北京市西城区 2022—2023 学年度第一学期期末试卷

高三数学 2023.1

本试卷共 6 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 已知全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，集合 $A=\left\{x\in\mathbf{Z}\middle|x^2\le 2\right\}$，则 $\complement_U A=$（　　）

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{-2,2,3\}$　　C. $\{-2,-1,2\}$　　D. $\{-2,0,3\}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据集合 A 用列举法进行表示，从而可以确定 $\complement_U A$.

【详解】集合 $A=\left\{x\in\mathbf{Z}\middle|x^2\le 2\right\}=\{-1,0,1\}$，

$U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，

$\complement_U A=\{-2,2,3\}$，

故选：B.

2. 设复数 $z=3-\mathrm{i}$,则复数 $\mathrm{i}\cdot z$ 在复平面内对应的点的坐标是（　　）

A. $(1,3)$　　B. $(-1,3)$　　C. $(3,1)$　　D. $(3,-1)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据复数的乘法运算法则,将 $\mathrm{i}\cdot z$ 求出,即可得该复数在复平面内对应的点的坐标.

【详解】解:由题知 $z=3-\mathrm{i}$,

$\therefore \mathrm{i}\cdot z=\mathrm{i}\cdot(3-\mathrm{i})=1+3\mathrm{i}$,

$\therefore \mathrm{i}\cdot z$ 在复平面内对应的点的坐标是 $(1,3)$.

故选:A

3. 已知函数 $f(x)=\lg|x|$，则 $f(x)$（　　）

A. 是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数　　B. 是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

C. 是偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数　　D. 是偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

【答案】C

【解析】

【分析】求出函数定义域，求出 $f(-x)$ 的表达式即可判断奇偶性. 当 $x>0$，$f(x)=\lg x$，可知函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，即可得出答案.

【详解】由已知可得，$f(x)$ 的定义域为 $\{x \mid x\neq 0\}$，关于原点对称.

又 $f(-x)=\lg|-x|=\lg|x|=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数.

当 $x>0$，$f(x)=\lg x$，因为 $y=\lg x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

故选：C.

4. 已知双曲线 $C:3x^2-y^2=3$，则 C 的焦点到其渐近线的距离为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】求出双曲线的焦点坐标及渐近线方程，根据双曲线的对称性，取其中一个焦点坐标和渐近线即可，根据点到直线的距离公式求出结果即可.

【详解】解:由题知双曲线 $C:3x^2-y^2=3$，

即 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，

故焦点坐标为 $(\pm 2,0)$，

渐近线方程为: $y=\pm\sqrt{3}x$，

即 $y\pm\sqrt{3}x=0$，

由双曲线的对称性，

不妨取焦点 $(2,0)$ 到渐近线 $y+\sqrt{3}x=0$ 的距离，

故焦点到其渐近线的距离为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3+1}}=\sqrt{3}$.

故选:B

5. 设 $x, y \in \mathbf{R}$，且 $0<x<y<1$，则（　　）

A. $x^2>y^2$　　B. $\tan x>\tan y$　　C. $4^x>2^y$　　D. $x+\frac{1}{x}>y(2-y)$

【答案】D

【解析】

【分析】（1）利用幂函数单调性即可判断 A，利用正切函数单调性即可判断 B，

举例 $x=\frac{1}{3}$， $y=\frac{2}{3}$ 即可判断 C，利用对勾函数和二次函数性质即可判断 D.

【详解】根据幂函数 $f\left(x\right)=x^2$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上为单调增函数，

故 $0<x<y<1$ 时， $x^2<y^2$，故 A 错误，

根据三角函数 $h\left(x\right)=\tan x$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上为单调增函数，

故 $0<x<y<1$ 时，故 $\tan x<\tan y$，故 B 错误，

$4^x>2^y$，即 $2^{2x}>2^y$，$\because 0<x<y<1$，但 $2x$ 与 y 的大小关系不明，如 $x=\frac{1}{3}$， $y=\frac{2}{3}$，

显然此时 $2^{2x}=2^y$，故 C 错误，

根据对勾函数的图像与性质当 $0<x<1$ 时，

可知 $x+\frac{1}{x}\in\left(2,+\infty\right)$，而 $y\left(2-y\right)=-\left(y-1\right)^2+1$，根据二次函数 $\varphi\left(y\right)=y\left(2-y\right)$ 图像与性质可知其值域，

当 $y=0$ 时， $-\left(y-1\right)^2+1=0$，当 $y=1$ 时， $-\left(y-1\right)^2+1=1$，

故当 $0<y<1$ 时，则 $y(2-y)\in\left(0,1\right)$，故 $x+\frac{1}{x}>y\left(2-y\right)$，故 D 正确.

