

一、解答题

1. 如图1, 在平面直角坐标系中, $A(a,0), C(b,2)$, 且满足 $(a+2)^2 + |b-2| = 0$, 过 C 作 $CB \perp x$ 轴于 B .

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(2) 若过 B 作 $BD \parallel AC$ 交 y 轴于 D , 且 AE, DE 分别平分 $\angle CAB, \angle ODB$, 如图2, 求 $\angle AED$ 的度数.

(3) 在 y 轴上存在点 P 使得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACP$ 的面积相等, 请直接写出 P 点坐标.

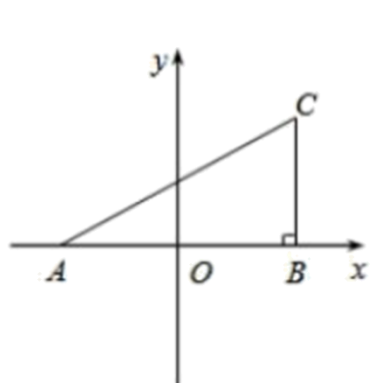


图 1

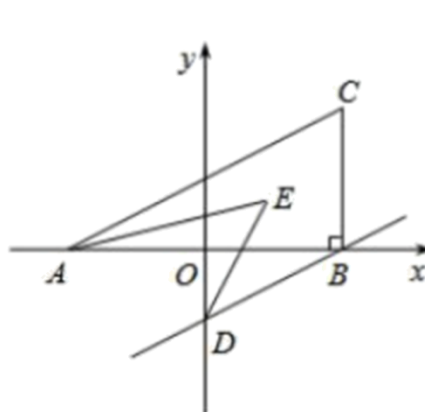
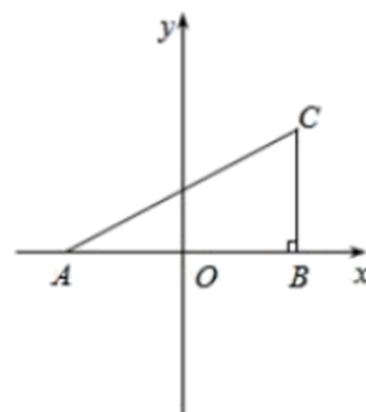


图 2



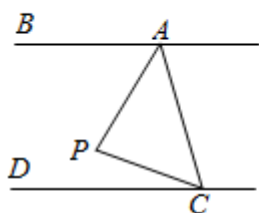
备用图

2. 直线 $AB \parallel CD$, 点 P 为平面内一点, 连接 AP, CP .

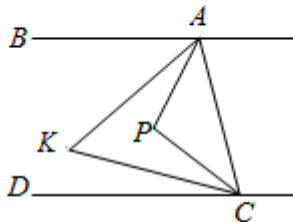
(1) 如图①, 点 P 在直线 AB, CD 之间, 当 $\angle BAP = 60^\circ, \angle DCP = 20^\circ$ 时, 求 $\angle APC$ 的度数;

(2) 如图②, 点 P 在直线 AB, CD 之间, $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于 K , 写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系, 并说明理由;

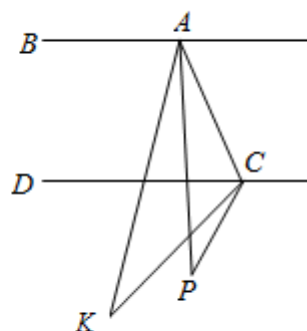
(3) 如图③, 点 P 在直线 CD 下方, 当 $\angle BAK = \frac{2}{3} \angle BAP, \angle DCK = \frac{2}{3} \angle DCP$ 时, 写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系, 并说明理由.



图①



图②



图③

3. 问题情境:

如图1, $AB \parallel CD, \angle PAB = 130^\circ, \angle PCD = 120^\circ$. 求 $\angle APC$ 的度数. 小明的思路是: 过 P 作 $PE \parallel AB$, 通过平行线性质, 可得 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$.

