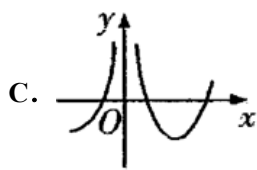
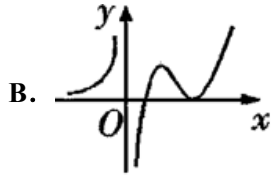
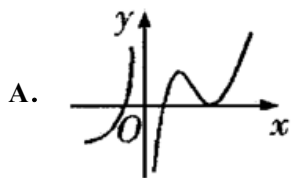
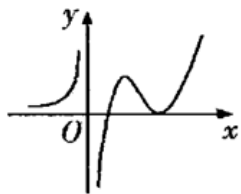
A. 1

B. 2

C. 4

D. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

11. 设函数 $f(x)$ 在定义域内可导， $y = f(x)$ 的图象如图所示，则导函数 $y = f'(x)$ 的图象可能为 ()



12. 已知集合 $M = \{y \mid y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x \mid y = \lg(2x - x^2)\}$ ，则 $M \cap N$ 为 ()

A. $(1, +\infty)$

B. $(1, 2)$

C. $[2, +\infty)$

D. $[1, +\infty)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 动点 P 到直线 $x = -1$ 的距离和他到点 $F(1, 0)$ 距离相等，直线 AB 过 $(4, 0)$ 且交点 P 的轨迹于 A, B 两点，则以 AB 为直径的圆必过_____.

14. 已知平面向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$ ，且 $|\vec{a} + \vec{b}| = 1$ ，则 $3\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值是_____.

15. 已知 a, b 为正实数，直线 $x + y + 1 = 0$ 截圆 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 所得的弦长为 $2\sqrt{2}$ ，则 $\frac{a+1}{ab}$ 的最小值为_____.

16. 在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -8 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{t}{2} \end{cases}$ (t 为参数)，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3s^2 \\ y = 2\sqrt{3}s \end{cases}$ (s

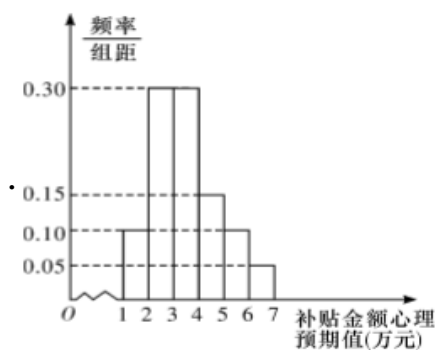
为参数).

(1) 求直线 l 和曲线 C 的普通方程;

(2) 设 P 为曲线 C 上的动点, 求点 P 到直线 l 距离的最小值及此时 P 点的坐标.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 购买一辆某品牌新能源汽车, 在行驶三年后, 政府将给予适当金额的购车补贴. 某调研机构对拟购买该品牌汽车的消费者, 就购车补贴金额的心理预期值进行了抽样调查, 其样本频率分布直方图如图所示



(1) 估计拟购买该品牌汽车的消费群体对购车补贴金额的心理预期值的方差 (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(2) 将频率视为概率, 从拟购买该品牌汽车的消费群体中随机抽取 4 人, 记对购车补贴金额的心理预期值高于 3 万元的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望;

(3) 统计最近 5 个月该品牌汽车的市场销售量, 得其频数分布表如下:

月份	2018.11	2018.12	2019.01	2019.02	2019.03
销售量 (万辆)	0.5	0.6	1.0	1.4	1.7

试预计该品牌汽车在 2019 年 4 月份的销售量约为多少万辆?

附: 对于一组样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别

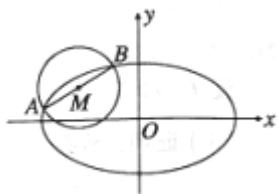
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

18. (12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的半焦距为 c , 原点 O 到经过两点 $(c, 0)$, $(0, b)$ 的直线的距离为

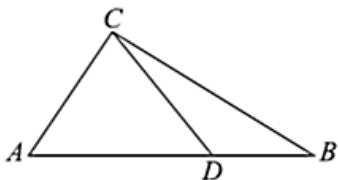
$$\frac{1}{2}c.$$

(I) 求椭圆 E 的离心率;

(II) 如图, AB是圆 $M: (x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ 的一条直径, 若椭圆E经过A, B两点, 求椭圆E的方程.



