

江西省上饶市玉山一中等六校中学 2023-2024 学年高考冲刺数学模拟试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}$ ，则 $A \cap B =$

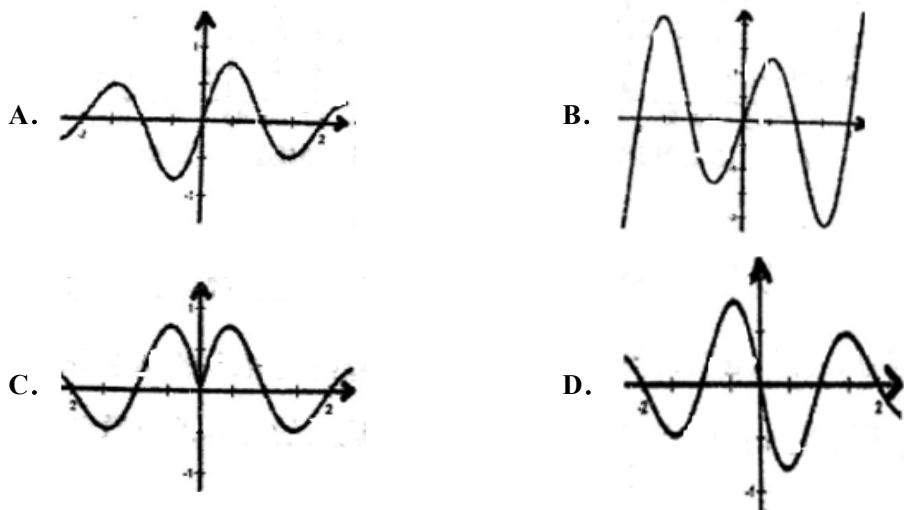
- A. $\{x | 3 < x < 4\}$ B. $\{x | x < 4 \text{ 或 } x > 6\}$
C. $\{x | -2 < x < -1\}$ D. $\{x | -1 < x < 4\}$

2. 定义： $N\{f(x) \otimes g(x)\}$ 表示不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集中的整数解之和.若 $f(x) = |\log_2 x|$ ， $g(x) = a(x-1)^2 + 2$ ，

$N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ ，则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(\log_2 3 - 2, 0)$ C. $(2 - \log_2 6, 0]$ D. $(\frac{\log_2 3 - 2}{4}, 0]$

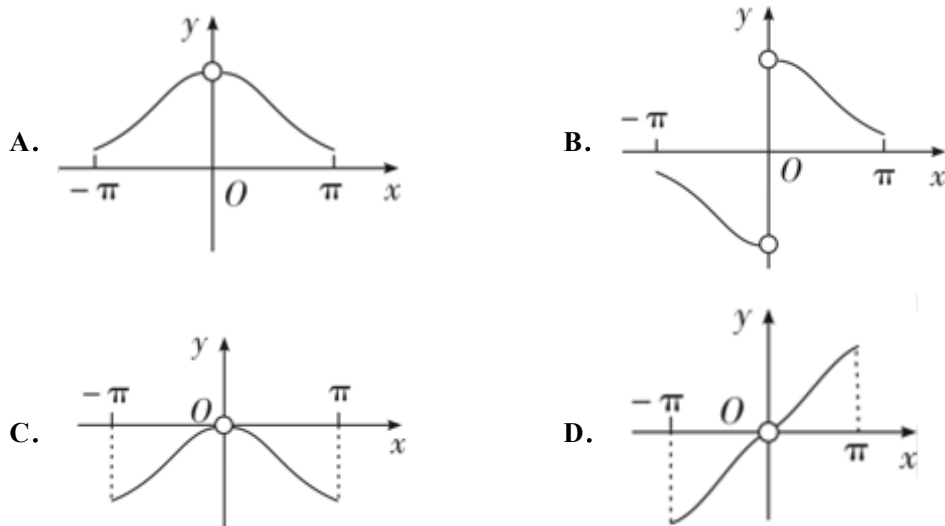
3. 函数 $\square(\square) = \sin(\square\square)\square^{-\frac{|\square|}{2}}$ 的图象可能是下列哪一个？（ ）