问题解决:

(1) 如图2, $AB \parallel CD$, 直线 l 分别与 AB 、 CD 交于点 M 、 N , 点 P 在直线 l 上运动, 当点 P 在线段 MN 上运动时 (不与点 M 、 N 重合), $\angle PAB = \alpha$, $\angle PCD = \beta$, 判断 $\angle APC$ 、 α 、 β 之间的数量关系并说明理由;

(2) 在 (1) 的条件下, 如果点 P 在线段 MN 或 NM 的延长线上运动时, 请直接写出 $\angle APC$ 、 α 、 β 之间的数量关系;

(3) 如图3, $AB \parallel CD$, 点 P 是 AB 、 CD 之间的一点 (点 P 在点 A 、 C 右侧), 连接 PA 、 PC , $\angle BAP$ 和 $\angle DCP$ 的平分线交于点 Q . 若 $\angle APC = 116^\circ$, 请结合 (2) 中的规律, 求 $\angle AQC$ 的度数.

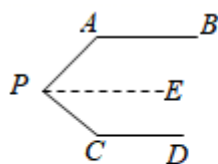


图1

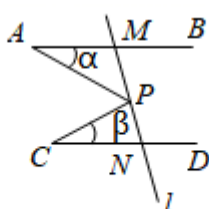


图2

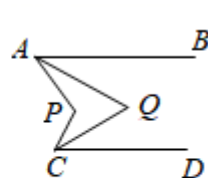


图3

4. 已知, 如图1, 射线 PE 分别与直线 AB 、 CD 相交于 E 、 F 两点, $\angle PFD$ 的平分线与直线 AB 相交于点 M , 射线 PM 交 CD 于点 N , 设 $\angle PFM = \alpha^\circ$, $\angle EMF = \beta^\circ$, 且 $(40 - 2\alpha)^2 + |\beta - 20| = 0$

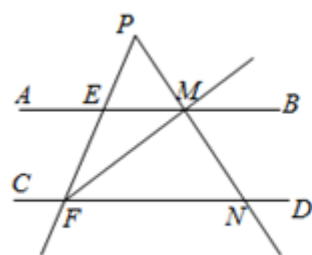


图1

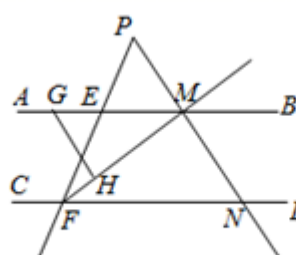


图2

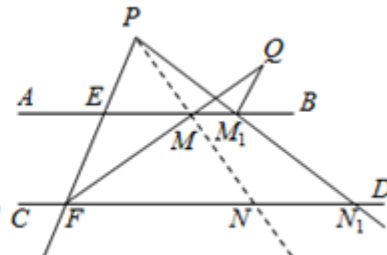


图3

(1) $\alpha = \underline{\hspace{1cm}}$, $\beta = \underline{\hspace{1cm}}$; 直线 AB 与 CD 的位置关系是 $\underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 如图2, 若点 G 、 H 分别在射线 MA 和线段 MF 上, 且 $\angle MGH = \angle PNF$, 试找出 $\angle FMN$ 与 $\angle G$ 、 $\angle H$ 之间存在的数量关系, 并证明你的结论;

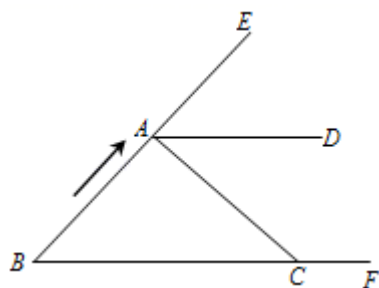
(3) 若将图中的射线 PM 绕着端点 P 逆时针方向旋转 (如图3), 分别与 AB 、 CD 相交于点 M_1 和点 N_1 时, 作 $\angle PM_1B$ 的角平分线 M_1Q 与射线 FM 相交于点 Q , 问在旋转的过程中 $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q}$ 的值是否改变? 若不变, 请求出其值; 若变化, 请说明理由.