故选：D.

6. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $c=4, b-a=1, \cos C=-\frac{1}{4}$，则 $\triangle ABC$ 的面积是（　　）

A. 1　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\sqrt{15}$　　D. $\frac{3\sqrt{15}}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用余弦定理得$16=a^2+b^2+\frac{1}{2}ab$，联立$b-a=1$解出a,b值，求出$\sin C$,再利用三角形面积公式即可求出答案.

【详解】由余弦定理得$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，代入$c=4$，$\cos C=-\frac{1}{4}$得

$16=a^2+b^2+\frac{1}{2}ab$，联立$b-a=1$化简得$a^2+a-6=0$，

解得$a=2$或-3（舍去），故$b=3$，

$\because C\in(0,\pi)$，则$\sin C=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

故$S_{\vartriangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 2\times 3\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$.

故选：D.

7. “空气质量指数（AQI）”是定量描述空气质量状况的无量纲指数．当AQI大于200时,表示空气重度污染,不宜开展户外活动．某地某天0~24时的空气质量指数y随时间t变化的趋势由函数

$y=\begin{cases}-10t+290,0\le t\le 12\\56\sqrt{t}-24,12<t\le 24\end{cases}$描述,则该天适宜开展户外活动的时长至多为（　　）

A. 5小时　　B. 6小时　　C. 7小时　　D. 8小时

【答案】C

【解析】

【分析】当AQI大于200时,表示空气重度污染,不宜开展户外活动,即$y\le 200$时适合开展户外活动,根据分段函数的解析式,分情况讨论求出不等式解集,再求出区间长度即可.

【详解】解:由题知,当AQI大于200时,表示空气重度污染,不宜开展户外活动,

即当AQI小于等于200时,适宜开展户外活动,

即$y\le 200$,

因为$y=\begin{cases}-10t+290,0\le t\le 12\\56\sqrt{t}-24,12<t\le 24\end{cases}$,

所以当$0\le t\le 12$时,

只需$-10t+290\le 200$,

解得:$9\le t\le 12$,

当$12<t\le 24$时,

只需$56\sqrt{t}-24\le 200$,

解得:$12<t\le 16$,

综上: 适宜开展户外活动的时间段为$9\le t\le 16$,

共计 7 个小时

故选:C

8. 设α， β均为锐角，则“$a>2b$”是“$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】由于α，β均为锐角，所以$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\beta<\frac{\pi}{2}$.先讨论充分性，当$a>2b$时，$\frac{p}{2}>a-b>b>0$，结合函数$y=\sin x$在$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，即可判断；再讨论必要性，当$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$时，由于$-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$，结合函数$y=\sin x$在$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，即可得出$a-b>b$，进而求解.

【详解】因为α， β均为锐角，所以$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$， $0<\beta<\frac{\pi}{2}$.

当$a>2b$时，$\frac{p}{2}>a-b>b>0$，

由函数$y=\sin x$在$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，所以$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$，

故“$a>2b$”是“$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$”的充分条件.

当$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$时，由$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$， $0<\beta<\frac{\pi}{2}$，则$-\frac{\pi}{2}<-\beta<0$，所以$-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$，

因为函数$y=\sin x$在$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，所以$a-b>b$，即$a>2b$，

故“$a>2b$”是“$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$”的必要条件.

综上所述，“$a>2b$”是“$\sin(\alpha-\beta)>\sin\beta$”的充分必要条件.

故选：C.

9. 在$\triangle ABC$中， $AC=BC=1,\angle C=90^\circ$. P为AB边上的动点，则$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的取值范围是（　　）

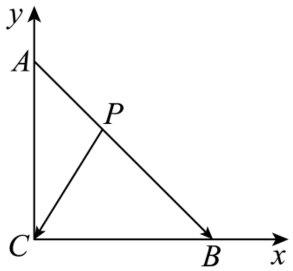
A. $\left[-\frac{1}{4},1\right]$　　B. $\left[-\frac{1}{8},1\right]$　　C. $\left[-\frac{1}{4},2\right]$　　D. $\left[-\frac{1}{8},2\right]$

【答案】B

【解析】

【分析】以C为坐标原点建立合理直角坐标系，求出直线AB所在直线方程为$y=-x+1$，设$P(t,-t+1)$，得到$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=2\left(t-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$，利用二次函数的性质即可求出其值域.

