

通信天线与馈电系统

北京航空航天大学

电子信息工程学院

天线系统与微波通信课题组

张岩

yanzhang@buaa.edu.cn

2014-10-30





第六讲 阵列天线

目录

- 简介
- 天线阵基本理论
- 天线阵的应用

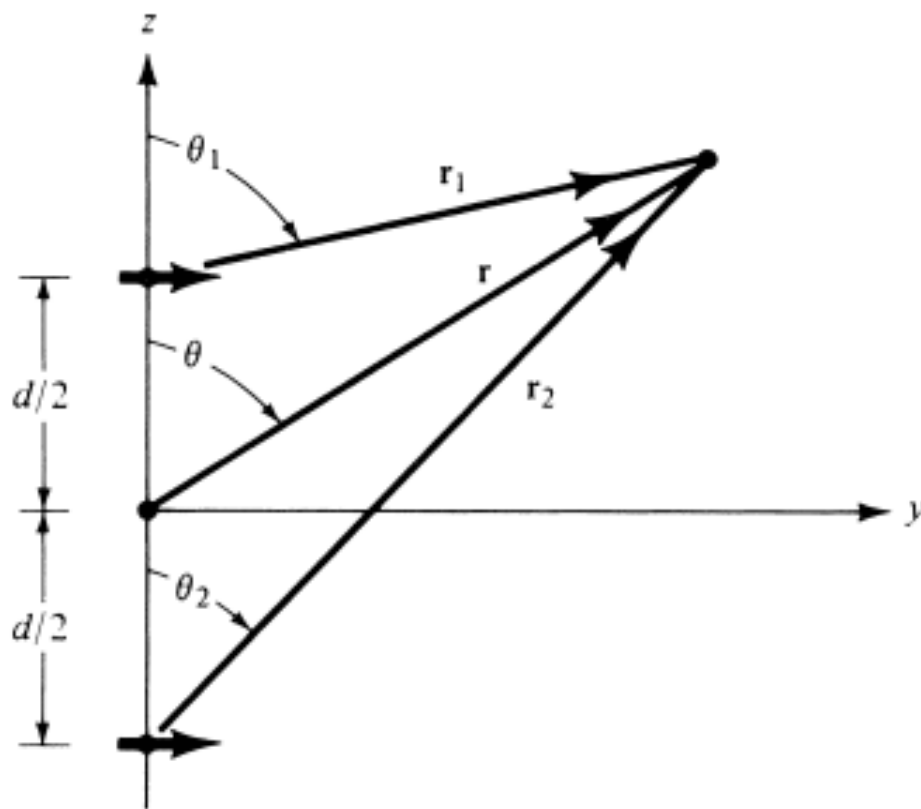
为什么要采用阵列天线？

- 随着社会发展、技术进步，远距离通信需求对天线增益提出越来越高的增益，多个天线组成阵列可以有效增大天线的电尺寸，进而提供更高的**增益**。
- 阵列天线不仅可以提高增益，还可以为天线的波束形成提供更多的自由度：**1**) 阵列形状（线阵、圆环阵、矩形阵）；**2**) 阵列单元之间的相对位置；**3**) 每个单元的激励幅值；**4**) 每个单元的激励相位；**5**) 每个单元的方向图差异。

天线阵基本理论

- 二元阵列
- **N**元等幅均匀阵列
- **N**元非等幅均匀阵列

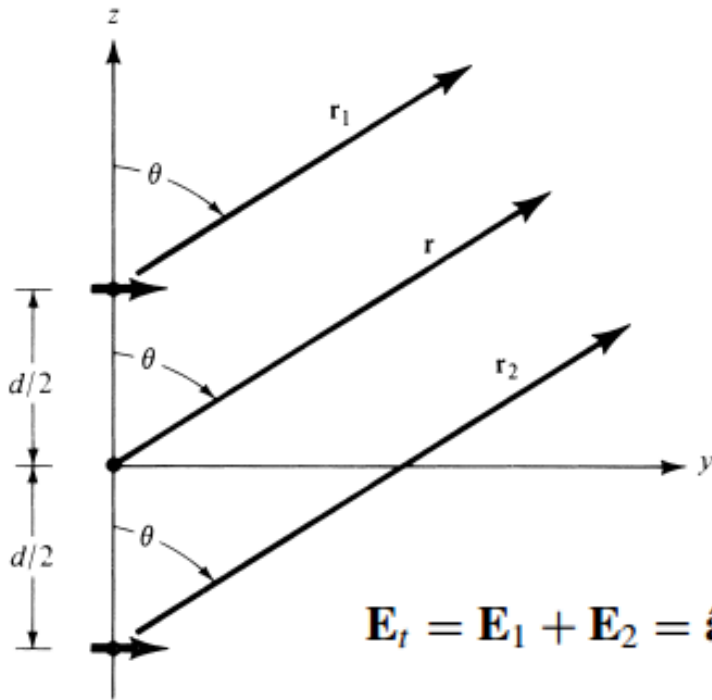
二元阵列



忽略单元间互耦，远场电场值计算如下：

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0l}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-j[kr_1 - (\beta/2)]}}{r_1} \cos \theta_1 + \frac{e^{-j[kr_2 + (\beta/2)]}}{r_2} \cos \theta_2 \right\}$$

二元阵列



$$\theta_1 \simeq \theta_2 \simeq \theta$$

$$r_1 \simeq r - \frac{d}{2} \cos \theta$$

$$r_2 \simeq r + \frac{d}{2} \cos \theta$$

$$r_1 \simeq r_2 \simeq r$$

for phase variations

for amplitude variations

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0 l}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-j[kr_1 - (\beta/2)]}}{r_1} \cos \theta_1 + \frac{e^{-j[kr_2 + (\beta/2)]}}{r_2} \cos \theta_2 \right\}$$




$$\mathbf{E}_t = \hat{\mathbf{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos \theta \left\{ 2 \cos \left[\frac{1}{2} (kd \cos \theta + \beta) \right] \right\}$$