5. 如图, $\angle EBF = 50^\circ$, 点 C 是 $\angle EBF$ 的边 BF 上一点. 动点 A 从点 B 出发在 $\angle EBF$ 的边 BE 上, 沿 BE 方向运动, 在动点 A 运动的过程中, 始终有过点 A 的射线 $AD \parallel BC$.

(1) 在动点 A 运动的过程中, $\underline{\hspace{1cm}}$ (填“是”或“否”) 存在某一时刻, 使得 AD 平分 $\angle EAC$?

(2) 假设存在 AD 平分 $\angle EAC$, 在此情形下, 你能猜想 $\angle B$ 和 $\angle ACB$ 之间有何数量关系? 并请说明理由;

(3) 当 $AC \perp BC$ 时, 直接写出 $\angle BAC$ 的度数和此时 AD 与 AC 之间的位置关系.



6. 已知 $AB \parallel CD$.

(1) 如图1, E 为 AB , CD 之间一点, 连接 BE , DE , 得到 $\angle BED$. 求证: $\angle BED = \angle B + \angle D$;

(2) 如图, 连接 AD , BC , BF 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$, 且 BF , DF 所在的直线交于点 F .

①如图2, 当点 B 在点 A 的左侧时, 若 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, 求 $\angle BFD$ 的度数.

②如图3, 当点 B 在点 A 的右侧时, 设 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$, 请你求出 $\angle BFD$ 的度数. (用含有 α , β 的式子表示)

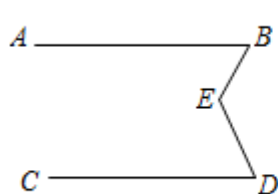


图1

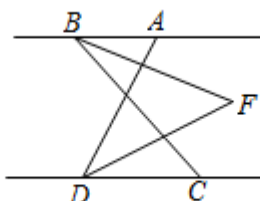


图2

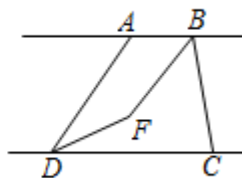


图3

7. 规定两数 a , b 之间的一种运算, 记作 (a, b) : 如果 $a^c = b$, 那么 $(a, b) = c$.

例如: 因为 $2^3 = 8$, 所以 $(2, 8) = 3$.

(1) 根据上述规定, 填空:

$(3, 27) = \underline{\hspace{2cm}}$, $(5, 1) = \underline{\hspace{2cm}}$, $(2, \frac{1}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 小明在研究这种运算时发现一个现象: $(3^n, 4^n) = (3, 4)$ 小明给出了如下的证明:

设 $(3^n, 4^n) = x$, 则 $(3^n)^x = 4^n$, 即 $(3^x)^n = 4^n$

所以 $3^x = 4$, 即 $(3, 4) = x$,

所以 $(3^n, 4^n) = (3, 4)$.

请你尝试运用上述这种方法说明下面这个等式成立的理由: $(4, 5) + (4, 6) = (4, 30)$

8. 规定: 求若干个相同的有理数 (均不等于0) 的除法运算叫做除方, 如 $2 \div 2 \div 2$, $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 等. 类比有理数的乘方, 我们把 $2 \div 2 \div 2$ 记作 $2^{\textcircled{3}}$, 读作“2的圈3次方”, $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 记作 $(-3)^{\textcircled{4}}$, 读作“-3的圈4次方”, 一般地, 把 $\underbrace{a \div a \div a \div \dots \div a}_{n \text{个} a}$ (a ≠ 0) 记作 $a^{\textcircled{n}}$, 读作“a的圈n次方”.