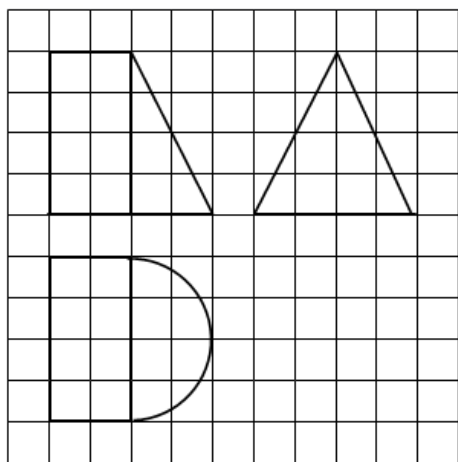
4. 已知复数 z 满足 $(z-i)(-i) = 5$ ，则 $z =$ （ ）

- A. $6i$ B. $-6i$ C. -6 D. 6

5. 函数 $f(x) = \frac{5x + 2\sin x}{3^x - 3^{-x}}$ ($x \in [-\pi, 0) \cup (0, \pi]$) 的大致图象为



6. 某几何体的三视图如图所示，若图中小正方形的边长均为 1，则该几何体的体积是()



- A. $16 + \frac{16}{3}\pi$ B. $16 + \frac{8}{3}\pi$ C. $\frac{32}{3} + \frac{8}{3}\pi$ D. $\frac{32}{3} + \frac{16}{3}\pi$

7. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , $M\left(\frac{1}{2}, y_0\right)$ 为该抛物线上一点, 以 M 为圆心的圆与 C 的准线

相切于点 A , $\angle AMF = 120^\circ$, 则抛物线方程为 ()

- A. $y^2 = 2x$ B. $y^2 = 4x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y^2 = 8x$

8. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(-x)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 不等式 $f(ax+2) \leq f(-1)$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立, 则 a 的取值范围是

- A. $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$ B. $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$ C. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ D. $[0, 1]$

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知角 θ 的顶点与原点 O 重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边落在直线 $y = 2x$

上, 则 $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2\theta\right)=$ ()

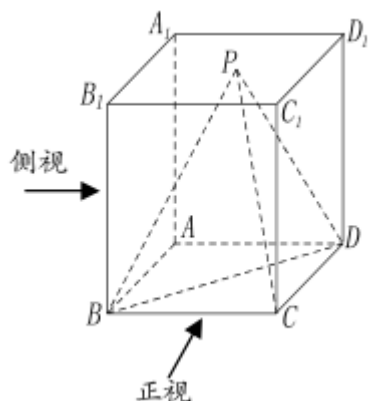
- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

10. 如图, 这是某校高三年级甲、乙两班在上学期的 5 次数学测试的班级平均分的茎叶图, 则下列说法不正确的是 ()

甲班					乙班			
			7	9	5		8	
7	3	1		10	1		3	
		2		11			3	

- A. 甲班的数学成绩平均分的平均水平高于乙班
 B. 甲班的数学成绩的平均分比乙班稳定
 C. 甲班的数学成绩平均分的中位数高于乙班
 D. 甲、乙两班这 5 次数学测试的总平均分是 103

11. 如图, 在底面边长为 1, 高为 2 的正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点, 则三棱锥 $P-BCD$ 的正视图与侧视图的面积之和为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

12. 设数列 $\{a_n\}$ ($n \in N^*$) 的各项均为正数, 前 n 项和为 S_n , $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$, 且 $a_3 = 4$, 则 $S_6 =$ ()

- A. 128 B. 65 C. 64 D. 63

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + kx + 1}{x^2 + x + 1}$, 若对于任意正实数 x_1, x_2, x_3 , 均存在以 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 为三边边长的三角形, 则实数 k 的取值范围是_____.

14. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 若 $x + 2y > m^2 + 2m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

15. 设 x, y 为正实数, 若 $4x^2 + y^2 + xy = 1$ 则 $\frac{4x+2y}{20x^2+11xy+5y^2}$ 的取值范围是_____.

16. 已知集合 $A = \{-1, 0, 2\}$, $B = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |2x + a| - |x - 3| (a \in \mathbb{R})$.

(1) 若 $a = -1$, 求不等式 $f(x) + 1 > 0$ 的解集;

(2) 已知 $a > 0$, 若 $f(x) + 3a > 2$ 对于任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知 $a > 0, b > 0, a + b = 2$.

(I) 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b+1}$ 的最小值;

(II) 证明: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq \frac{2}{ab}$.