二元阵列

观察点处总电场值等于单个天线在该点处的电场值乘以一个因子，称之为阵因子。

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0 l}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-j[kr_1 - (\beta/2)]}}{r_1} \cos \theta_1 + \frac{e^{-j[kr_2 + (\beta/2)]}}{r_2} \cos \theta_2 \right\}$$

$$\mathbf{E}_t = \hat{\mathbf{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos \theta \left\{ 2 \cos \left[\frac{1}{2} (kd \cos \theta + \beta) \right] \right\}$$


$$\text{AF} = 2 \cos \left[\frac{1}{2} (kd \cos \theta + \beta) \right]$$

阵因子是阵列排布形状和激励相位的函数，通过改变单元间距 d 、或者单元之间相位差 β ，可以改变阵因子，从而改变阵列的远场方向图。

阵因子

两个相同单元组成的二元阵列的远场值等于单个单元的远场值乘以阵因子。

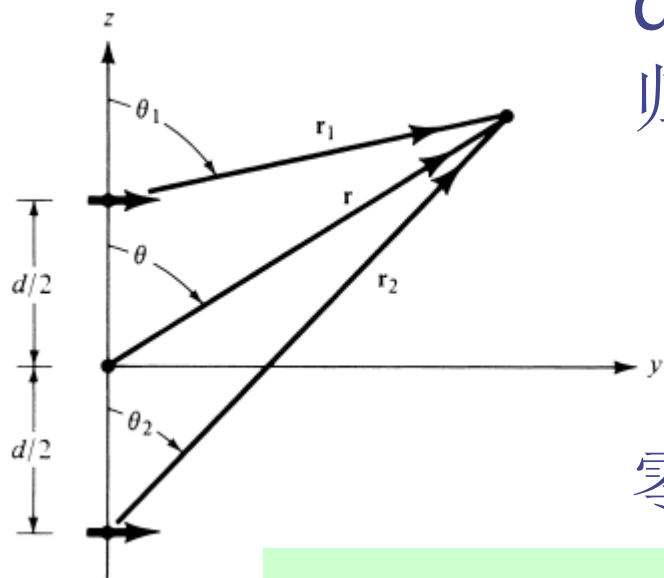
$$\mathbf{E}(\text{total}) = [\mathbf{E}(\text{single element at reference point})] \times [\text{array factor}]$$

适用范围：完全相同的单元组成的阵列

阵因子的几点说明

- 阵因子，一般是阵列单元个数、物理排布、单元的激励幅值、激励相位、空间间距的函数。
- 因为阵因子与单个单元方向图特性完全无关，这为我们研究阵列提供了简单的途径，即忽略掉单元方向图的特性，直接以理想点源代替，得出阵因子后，再选择单元形式以满足特定需求。

实例



$$d = \lambda/4, \beta = 0$$

归一化场方向图:

$$E_{tn} = \cos \theta \cos \left(\frac{\pi}{4} \cos \theta \right)$$

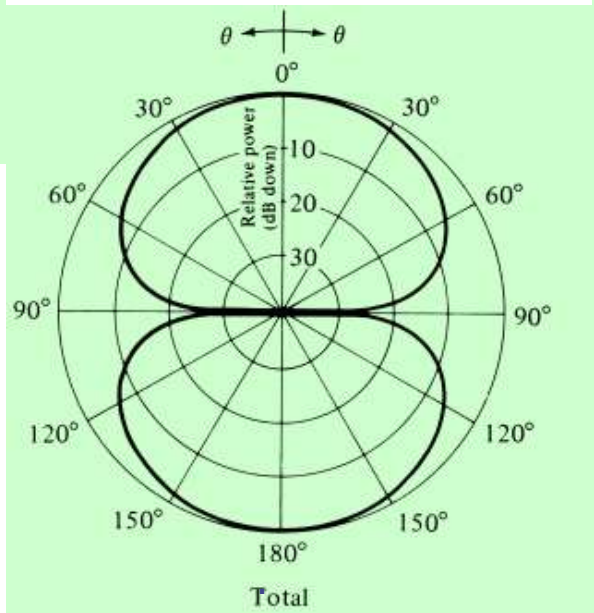
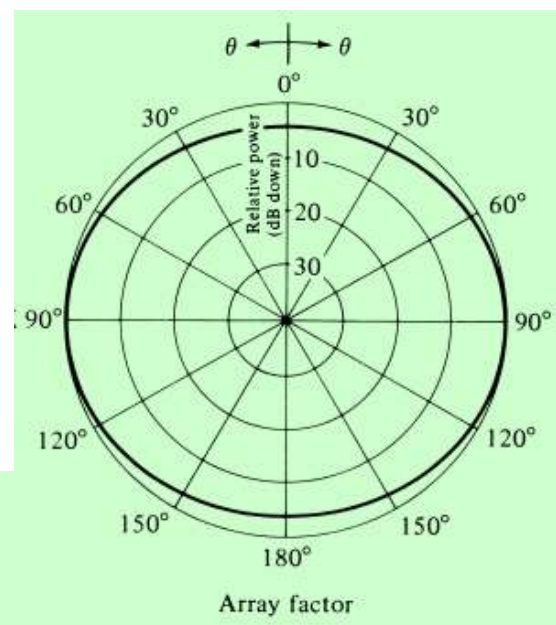
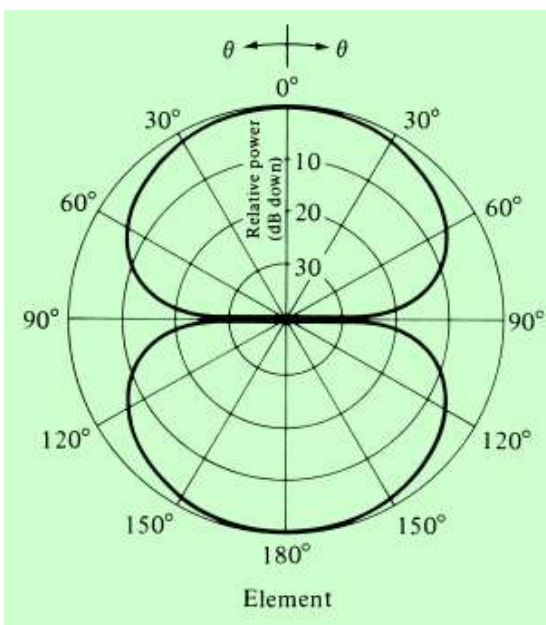
零点:

$$E_{tn} = \cos \theta \cos \left(\frac{\pi}{4} \cos \theta \right) \Big|_{\theta = \theta_n} = 0$$

$$\cos \theta_n = 0 \Rightarrow \theta_n = 90^\circ$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} \cos \theta_n \right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} \cos \theta_n = \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_n = \text{does not exist}$$

实例

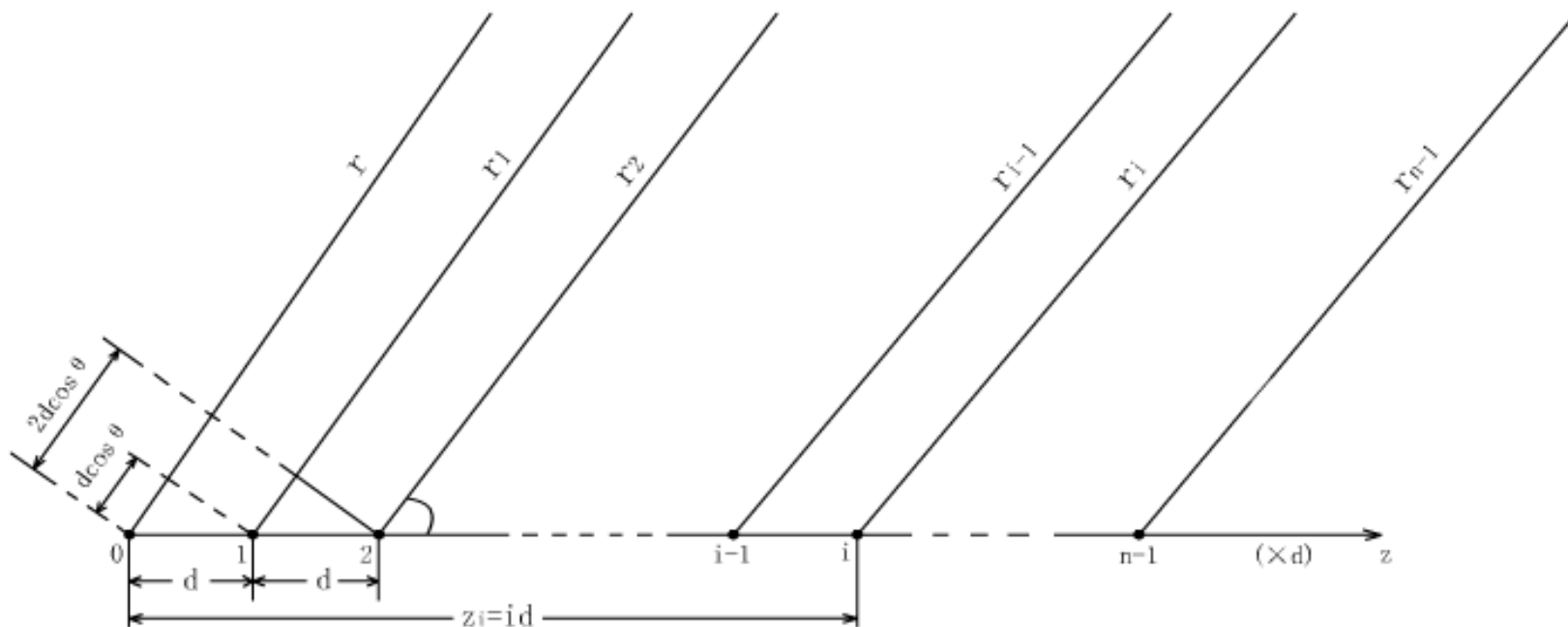


天线阵基本理论

- 二元阵列
- **N**元等幅均匀阵列
- **N**元非等幅均匀阵列

N元等幅均匀阵列

- 均匀阵列：
 - 1) 阵列单元完全相同
 - 2) 采用相同幅值激励和步进相位激励

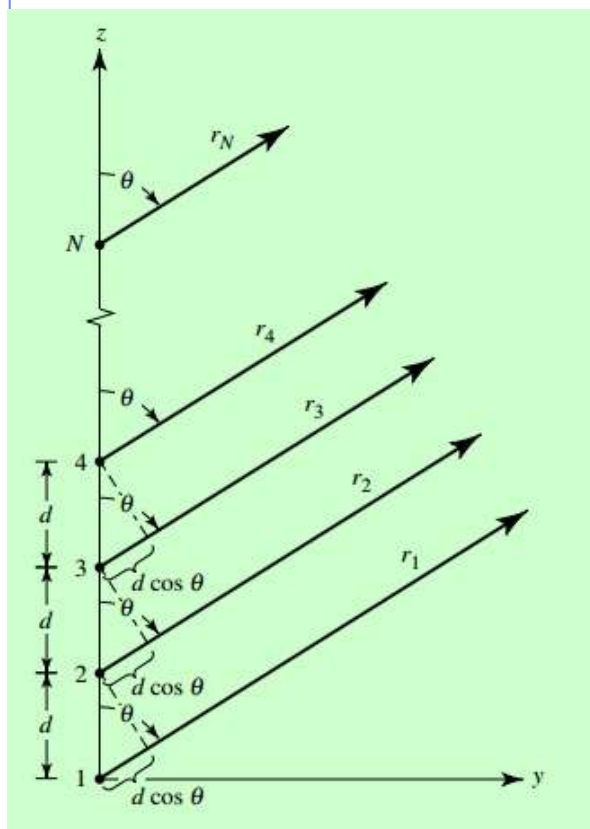


N元等幅均匀线阵

- n个辐射源均匀分布在z轴上，单元的位置坐标为 $z_i = id$, $i=0,1,2,\dots,n-1$
- 激励相位为 $\alpha_i = -ikd \cos \theta_0$
- 可得 $S = \sum_{i=0}^{n-1} I_i e^{jikd(\cos \theta - \cos \theta_0)}$
- 对于等幅阵列 $S = \sum_{i=0}^{n-1} e^{jikd(\cos \theta - \cos \theta_0)}$
- 利用等比级数求和公式，简化并取绝对值得

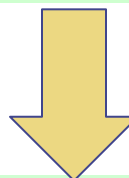
$$|S| = \frac{\left| \sin \left[\frac{n}{2} kd(\cos \theta - \cos \theta_0) \right] \right|}{\left| \sin \left[\frac{1}{2} kd(\cos \theta - \cos \theta_0) \right] \right|}$$

N元等幅均匀线阵



$$AF = 1 + e^{+j(kd \cos \theta + \beta)} + e^{+j2(kd \cos \theta + \beta)} + \dots + e^{j(N-1)(kd \cos \theta + \beta)}$$