(初步探究)

(1) 直接写出计算结果: $2^{\textcircled{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $(\frac{1}{2})^{\textcircled{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 关于除方, 下列说法错误的是____

A. 任何非零数的圈2次方都等于1;

B. 对于任何正整数 n , $1^{(n)}=1$;

C. $3^{(4)}=4^{(3)}$;

D. 负数的圈奇数次方结果是负数, 负数的圈偶数次方结果是正数.

(深入思考)

我们知道, 有理数的减法运算可以转化为加法运算, 除法运算可以转化为乘法运算, 有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢?

(1) 试一试: 仿照上面的算式, 将下列运算结果直接写成幂的形式.

$$(-3)^{(4)} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad 5^{(6)} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{(10)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 想一想: 将一个非零有理数 a 的圈 n 次方写成幂的形式等于_____;

$$(3) \text{ 算一算: } 12^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^{(4)} \times (-2)^{(5)} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{(6)} \div 3^3$$

9. 数学家华罗庚在一次出国访问途中, 看到飞机上邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题: 求59319的立方根. 华罗庚脱口而出: 39. 众人感觉十分惊奇, 请华罗庚给大家解读其中的奥秘.

你知道怎样迅速准确的计算出结果吗? 请你按下面的问题试一试:

$$\textcircled{1} \text{Q } \sqrt[3]{1000} = 10, \sqrt[3]{1000000} = 100, \text{ 又 } \text{Q } 1000 < 59319 < 1000000,$$

$$\therefore 10 < \sqrt[3]{59319} < 100, \therefore \text{能确定59319的立方根是个两位数.}$$

$$\textcircled{2} \because 59319 \text{ 的个位数是 } 9, \text{ 又 } \text{Q } 9^3 = 729, \therefore \text{能确定59319的立方根的个位数是 } 9.$$

$\textcircled{3}$ 如果划去59319后面的三位319得到数59,

$$\text{而 } \sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{59} < \sqrt[3]{64}, \text{ 则 } 3 < \sqrt[3]{59} < 4, \text{ 可得 } 30 < \sqrt[3]{59319} < 40,$$

由此能确定59319的立方根的十位数是3

因此59319的立方根是39.

(1) 现在换一个数195112, 按这种方法求立方根, 请完成下列填空.

$\textcircled{1}$ 它的立方根是_____位数.

$\textcircled{2}$ 它的立方根的个位数是_____.

$\textcircled{3}$ 它的立方根的十位数是_____.

$\textcircled{4}$ 195112的立方根是_____.

(2) 请直接填写结果:

$$\textcircled{1} \sqrt[3]{13824} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\textcircled{2} \sqrt[3]{175616} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

10. 阅读材料: 求值: $1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2017}$,

解答: 设 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2017}$, $\textcircled{1}$

将等式两边同时乘2得: $2S=2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2018}$, $\textcircled{2}$

将 $\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 得: $S=2^{2018}-1$, 即 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2017}=2^{2018}-1$.

请你类比此方法计算:

$$(1) 1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{20}.$$

$$(2) 1+3+3^2+3^3+3^4+\dots+3^n \text{ (其中 } n \text{ 为正整数)}$$

11. 先阅读然后解答提出的问题:

设 a 、 b 是有理数，且满足 $a + \sqrt{2}b = 3 - 2\sqrt{2}$ ，求 b^a 的值.

解：由题意得 $(a-3) + (b+2)\sqrt{2} = 0$ ，

因为 a 、 b 都是有理数，所以 $a-3$ ， $b+2$ 也是有理数，

由于 $\sqrt{2}$ 是无理数，所以 $a-3=0$ ， $b+2=0$ ，

所以 $a=3$ ， $b=-2$ ，所以 $b^a = (-2)^3 = -8$.

问题：设 x 、 y 都是有理数，且满足 $x^2 - 2y + \sqrt{5}y = 10 + 3\sqrt{5}$ ，求 $x+y$ 的值.