【详解】以C为坐标原点，CA，CB所在直线分别为x轴，y轴，建立直角坐标系，



则$A(0,1),B(1,0)$，直线AB所在直线方程为$y=-x+1$，

设$P(t,-t+1)$，$t\in[0,1]$，则$\overrightarrow{PB}=(1-t,t-1)$，$\overrightarrow{PC}=(-t,t-1)$，

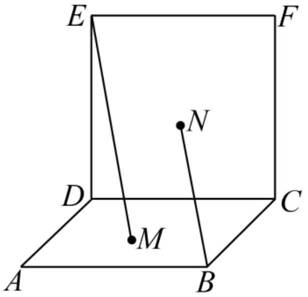
$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=-t(1-t)+(t-1)^2=2\left(t-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$，

当$t=0$时，$\left(\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}\right)_{\max}=1$，当$t=\frac{3}{4}$时，$\left(\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}\right)_{\min}=-\frac{1}{8}$，

故其取值范围为$\left[-\frac{1}{8},1\right]$，

故选：B.

10. 如图，正方形$ABCD$和正方形$CDEF$所在的平面互相垂直．Ω_1是正方形$ABCD$及其内部的点构成的集合，Ω_2是正方形$CDEF$及其内部的点构成的集合．设$AB=1$，给出下列三个结论：



①$\exists M\in\Omega_1,\exists N\in\Omega_2$，使 $MN=2$；

②$\exists M\in\Omega_1,\exists N\in\Omega_2$，使 $EM\perp BN$；

③$\exists M\in\Omega_1,\exists N\in\Omega_2$，使 EM 与 BN 所成　角为 60°.

其中所有正确结论的个数是（　　）

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，建立空间直角坐标系，假设出 M,N 的坐标；

对于①，利用空间向量的模长公式与 M,N 坐标的取值范围即可判断；

对于②③，利用赋值法与空间向量的数量积运算即可判断.

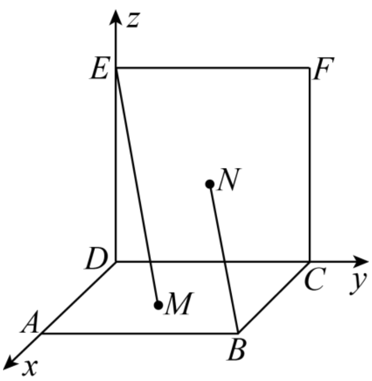
【详解】因为四边形 $CDEF$ 是正方形，所以 $ED\perp CD$，

又平面 $ABCD\perp$ 平面 $CDEF$，平面 $ABCD\cap$ 平面 $CDEF=CD$，$ED\subset$ 平面 $CDEF$，

所以 $ED\perp$ 平面 $ABCD$，又 $AD\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $ED\perp AD$，

因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 $AD\perp CD$，则 ED,AD,CD 两两垂直，

所以以 D 为原点，建立空间直角坐标系，如图，



则 $E(0,0,1),B(1,1,0)$，

对于①，因为 $M\in\Omega_1,N\in\Omega_2$，所以不妨设 $M(a,b,0),N(0,m,n)$，其中 $0\le a,b,m,n\le 1$，

则 $\overrightarrow{MN}=(-a,m-b,n)$，故 $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{a^2+(m-b)^2+n^2}$，

因为 $0\le a,b,m,n\le 1$，所以 $-1\le -b\le 0$，则 $-1\le m-b\le 1$，

所以 $a^2\le 1$，$(m-b)^2\le 1$，$n^2\le 1$，即 $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{a^2+(m-b)^2+n^2}\le\sqrt{3}$，

所以 $MN \le \sqrt{3}$，故①错误；

对于②，结合①中结论，$\overrightarrow{EM}=(a,b,-1),\overrightarrow{BN}=(-1,m-1,n)$，

假设 $EM \perp BN$，则 $\overrightarrow{EM} \perp \overrightarrow{BN}$，即 $-a+b(m-1)-n=0$，即 $b(m-1)=a+n$，

显然令 $a=b=n=0,m=1$，$b(m-1)=a+n$ 可以成立，所以假设成立，故②正确；

对于③，结合②中结论，假设 EM 与 BN 所成的角为 $60°$，

则 $\cos 60°=\dfrac{\left|\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{BN}\right|}{\left|\overrightarrow{EM}\right|\left|\overrightarrow{BN}\right|}$，即 $\dfrac{\left|-a+b(m-1)-n\right|}{\sqrt{a^2+b^2+1}\times\sqrt{1+(m-1)^2+n^2}}=\dfrac{1}{2}$，

令 $a=1,b=m=n=0$，则 $\left|-a+b(m-1)-n\right|=1$，$\sqrt{a^2+b^2+1}=\sqrt{2}$，$\sqrt{1+(m-1)^2+n^2}=\sqrt{2}$，

所以上述等式成立，故假设成立，故③正确；

综上：②③正确，①错误，所以正确结论 个数是 2.