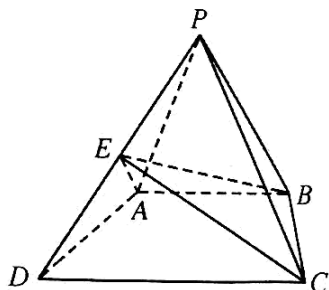
19. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 点D在线段AB上.



(1) 若 $\cos \angle CDB = -\frac{1}{3}$, 求CD的长;

(2) 若 $AD = 2DB$, $\sin \angle ACD = \sqrt{7} \sin \angle BCD$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $CD = 2AB = 4$, $AD = \sqrt{2}$, $\triangle PAB$ 为等腰直角三角形, $PA = PB$, 平面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$, E 为 PD 的中点.



(1) 求证: $AE \parallel$ 平面 PBC ;

(2) 若平面 EBC 与平面 PAD 的交线为 l , 求二面角 $P-l-B$ 的正弦值.

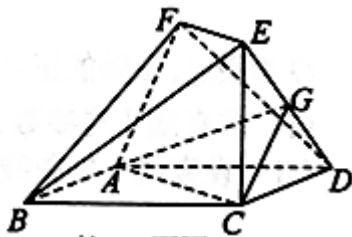
21. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = b \sin \varphi \end{cases}$ ($a > b > 0$, φ 为参数), 在以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 是圆心在极轴上, 且经过极点的圆. 已知曲线 C_1 上的点 $M\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 对应的

参数 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 射线 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 与曲线 C_2 交于点 $D\left(1, \frac{\pi}{3}\right)$.

(1) 求曲线 C_1 , C_2 的直角坐标方程;

(2) 若点 A, B 为曲线 C_1 上的两个点且 $OA \perp OB$, 求 $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ 的值.

22. (10分) 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $EF \parallel AC$, $EF = 1$, $\angle ABC = 60^\circ$, $CE \perp$ 平面 $ABCD$, $CE = \sqrt{3}$, $CD = 2$, G 是 DE 的中点.



(I) 求证: 平面 $ACG \parallel$ 平面 BEF ;

(II) 求直线 AD 与平面 ABF 所成的角的正弦值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

求出圆心, 代入渐近线方程, 找到 a 、 b 的关系, 即可求解.

【详解】

解: $E(-1, 2)$,

$$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0) \text{ 一条渐近线 } y = -\frac{b}{a}x$$

$$2 = -\frac{b}{a} \times (-1), \quad 2a = b$$

$$c^2 = a^2 + b^2, \quad c^2 = a^2 + (2a)^2, \quad e = \sqrt{5}$$

故选: B

【点睛】

利用 a 、 b 的关系求双曲线的离心率, 是基础题.

2、B

【解析】

根据复数的乘法运算法则, 直接计算, 即可得出结果.

【详解】

$$(2+i)i = 2i - 1 = -1 + 2i.$$

故选 B

【点睛】

本题主要考查复数的乘法，熟记运算法则即可，属于基础题型。

3、B

【解析】

将所有可能的情况全部枚举出来，再根据古典概型的方法求解即可。

【详解】

设乙、丙、丁分别领到 x 元、 y 元、 z 元，记为 (x, y, z) ，则基本事件有 $(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3),$

$(2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (2, 2, 2)$ ，共 10 个，其中符合乙获得“最佳手气”的有 3 个，故所求概率为 $\frac{3}{10}$ ，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了枚举法求古典概型的方法，属于基础题型。

4、D

【解析】

用 $n+1$ 去换 $a_{n+2} + a_n = a_{n+1}$ 中的 n ，得 $a_{n+3} + a_{n+1} = a_{n+2}$ ，相加即可找到数列 $\{a_n\}$ 的周期，再利用

$S_{2019} = 336S_6 + a_1 + a_2 + a_3$ 计算。

【详解】

由已知， $a_{n+2} + a_n = a_{n+1}$ ①，所以 $a_{n+3} + a_{n+1} = a_{n+2}$ ②，①+②，得 $a_{n+3} = -a_n$ ，

从而 $a_{n+6} = a_n$ ，数列是以 6 为周期的周期数列，且前 6 项分别为 1, 2, 1, -1, -2, -1，所以 $S_6 = 0$ ，

$S_{2019} = 336(a_1 + a_2 + \dots + a_6) + a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 1 + 2 + 1 = 4$ 。

故选：D.