12. 数学家华罗庚在一次出国访问途中，看到飞机上邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题：求59319的立方根. 华罗庚脱口而出：39. 众人感觉十分惊奇，请华罗庚给大家解读其中的奥秘.

你知道怎样迅速准确的计算出结果吗？请你按下面的问题试一试：

① $\sqrt[3]{1000} = 10$ ， $\sqrt[3]{1000000} = 100$ ，又 $1000 < 59319 < 1000000$ ，

$\therefore 10 < \sqrt[3]{59319} < 100$ ， $\therefore$ 能确定59319的立方根是个两位数.

② $\because 59319$ 的个位数是9，又 $\sqrt[3]{9} = 2.08$ ， $\therefore$ 能确定59319的立方根的个位数是9.

③如果划去59319后面的三位319得到数59，

而 $\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{59} < \sqrt[3]{64}$ ，则 $3 < \sqrt[3]{59} < 4$ ，可得 $30 < \sqrt[3]{59319} < 40$ ，

由此能确定59319的立方根的十位数是3

因此59319的立方根是39.

(1) 现在换一个数195112，按这种方法求立方根，请完成下列填空.

①它的立方根是_____位数.

②它的立方根的个位数是_____.

③它的立方根的十位数是_____.

④195112的立方根是_____.

(2) 请直接填写结果：

① $\sqrt[3]{13824} = \underline{\hspace{2cm}}$.

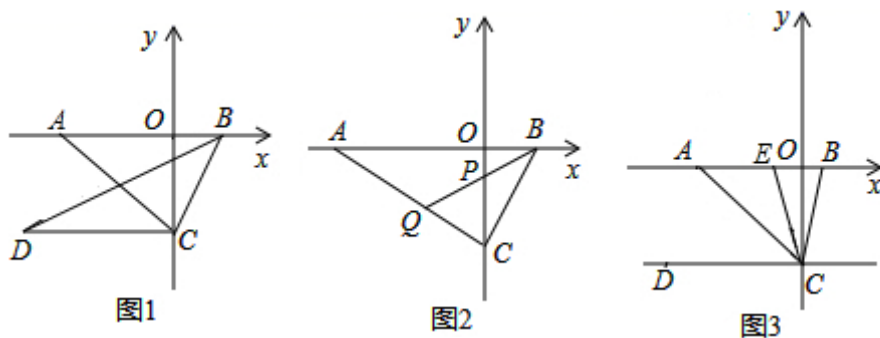
② $\sqrt[3]{175616} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图1，在平面直角坐标系中，点A为x轴负半轴上一点，点B为x轴正半轴上一点，C(0, a)，D(b, a)，其中a, b满足关系式： $|a+3| + (b-a+1)^2 = 0$.

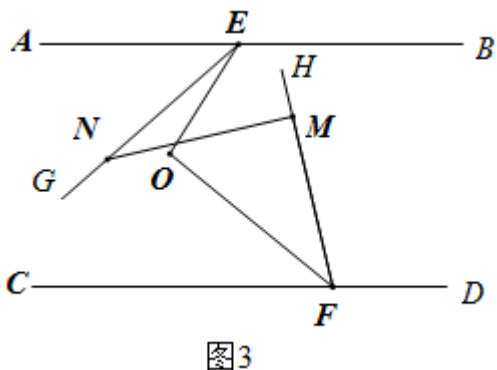
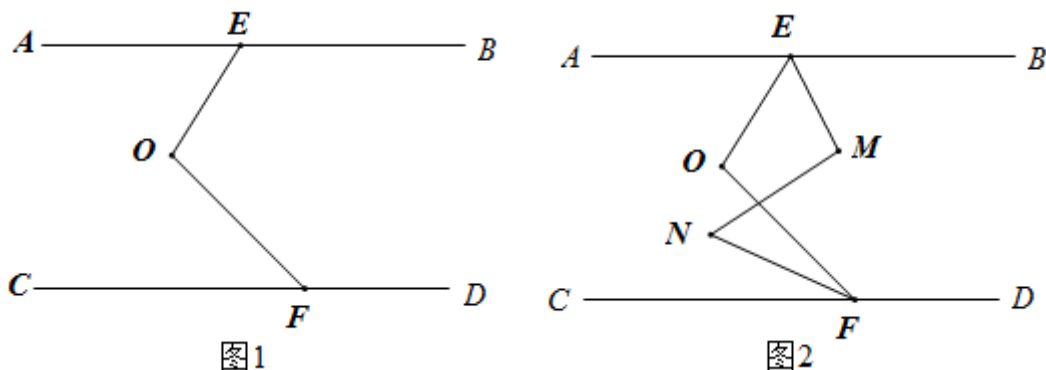
(1) $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\triangle BCD$ 的面积为_____；