$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kd \cos \theta + \beta)}$$

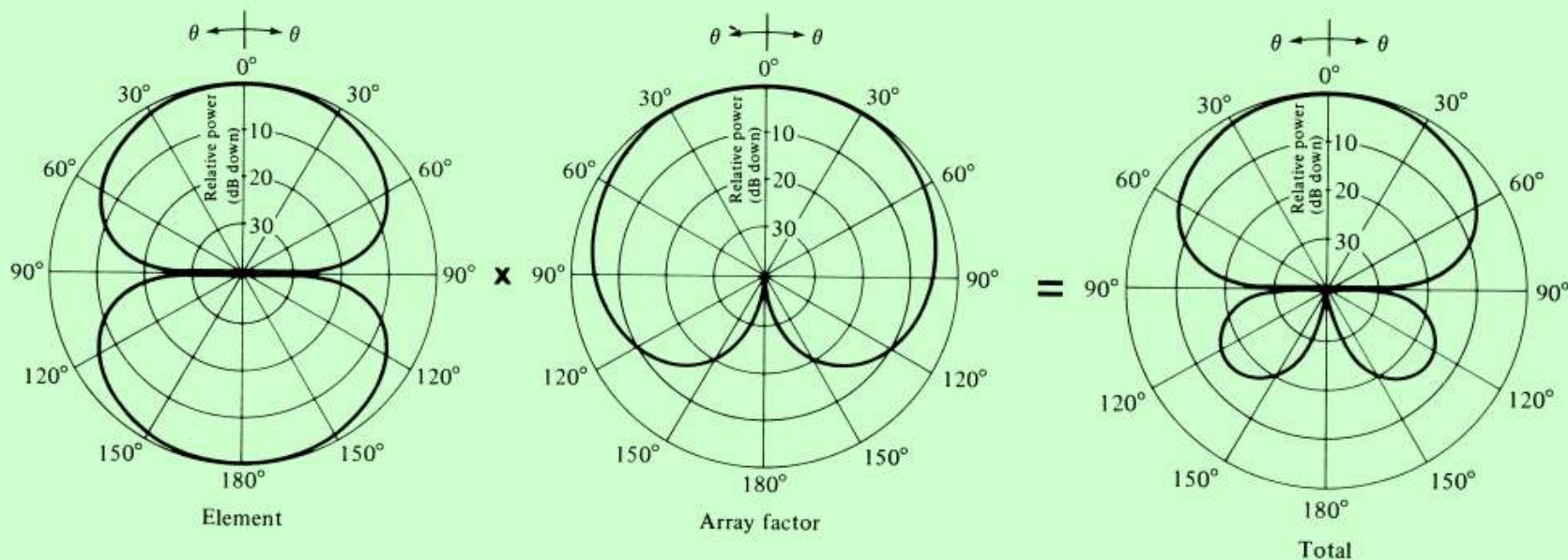


$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi}$$

where $\psi = kd \cos \theta + \beta$

N元等幅均匀线阵

$$\beta = -90, d = \lambda/4, N = 2$$



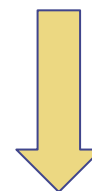
N元等幅均匀线阵

$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi}$$

where $\psi = kd \cos \theta + \beta$



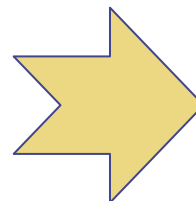
$$(AF)e^{j\psi} = e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi} + e^{jN\psi}$$



$$AF = \left[\frac{e^{jN\psi} - 1}{e^{j\psi} - 1} \right] = e^{j[(N-1)/2]\psi} \left[\frac{e^{j(N/2)\psi} - e^{-j(N/2)\psi}}{e^{j(1/2)\psi} - e^{-j(1/2)\psi}} \right]$$
$$= e^{j[(N-1)/2]\psi} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)} \right]$$



$$AF(e^{j\psi} - 1) = (-1 + e^{jN\psi})$$



$$AF = \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)} \right]$$

可化简为

N元等幅均匀线阵

求解阵列的零点

$$\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right) = 0 \Rightarrow \frac{N}{2}\psi|_{\theta=\theta_n} = \pm n\pi \Rightarrow \theta_n = \cos^{-1}\left[\frac{\lambda}{2\pi d}\left(-\beta \pm \frac{2n}{N}\pi\right)\right]$$
$$n = 1, 2, 3, \dots$$