故选：C.

【点睛】关键点睛：本题利用图形的规整性，选择以以 D 为原点，建立合适的空间直角坐标系，设 $M(a,b,0),N(0,m,n)$，写出相关向量，利用空间向量的模长公式来判断①，利用向量垂直，则其点乘为0，找到②正确的情况，利用空间向量来解决异面直线夹角问题，即找到③正确的情况.

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. $\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^4$ 的展开式中的常数项为________.（用数字作答）

【答案】-4

【解析】

【分析】先写出展开式的通项，然后根据 x 的指数部分为 0 求解出 r 的值，将 r 的值代入展开式则常数项可求.

【详解】展开式的通项为 $T_{r+1}=C_4^r\cdot\left(x^3\right)^{4-r}\cdot\left(-\dfrac{1}{x}\right)^r=(-1)^r\cdot C_4^r\cdot x^{12-4r}$，

令 $r=3$，$T_4=-C_4^3=-4$，

所以常数项为 -4，

故答案为：-4.

12. 设抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l.则以 F 为圆心，且与 l 相切的圆的方程为__________.

【答案】$(x-1)^2+y^2=4$.

【解析】

【分析】由抛物线方程可得焦点坐标，即圆心，焦点到准线距离即半径，进而求得结果.

【详解】抛物线 $y^2=4x$ 中，$2p=4$，$p=2$，

焦点 F（1,0），准线 l 的方程为 $x=-1$，

以 F　圆心，

且与 l 相切的圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=2^2$,即为$(x-1)^2+y^2=4$.

【点睛】本题主要考查抛物线的焦点坐标，抛物线的准线方程，直线与圆相切的充分必要条件等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

13. 已知$\{a_n\}$是等差数列,$a_1=5$,且a_2+2,a_3+4,a_4+6成等比数列,则$a_6=$______________;$\{a_n\}$的前n项和$S_n=$______________.

【答案】　①. -5　②. $-n^2+6n$

【解析】

【分析】(1)设出等差数列的公差,根据a_2+2,a_3+4,a_4+6成等比数列,列出式子,将a_2,a_3,a_4均用a_1,d代替,解出d,即可求a_6的值;

(2)由上一空求得的d,根据等差数列前n项和公式代入即可求出答案.

【详解】解:由题知$\{a_n\}$是等差数列,

不妨记公差为d,

因为a_2+2,a_3+4,a_4+6成等比数列,$a_1=5$,

所以$(a_3+4)^2=(a_4+6)(a_2+2)$,

即$(2d+9)^2=(3d+11)(d+7)$,

解得:$d=-2$,

故$a_6=a_1+5d=5-10=-5$;

由于$a_1=5$,$d=-2$,

所以$S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d=-n^2+6n$.

故答案为:-5;$-n^2+6n$

14. 设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}-x+a,x\le 1\\ -a\left(x-2\right)^{2}+1,x>1\end{cases}$ 若 $a=2$,则 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间是__________;若 $f\left(x\right)$ 的值域为 $\left(-\infty,+\infty\right)$,则 a 的取值范围是____________.

【答案】 ①. $\left(1,2\right)$ ②. $0<a\le 2$

【解析】

【分析】(1)将 $a=2$ 代入 $f\left(x\right)$ 解析式,分析各段单调性,即可得出结果;

(2)先求出 $\left(-\infty,1\right]$ 上的值域,由 $f\left(x\right)$ 的值域为 $\left(-\infty,+\infty\right)$,只需 $y=-a\left(x-2\right)^{2}+1$ 在 $\left(1,+\infty\right)$ 上的值域包含 $\left(-\infty,a-1\right)$,分析该二次函数的开口方向,对称轴及值域即可求出 a 的取值范围.