【点睛】

本题考查周期数列的应用，在求 S_{2019} 时，先算出一个周期的和即 S_6 ，再将 S_{2019} 表示成 $336S_6 + a_1 + a_2 + a_3$ 即可，本题是一道中档题。

5、A

【解析】

根据复数乘除运算法则，即可求解.

【详解】

$$\frac{2+3i}{(1-2i)i} = \frac{2+3i}{2+i} = \frac{(2+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{7}{5} + \frac{4}{5}i.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查复数代数运算，属于基础题.

6、B

【解析】

利用等比数列的通项公式和指数幂的运算法则、指数函数的单调性求得 $1 < m - n < 10$ 再根据此范围求 $(m-1)^2 + n$ 的最小值.

【详解】

Q 数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的正项等比数列， a_m 、 a_n 满足 $2a_n < a_m < 1024a_n$ ，

由等比数列的通项公式得 $2a_1 \cdot 2^{n-1} < a_1 \cdot 2^{m-1} < 1024a_1 \cdot 2^{n-1}$ ，即 $2^n < 2^{m-1} < 2^{n+9}$ ，

$\therefore 2 < 2^{m-n} < 2^{10}$ ，可得 $1 < m - n < 10$ ，且 m 、 n 都是正整数，

求 $(m-1)^2 + n$ 的最小值即求在 $1 < m - n < 10$ ，且 m 、 n 都是正整数范围下求 $m-1$ 最小值和 n 的最小值，讨论 m 、 n 取值.

\therefore 当 $m=3$ 且 $n=1$ 时， $(m-1)^2 + n$ 的最小值为 $(3-1)^2 + 1 = 5$.

故选：B.

【点睛】

本题考查等比数列的通项公式和指数幂的运算法则、指数函数性质等基础知识，考查数学运算求解能力和分类讨论思想，是中等题.

7、B

【解析】

利用等差数列的性质求出 a_4 的值，然后利用等差数列求和公式以及等差中项的性质可求出 S_7 的值.

【详解】

由等差数列的性质可得 $a_6 + a_3 - a_5 = a_4 + a_5 - a_5 = 3$ ，

$$\therefore S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = \frac{7 \times 2a_4}{2} = 7 \times 3 = 21.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查等差数列基本性质的应用,同时也考查了等差数列求和,考查计算能力,属于基础题.

8、A

【解析】

利用等差的求和公式和等差数列的性质即可求得.

【详解】

$$S_{25} = \frac{25(a_1 + a_{25})}{2} = 50 \Rightarrow a_1 + a_{25} = 4 \Rightarrow a_{11} + a_{15} = 4.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查等差数列的求和公式和等差数列的性质,考查基本量的计算,难度容易.

9、A

【解析】

结合向量垂直的坐标表示,将两个条件相互推导,根据能否推导的情况判断出充分、必要条件.

【详解】

由 $m = 2$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2, 4) \cdot (2, 1) = -4 + 4 = 0$, 所以 $\vec{a} \perp \vec{b}$; 而

当 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-m, 4) \cdot (m, 1) = -m^2 + 4 = 0$, 解得 $m = 2$ 或 $m = -2$. 所以

“ $m = 2$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的充分不必要条件.

故选: A

【点睛】

本小题考查平面向量的运算, 向量垂直, 充要条件等基础知识; 考查运算求解能力, 推理论证能力, 应用意识.

10、B

【解析】

双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$, 由题可知 $\frac{b}{a} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

设点 $F(c, 0)$, 则点 F 到直线 $y = \sqrt{3}x$ 的距离为 $\frac{|\sqrt{3}c|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = \sqrt{3}$, 解得 $c = 2$,

所以 $c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 = 4$, 解得 $a = 1$, 所以双曲线 C 的实轴的长为 $2a = 2$, 故选 B.