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_n = 2a_n - 1 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 证明: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k^2} < \frac{4}{3}$.

20. (12 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x + 1| + 2|x - a|$.

(1) 设 $a = 1$, 求不等式 $f(x) \leq 7$ 的解集;

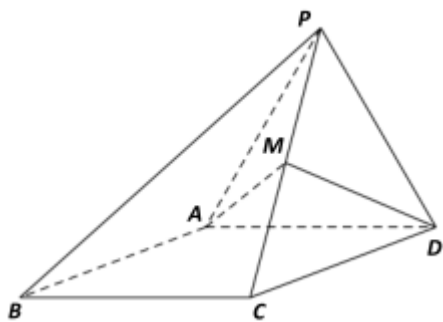
(2) 已知 $a > -1$, 且 $f(x)$ 的最小值等于 3, 求实数 a 的值.

21. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$, 侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形, 且与底面垂直, 底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC = 60^\circ$ 的

菱形, M 为棱 PC 上的动点, 且 $\frac{PM}{PC} = \lambda (\lambda \in [0, 1])$.

(I) 求证: $\triangle PBC$ 为直角三角形;

(II) 试确定 λ 的值, 使得二面角 $P-AD-M$ 的平面角余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



22. (10 分) 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, 二阶矩阵 B 满足 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- (1) 求矩阵 B ;
- (2) 求矩阵 B 的特征值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由 $x^2 - 5x - 6 > 0$ 可得 $(x-6)(x+1) > 0$ ，解得 $x < -1$ 或 $x > 6$ ，所以 $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 6\}$ ，

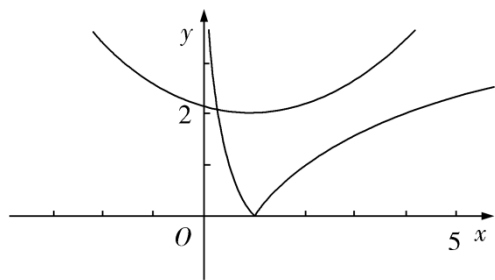
又 $A = \{x \mid -2 < x < 4\}$ ，所以 $A \cap B = \{x \mid -2 < x < -1\}$ ，故选 C.

2、D

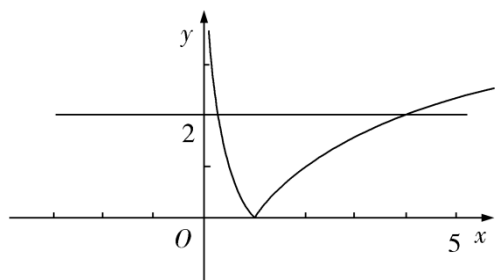
【解析】

由题意得， $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ 表示不等式 $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 的解集中整数解之和为 6.

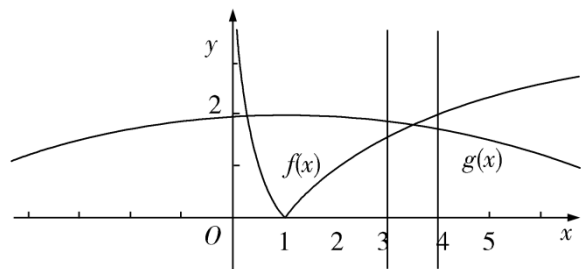
当 $a > 0$ 时，数形结合（如图）得 $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 的解集中的整数解有无数多个， $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 解集中的整数解之和一定大于 6.



当 $a=0$ 时, $g(x)=2$, 数形结合 (如图), 由 $f(x)<2$ 解得 $\frac{1}{4}<x<4$. 在 $(\frac{1}{4}, 4)$ 内有 3 个整数解, 为 1, 2, 3, 满足 $N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$, 所以 $a=0$ 符合题意.



当 $a<0$ 时, 作出函数 $f(x)=|\log_2 x|$ 和 $g(x)=a(x-1)^2+2$ 的图象, 如图所示.



若 $N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$, 即 $|\log_2 x|<a(x-1)^2+2$ 的整数解只有 1, 2, 3.

只需满足 $\begin{cases} f(3)<g(3) \\ f(4)\geq g(4) \end{cases}$, 即 $\begin{cases} \log_2 3<4a+2 \\ 2\geq 9a+2 \end{cases}$, 解得 $\frac{\log_2 3-2}{4}<a\leq 0$, 所以 $\frac{\log_2 3-2}{4}<a<0$.