【详解】解:由题知当 $a=2$ 时,

$$f\left(x\right)=\begin{cases}-x+2,x\le 1\\ -2\left(x-2\right)^{2}+1,x>1\end{cases},$$

故 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,1\right]$ 上单调递减,

在 $\left(1,2\right)$ 上单调递增,

在 $\left[2,+\infty\right)$ 上单调递减,

故 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间是 $\left(1,2\right)$;

由于 $y=-x+a$ 在 $\left(-\infty,1\right]$ 上的值域为 $\left[a-1,+\infty\right)$,

若 $f\left(x\right)$ 的值域为 $\left(-\infty,+\infty\right)$,

只需 $y=-a\left(x-2\right)^{2}+1$ 在 $\left(1,+\infty\right)$ 上的值域包含 $\left(-\infty,a-1\right)$ 即可,

故需 $-a<0$,即 $a>0$,

此时 $y=-a\left(x-2\right)^{2}+1$ 在 $\left(1,+\infty\right)$ 上的值域为 $\left(-\infty,1\right]$,

故需 $a-1\le 1$,即 $0<a\le 2$,

综上: $0<a\le 2$.

故答案为:$\left(1,2\right)$; $0<a\le 2$

15. 人口问题是关系民族发展的大事. 历史上在研究受资源约束的人口增长问题中,有学者提出了"Logistic model": $f(t)=\dfrac{Kx_0}{x_0-\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}}(t\ge 0)$, 其中 K,r_0,x_0 均为正常数,且 $K>x_0$, 该模型描述了人口随

时间 t 的变化规律．给出下列三个结论：

① $f(0)=x_0$；

② $f(t)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数；

③ $\forall t\in[0,+\infty),\ f(t)<K$．

其中所有正确结论的序号是_______________.

【答案】①②③

【解析】

【分析】①代入函数值即可求解；②求导后确定函数的单调性即可；③进行等价证明看是否复合条件即可.

【详解】①当 $t=0,\ f(t)=\dfrac{Kx_0}{x_0-\left(x_0-K\right)e^0}=\dfrac{Kx_0}{x_0-\left(x_0-K\right)}=\dfrac{Kx_0}{K}=x_0$，

所以 $f(0)=x_0$；

② $f'(t)=-\dfrac{Kx_0}{\left[x_0-\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}\right]^2}\cdot\dfrac{r_0}{K}\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}=-\dfrac{x_0\cdot r_0}{\left[x_0-\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}\right]^2}\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}$，

因为 K,r_0,x_0 均为正常数，且 $K>x_0$，

所以 $f'(t)>0$，

所以 $f(t)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数；

③ $\forall t\in[0,+\infty),\ f(t)<K$，

等价于 $\dfrac{Kx_0}{x_0-\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}}<K$，

即等价于 $\dfrac{x_0}{x_0-\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}}<1$，

即等价于 $x_0<x_0-\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}$，

等价于 $\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}<0$，

而 $e^{-\frac{r_0}{K}t}>0$ 恒成立，且 $K>x_0$，

所以 $\left(x_0-K\right)e^{-\frac{r_0}{K}t}<0$ 恒成立，

即 $\forall t\in[0,+\infty),\ f(t)<K$．

故选项③正确.

故答案为：①②③.

三、解答题共6小题，共85分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16. 已知函数 $f(x)=2\sin x\left(\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}\right)-\sqrt{3}\cos 2x$.

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（2）若 $x\in(0,\pi)$，且 $f(x)>-1$，求 x 的取值范围.

【答案】（1）π；

（2）$\left(\frac{\pi}{12},\frac{3\pi}{4}\right)$.

【解析】

【分析】（1）利用降幂公式和辅助角公式即可化解得 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，则得到其最小正周期；

（2）根据 x 范围求出 $-\frac{\pi}{3}<2x-\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{3}$，则 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)>-\frac{1}{2}$，则 $-\frac{\pi}{6}<2x-\frac{\pi}{3}<\frac{7\pi}{6}$，解出即可.

【小问1详解】

$f(x)=2\sin x\left(\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}\right)-\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos 2x$

$=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$.

【小问2详解】

因为 $0<x<\pi$,所以 $-\frac{\pi}{3}<2x-\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{3}$.

因为 $f(x)>-1$,所以 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)>-\frac{1}{2}$.

所以 $-\frac{\pi}{6}<2x-\frac{\pi}{3}<\frac{7\pi}{6}$.解得 $\frac{\pi}{12}<x<\frac{3\pi}{4}$,所以 x 的取值范围是 $\left(\frac{\pi}{12},\frac{3\pi}{4}\right)$.