- 当 $n=N, 2N, 3N, \dots$ 时，上述方程可化简为 $\sin(0)/0$ 形式，其在 0 处取极限为 1，即为方向图的最大值
- 当 n 取其他整数时，可以得到方程的各阶零点
- 对于 \arccos 函数，其变量值不能超出 ± 1 的范围，零点的个数会是阵列单元间距和单元相位激励的函数。

N元等幅均匀线阵

求解最大值点：

$$\frac{\psi}{2} = \frac{1}{2}(kd \cos \theta + \beta)|_{\theta=\theta_m} = \pm m\pi \Rightarrow \theta_m = \cos^{-1} \left[\frac{\lambda}{2\pi d} (-\beta \pm 2m\pi) \right]$$
$$m = 0, 1, 2, \dots$$

阵列存在唯一的一个最大值点，即 $m=0$

求解阵因子的3dB波束点：

$$\frac{N}{2}\psi = \frac{N}{2}(kd \cos \theta + \beta)|_{\theta=\theta_h} = \pm 1.391$$
$$\Rightarrow \theta_h = \cos^{-1} \left[\frac{\lambda}{2\pi d} \left(-\beta \pm \frac{2.782}{N} \right) \right]$$

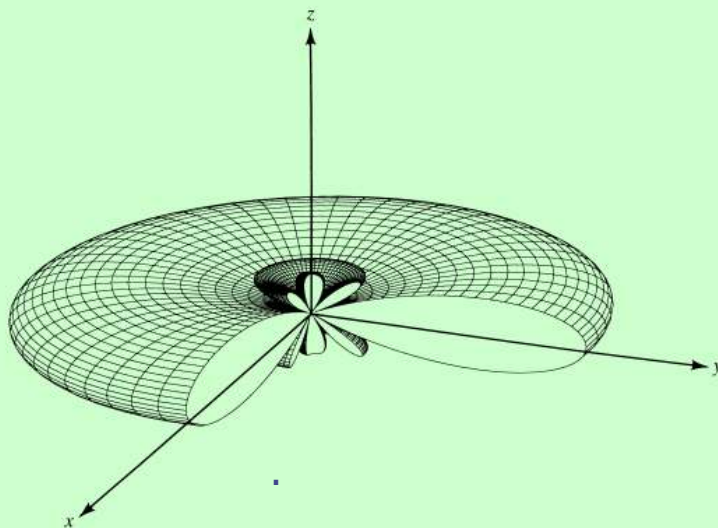
线阵实例 1: 侧射阵

- 波束最大指向 $\theta_0=90^\circ$ （线阵沿Z轴），当单元的波束最大指向和阵因子的最大波束指向均指向 $\theta_0=90^\circ$ 时，便可达到最佳的侧射阵。
- 对于单元天线的波束指向要求，可以通过选择合适的辐射单元来满足要求
- 对于阵因子的波束指向要求，可以通过合理的调整阵列单元间的间距、每个单元的相位激励实现。