综上, 当 $N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$ 时, 实数 a 的取值范围是 $(\frac{\log_2 3-2}{4}, 0]$. 故选 D.

3、A

【解析】

由 $\square(\frac{1}{2})=\square^{-\frac{1}{4}}>0$ 排除选项 $\square$; $\square(-\frac{1}{2})=-\square^{-\frac{1}{4}}<0$ 排除选项 $\square$; 由函数 $\square(\square)$ 有无数个零点, 排除选项 $\square$, 从而可得结果.

【详解】

由 $\square(\frac{1}{2})=\square^{-\frac{1}{4}}>0$, 可排除选项 $\square$, $\square(-1)=-\square^{-\frac{1}{2}}<0$ 可排除选项 $\square$; 由 $\square(\square)=0$ 可得 $\square\square=\square\square\Rightarrow\square=\square, \square\in\square$

，即函数 $y = \sin(x)$ 有无数个零点，可排除选项 B，故选 A.

【点睛】

本题通过对多个图象的选择考查函数的图象与性质，属于中档题.这类题型也是近年高考常见的命题方向，该题型的特点是综合性较强、考查知识点较多，但是并不是无路可循.解答这类题型可以从多方面入手，根据函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、特殊点以及 $x \rightarrow 0^+, x \rightarrow 0^-, x \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty$ 时函数图象的变化趋势，利用排除法，将不合题意的选项一一排除.

4、A

【解析】

由复数的运算法则计算.

【详解】

因为 $(z-i)(-i)=5$ ，所以 $z = \frac{5}{-i} + i = 6i$

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的运算.属于简单题.

5、A

【解析】

因为 $f(-x) = \frac{5(-x) + 2\sin(-x)}{3^{-x} - 3^x} = \frac{5x + 2\sin x}{3^x - 3^{-x}} = f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 是偶函数，排除 B、D，

又 $f(\pi) = \frac{5\pi}{3^\pi - 3^{-\pi}} > 0$ ，排除 C，故选 A.

6、B

【解析】

该几何体是直三棱柱和半圆锥的合体，其中三棱柱的高为 2，底面是高和底边均为 4 的等腰三角形，圆锥的高为 4，

底面半径为 2，则其体积为 $V = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 4 \times 4$ ，

$= 16 + \frac{8}{3}\pi$.

故选 B

点睛：由三视图画出直观图的步骤和思考方法：1、首先看俯视图，根据俯视图画出几何体地面的直观图；2、观察正视图和侧视图找到几何体前、后、左、右的高度；3、画出整体，然后再根据三视图进行调整.

7、C

【解析】

根据抛物线方程求得 M 点的坐标，根据 $MA \parallel x$ 轴、 $\angle AMF = 120^\circ$ 列方程，解方程求得 P 的值.

【详解】

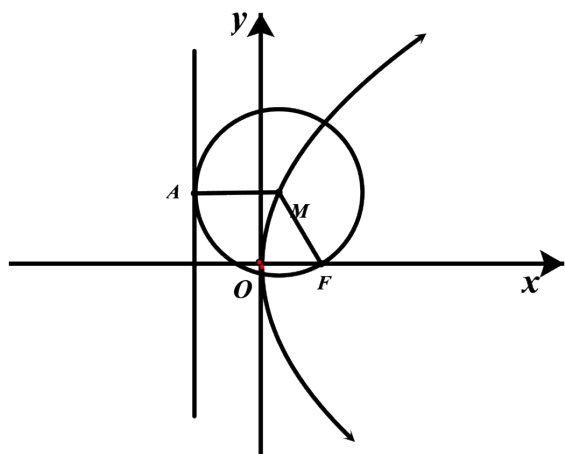
不妨设 M 在第一象限, 由于 M 在抛物线上, 所以 $M\left(\frac{1}{2}, \sqrt{p}\right)$, 由于以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A , 根据

抛物线的定义可知, $|MA|=|MF|$ 、 $MA \perp x$ 轴, 且 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$. 由于 $\angle AMF = 120^\circ$, 所以直线 MF 的倾斜角 α 为

120° , 所以 $k_{MF} = \tan 120^\circ = \frac{\sqrt{p}-0}{\frac{1}{2}-\frac{p}{2}} = -\sqrt{3}$, 解得 $p=3$, 或 $p=\frac{1}{3}$ (由于 $\frac{1}{2}-\frac{p}{2} < 0, p > 1$, 故舍去). 所以抛物线

的方程为 $y^2 = 6x$.