11、D

【解析】

根据 $f(x)$ 的图象可得 $f(x)$ 的单调性，从而得到 $f'(x)$ 在相应范围上的符号和极值点，据此可判断 $f'(x)$ 的图象.

【详解】

由 $f(x)$ 的图象可知， $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数，

且在 $(0, +\infty)$ 上存在正数 m, n ，使得 $f(x)$ 在 $(0, m), (n, +\infty)$ 上为增函数，

在 (m, n) 为减函数，

故 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 有两个不同的零点，且在这两个零点的附近， $f'(x)$ 有变化，

故排除 A, B.

由 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数可得 $f'(x) \geq 0$ 在 $(-\infty, 0)$ 上恒成立，故排除 C.

故选：D.

【点睛】

本题考查导函数图象的识别，此类问题应根据原函数的单调性来考虑导函数的符号与零点情况，本题属于基础题.

12、B

【解析】

$$\square = \{\square \mid \square = 2^{\square}, \square > 0\} = \{\square \mid \square > 1\},$$

$$\square = \{\square \mid \square = \lg(2\square - \square^2)\} = \{\square \mid 2\square - \square^2 > 0\}$$

$$= \{\square \mid \square^2 - 2\square < 0\} = \{\square \mid 0 < \square < 2\},$$

$$\therefore \square \cap \square = (1, 2).$$

故选B.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、(0,0)

【解析】

利用动点 P 到直线 $x = -1$ 的距离和他到点 $F(1,0)$ 距离相等，可知动点 P 的轨迹是以 $F(1,0)$ 为焦点的抛物线，从而可

求曲线的方程，将 $y = k(x-4)$ ，代入 $y^2 = 4x$ ，利用韦达定理，可得 $\therefore x_1x_2 + y_1y_2 = 0$ ，从而可知以 AB 为直径的圆经过原

点 O .

【详解】

设点 $P(x, y)$ ，由题意可得 $x+1 = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$ ， $(x+1)^2 = (x-1)^2 + y^2$ ， $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 + y^2$ ，可得 $y^2 = 4x$ ，设直线 AB 的方程为 $y = k(x-4)$ ，代入抛物线可得

$$k^2 x^2 - 4(2k^2 + 1)x + 16k^2 = 0, \quad A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \therefore x_1 x_2 = 16, x_1 + x_2 = \frac{4(2k^2 + 1)}{k^2},$$

$$\therefore y_1 y_2 = k^2 (x_1 - 4)(x_2 - 4),$$

$$\therefore x_1 x_2 + y_1 y_2 = (k^2 + 1)x_1 x_2 - 4k^2(x_1 + x_2) + 16k^2$$

$$= 16(k^2 + 1) - 4k^2 \frac{8k^2 + 4}{k^2} + 16k^2 = 0,$$

$\therefore \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ，以 AB 为直径的圆经过原点 O 。

故答案为：(0,0)

【点睛】

本题考查了抛物线的定义，考查了直线和抛物线的交汇问题，同时考查了方程的思想和韦达定理，考查了运算能力，属于中档题。

14、 $3 + 2\sqrt{3}$

【解析】

建立平面直角坐标系，设 $\angle AOC = \theta$ ，可得 $|\vec{OC}| = 1$ ，进而可得出 $|\vec{OB}| = 2 \sin \theta$ ， $|\vec{OA}| = 2 \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \theta\right)$ ，由此将

$3a^2 + 2a \cdot b$ 转化为以 θ 为自变量的三角函数，利用三角恒等变换思想以及正弦函数的有界性可得出结果。

【详解】

根据题意建立平面直角坐标系如图所示，设 $\vec{a} = \vec{OA}$ ， $\vec{b} = \vec{OB}$ ，以 OA 、 OB 为邻边作平行四边形 $OACB$ ，则

$$\vec{OC} = \vec{a} + \vec{b},$$

设 $\angle AOC = \theta$ ，则 $\angle BOC = \angle ACO = \frac{5\pi}{6} - \theta$ ， $\angle OAC = \angle OBC = \frac{\pi}{6}$ ，且 $|\vec{OC}| = 1$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/818111005074007001>