线阵实例 1: 侧射阵

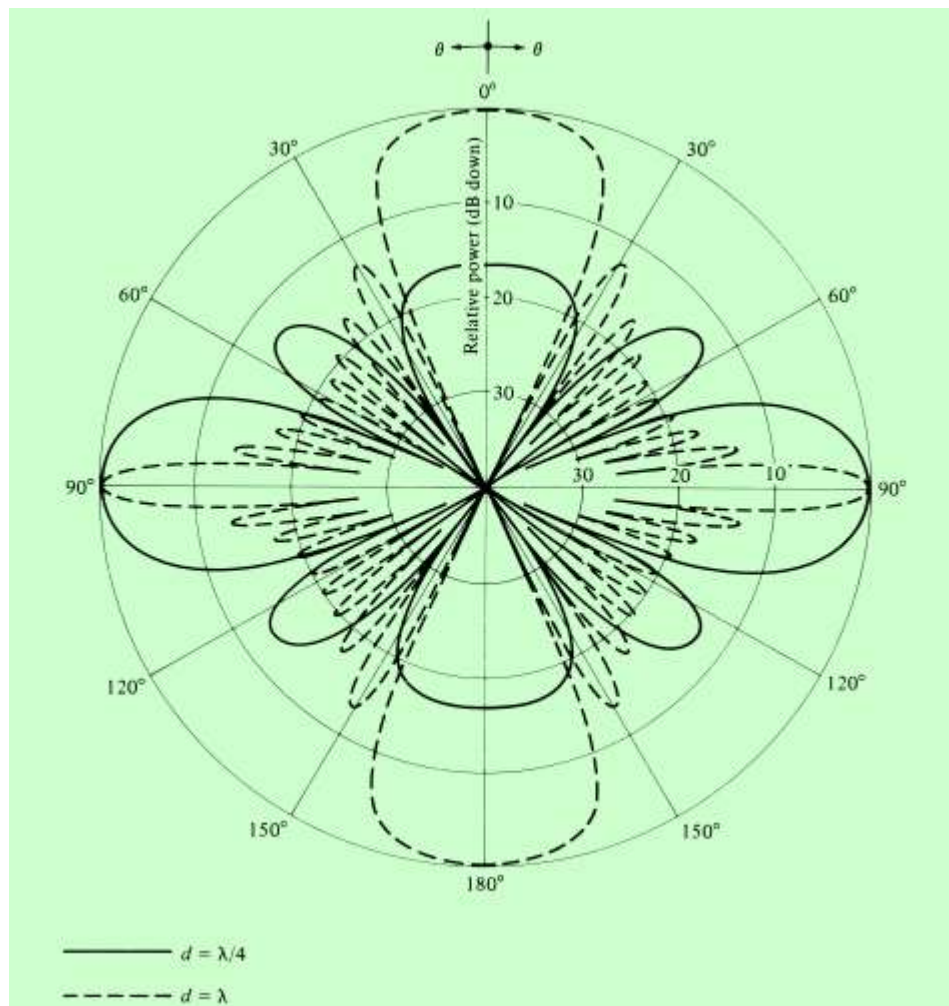
侧射阵的条件：阵列单元间的相位差为 0° ，即所有单元采用相同的激励相位

$$\psi = kd \cos \theta + \beta|_{\theta=90^\circ} = \beta = 0$$



线阵实例 1: 侧射阵

- 单元间距 d 会严重影响栅瓣的形成
- 为了保证不出现较大较明显的栅瓣和旁瓣，单元间距不宜超过一个波长



线阵实例 1: 侧射阵

方向性系数

$$AF = \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)} \right]$$



$$(AF)_n = \frac{1}{N} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\psi\right)} \right]$$



$$(AF)_n = \frac{1}{N} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd \cos \theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}kd \cos \theta\right)} \right]$$

$d \ll \lambda$

$$(AF)_n \simeq \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd \cos \theta\right)}{\left(\frac{N}{2}kd \cos \theta\right)} \right]$$



$$U(\theta) = [(AF)_n]^2 = \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd \cos \theta\right)}{\frac{N}{2}kd \cos \theta} \right]^2 = \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2$$

$$Z = \frac{N}{2}kd \cos \theta$$

$U_{\max}=1$,
平均辐射强度
 U_0



$$U_0 = \frac{1}{4\pi} P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd \cos \theta\right)}{\frac{N}{2}kd \cos \theta} \right]^2 \sin \theta d\theta$$

$$Z = \frac{N}{2}kd \cos \theta$$

$$dZ = -\frac{N}{2}kd \sin \theta d\theta$$



$$U_0 = -\frac{1}{Nkd} \int_{+Nkd/2}^{-Nkd/2} \left[\frac{\sin Z}{Z} \right]^2 dZ = \frac{1}{Nkd} \int_{-Nkd/2}^{+Nkd/2} \left[\frac{\sin Z}{Z} \right]^2 dZ$$

线阵实例 1: 侧射阵

$$U_0 = -\frac{1}{Nkd} \int_{+Nkd/2}^{-Nkd/2} \left[\frac{\sin Z}{Z} \right]^2 dZ = \frac{1}{Nkd} \int_{-Nkd/2}^{+Nkd/2} \left[\frac{\sin Z}{Z} \right]^2 dZ$$

对于大型阵列 \downarrow $Nkd/2$ 趋于无穷大

$$U_0 = \frac{1}{Nkd} \int_{-Nkd/2}^{+Nkd/2} \left[\frac{\sin Z}{Z} \right]^2 dZ \simeq \frac{1}{Nkd} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\sin Z}{Z} \right]^2 dZ$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \pi$$

$$U_0 \simeq \frac{\pi}{Nkd}$$

$$D_0 = \frac{U_{\max}}{U_0} \simeq \frac{Nkd}{\pi} = 2N \left(\frac{d}{\lambda} \right)$$

$$L = (N-1)d$$

$$D_0 \simeq 2N \left(\frac{d}{\lambda} \right) = 2 \left(1 + \frac{L}{d} \right) \left(\frac{d}{\lambda} \right) \stackrel{L \gg d}{\simeq} 2 \left(\frac{L}{\lambda} \right)$$

栅瓣

对于n元均匀直线阵，如果阵元的间距 d_λ 超过1，将会出现幅度与主（中心）瓣相等的旁瓣，称为栅瓣，它们与主瓣相隔

$$\phi_G = \arcsin \frac{m}{d_\lambda} \quad \text{其中 } m = 1, 2, 3, \dots$$

当 $d_\lambda \gg 1$ 时，可近似简化为

$$\phi_G = \frac{m}{d_\lambda}$$

线阵实例 2: 常规端射阵

- 阵列单元沿Z轴分布，波束最大指向为Z轴方向（正向或负向），称之为端射阵。
- 端射阵最大波束只指向一个方向， $\theta_0=0^\circ$ 或者 180° 方向，满足相位条件：