故选: C



【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义, 考查直线的斜率, 考查数形结合的数学思想方法, 属于中档题.

8、A

【解析】

根据奇偶性定义和性质可判断出函数为偶函数且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 由此可将不等式化为 $-1 \leq ax+2 \leq 1$; 利用分

离变量法可得 $-\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$, 求得 $-\frac{3}{x}$ 的最大值和 $-\frac{1}{x}$ 的最小值即可得到结果.

【详解】

Q $f(x) = f(-x)$ $\therefore f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数, 图象关于 y 轴对称

又 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

Q $f(ax+2) \leq f(-1)$ $\therefore |ax+2| \leq 1$, 即 $-1 \leq ax+2 \leq 1$

Q $-1 \leq ax+2 \leq 1$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立 $\therefore -\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq a \leq -1, \text{ 即 } a \text{ 的取值范围为: } \left[-\frac{3}{2}, -1\right]$$

本题正确选项: *A*

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性和单调性求解函数不等式的问题, 涉及到恒成立问题的求解; 解题关键是能够利用函数单调性将函数值的大小关系转化为自变量的大小关系, 从而利用分离变量法来处理恒成立问题.

9、*C*

【解析】

利用诱导公式以及二倍角公式, 将 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right)$ 化简为关于 $\tan \theta$ 的形式, 结合终边所在的直线可知 $\tan \theta$ 的值, 从而可求 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right)$ 的值.

【详解】

$$\text{因为 } \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right) = -\cos 2\theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \frac{\tan^2 \theta - 1}{\tan^2 \theta + 1}, \text{ 且 } \tan \theta = 2,$$

$$\text{所以 } \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right) = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}.$$

故选: *C*.

【点睛】

本题考查三角函数中的诱导公式以及三角恒等变换中的二倍角公式, 属于给角求值类型的问题, 难度一般. 求解

$m \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta$ 值的两种方法: (1) 分别求解出 $\sin \theta, \cos \theta$ 的值, 再求出结果; (2) 将 $m \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta$ 变形为

$$\frac{m \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \frac{m \tan^2 \theta + n}{\tan^2 \theta + 1}, \text{ 利用 } \tan \theta \text{ 的值求出结果.}$$

10、*D*

【解析】

计算两班的平均值, 中位数, 方差得到 *ABC* 正确, 两班人数不知道, 所以两班的总平均分无法计算, *D* 错误, 得到答案.

【详解】

由题意可得甲班的平均分是 104, 中位数是 103, 方差是 26.4;

乙班的平均分是 102, 中位数是 101, 方差是 37.6, 则 *A, B, C* 正确.

因为甲、乙两班的人数不知道, 所以两班的总平均分无法计算, 故 *D* 错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了茎叶图，平均值，中位数，方差，意在考查学生的计算能力和应用能力.

11、A

【解析】

根据几何体分析正视图和侧视图的形状，结合题干中的数据可计算出结果.

【详解】

由三视图的性质和定义知，三棱锥 $P-BCD$ 的正视图与侧视图都是底边长为2 高为1的三角形，其面积都是

$\frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ ，正视图与侧视图的面积之和为 $1+1=2$ ，

故选：A.

【点睛】

本题考查几何体正视图和侧视图的面积和，解答的关键就是分析出正视图和侧视图的形状，考查空间想象能力与计算能力，属于基础题.

12、D

【解析】

根据 $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，得到 $\log_2 a_{n+1} = \log_2 2a_n$ ，即 $a_{n+1} = 2a_n$ ，由等比数列的定义知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，然后再利用前 n 项和公式求 S_6 .

【详解】

因为 $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，

所以 $\log_2 a_{n+1} = \log_2 2a_n$ ，

所以 $a_{n+1} = 2a_n$ ，

所以数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，

又因为 $a_3 = 4$ ，

所以 $a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{4}{4} = 1$ ，

$$S_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1 \times (1-2^6)}{1-2} = 63.$$

故选：D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/818135141125007032>