To direct the first maximum toward $\theta_0 = 0^\circ$,

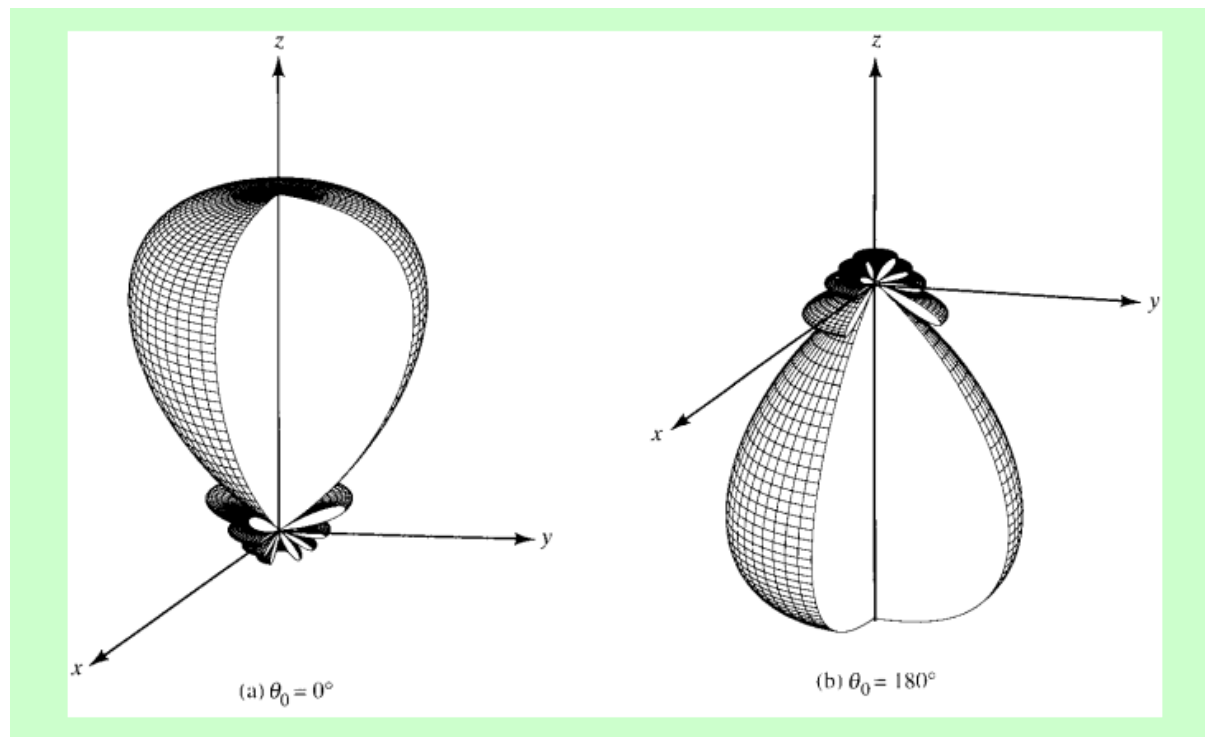
$$\psi = kd \cos \theta + \beta|_{\theta=0^\circ} = kd + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -kd$$

If the first maximum is desired toward $\theta_0 = 180^\circ$, then

$$\psi = kd \cos \theta + \beta|_{\theta=180^\circ} = -kd + \beta = 0 \Rightarrow \beta = kd$$

线阵实例 2: 常规端射阵

► 为了得到一个唯一的端射最大值，且避免出现较大较明显的旁瓣值，阵列单元间间距应该小于半个波长，即 $d_{\max} < \lambda/2$



线阵实例 2: 常规端射阵

方向性系数:

$$(AF)_n = \frac{\sin \left[\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]}{N \sin \left[\frac{1}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]} \xrightarrow{d \ll \lambda} (AF)_n \simeq \frac{\sin \left[\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]}{\left[\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]}$$

$$U(\theta) = [(AF)_n]^2 = \left[\frac{\sin \left[\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]}{\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1)} \right]^2 = \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2$$

$$Z = \frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1)$$



$$U_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[\frac{\sin \left[\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]}{\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1)} \right]^2 \sin \theta d\theta d\phi$$
$$= \frac{1}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\sin \left[\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1) \right]}{\frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1)} \right]^2 \sin \theta d\theta$$

$$Z = \frac{N}{2} kd(\cos \theta - 1)$$
$$dZ = -\frac{N}{2} kd \sin \theta d\theta$$



$$U_0 = -\frac{1}{Nkd} \int_0^{-Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \frac{1}{Nkd} \int_0^{Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ$$

线阵实例 2: 常规端射阵

$$U_0 = -\frac{1}{Nkd} \int_0^{-Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ = \frac{1}{Nkd} \int_0^{Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ$$

$Nkd \rightarrow \text{large}$

$$U_0 = \frac{1}{Nkd} \int_0^{Nkd} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ \simeq \frac{1}{Nkd} \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(Z)}{Z} \right]^2 dZ$$

$$U_0 \simeq \frac{\pi}{2Nkd}$$

$$D_0 = \frac{U_{\max}}{U_0} \simeq \frac{2Nkd}{\pi} = 4N \left(\frac{d}{\lambda} \right)$$

$L \gg d$

$$D_0 \simeq 4N \left(\frac{d}{\lambda} \right) = 4 \left(1 + \frac{L}{d} \right) \left(\frac{d}{\lambda} \right) \stackrel{L \gg d}{\simeq} 4 \left(\frac{L}{\lambda} \right)$$

线阵实例 3: 汉森-伍德亚德端射阵

为了提高常规端射阵的方向性系数，且不影响阵列的其他特性，汉森和伍德亚德提出了附加条件来提高方向性系数：

$$\beta = -\left(kd + \frac{2.92}{N}\right) \simeq -\left(kd + \frac{\pi}{N}\right) \Rightarrow \text{for maximum in } \theta_0 = 0^\circ$$

$$\beta = +\left(kd + \frac{2.92}{N}\right) \simeq +\left(kd + \frac{\pi}{N}\right) \Rightarrow \text{for maximum in } \theta_0 = 180^\circ$$

For maximum radiation along $\theta_0 = 0^\circ$

$$|\psi| = |kd \cos \theta + \beta|_{\theta=0^\circ} = \frac{\pi}{N} \quad \text{and} \quad |\psi| = |kd \cos \theta + \beta|_{\theta=180^\circ} \simeq \pi$$

For maximum radiation along $\theta_0 = 180^\circ$

$$|\psi| = |kd \cos \theta + \beta|_{\theta=180^\circ} = \frac{\pi}{N} \quad \text{and} \quad |\psi| = |kd \cos \theta + \beta|_{\theta=0^\circ} \simeq \pi$$

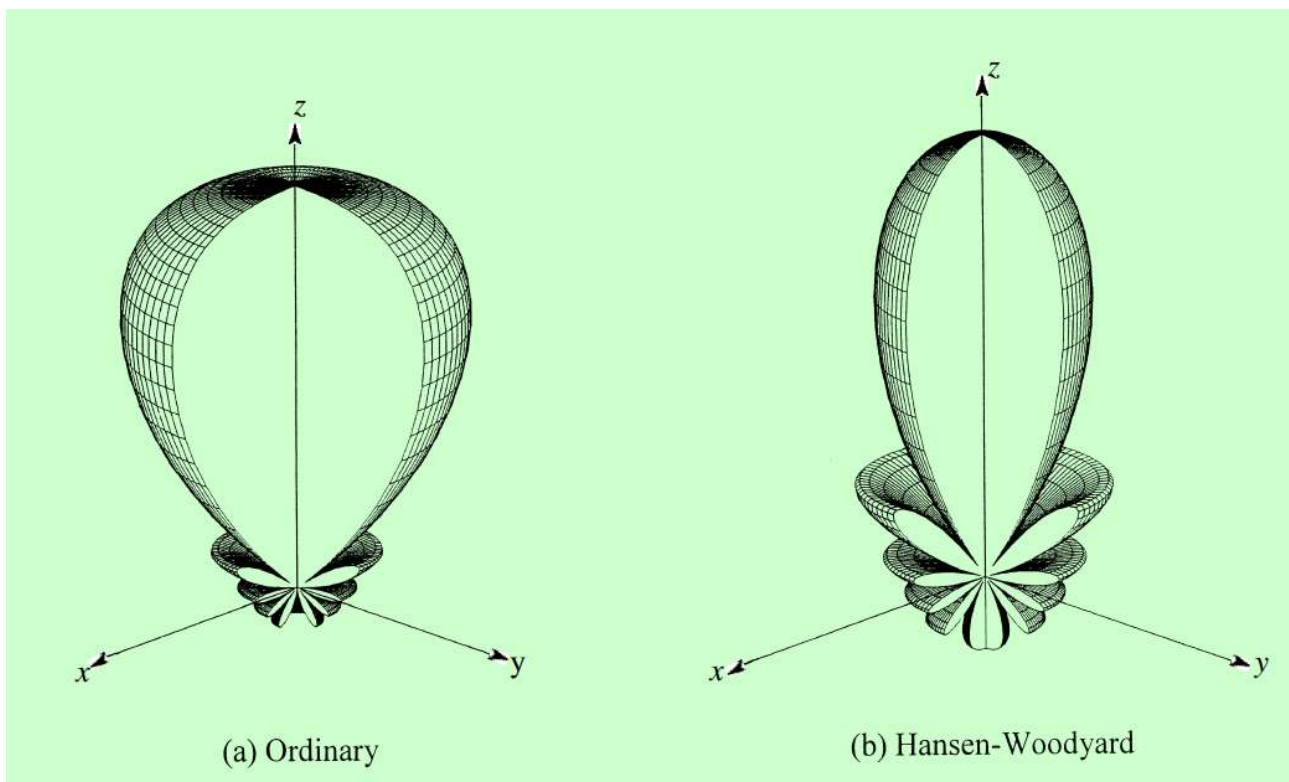
$$d = \left(\frac{N-1}{N}\right) \frac{\lambda}{4}$$

对于大型阵列，
N足够大

$$d \simeq \frac{\lambda}{4}$$

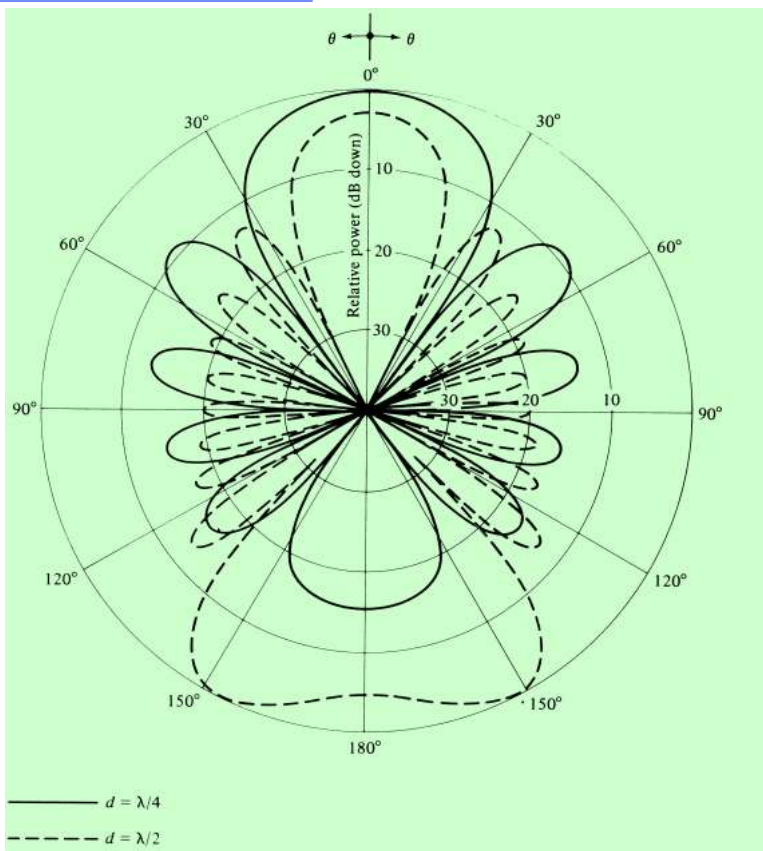
具有比常规端射阵更高的方向性系数

线阵实例 3: 汉森-伍德亚德端射阵



常规端射阵和汉森-伍德亚德端射阵3维方向图对比
($N = 10, d = \lambda/4$)

线阵实例 3: 汉森-伍德亚德端射阵



- $d = \lambda/2$ 时，虽然副瓣较小，但其背瓣大于最大指向主瓣
- $d = \lambda/4$ 时，满足汉森-伍德亚德条件，实现了最大的方向性系数

$$|\psi| = \left| (kd \cos \theta + \beta) \right|_{\substack{\theta=180^\circ \\ \beta=-(kd+\pi/N)}} = \left| -(2kd + \pi/N) \right|_{\substack{d=\lambda/2 \\ N=10}} = 2.1\pi$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/818143021020006142>