(2) 如图2，若 $AC \perp BC$ ，点P线段OC上一点，连接BP，延长BP交AC于点Q，当 $\angle CPQ = \angle CQP$ 时，求证：BP平分 $\angle ABC$ ；

(3) 如图3，若 $AC \perp BC$ ，点E是点A与点B之间一动点，连接CE，CB始终平分 $\angle ECF$ ，当点E在点A与点B之间运动时， $\frac{\angle BEC}{\angle BCO}$ 的值是否变化？若不变，求出其值；若变化，请说明理由.



14. 如图1, $AB \parallel CD$, 点 E 、 F 分别在 AB 、 CD 上, 点 O 在直线 AB 、 CD 之间, 且 $\angle EOF = 100^\circ$.



- (1) 求 $\angle BEO + \angle OFD$ 的值;
- (2) 如图2, 直线 MN 分别交 $\angle BEO$ 、 $\angle OFC$ 的角平分线于点 M 、 N , 直接写出 $\angle EMN - \angle FNM$ 的值;
- (3) 如图3, EG 在 $\angle AEO$ 内, $\angle AEG = m\angle OEG$; FH 在 $\angle DFO$ 内, $\angle DFH = m\angle OFH$, 直线 MN 分别交 EG 、 FH 分别于点 M 、 N , 且 $\angle FMN - \angle ENM = 50^\circ$, 直接写出 m 的值.

15. 问题情境:

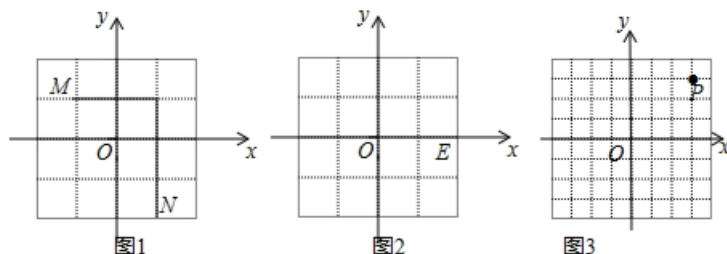
在平面直角坐标系 xOy 中有不重合的两点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$, 小明在学习中发现, 若 $x_1 = x_2$, 则 $AB \parallel y$ 轴, 且线段 AB 的长度为 $|y_1 - y_2|$; 若 $y_1 = y_2$, 则 $AB \parallel x$ 轴, 且线段 AB 的长度为 $|x_1 - x_2|$;

(应用):

- (1) 若点 $A(-1, 1)$ 、 $B(2, 1)$, 则 $AB \parallel x$ 轴, AB 的长度为_____.
- (2) 若点 $C(1, 0)$, 且 $CD \parallel y$ 轴, 且 $CD = 2$, 则点 D 的坐标为_____.

（拓展）：

我们规定：平面直角坐标系中任意不重合的两点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 之间的折线距离为 $d(M, N) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ ；例如：图1中，点 $M(-1, 1)$ 与点 $N(1, -2)$ 之间的折线距离为 $d(M, N) = |-1 - 1| + |1 - (-2)| = 2 + 3 = 5$ 。



解决下列问题：

- （1）如图1，已知 $E(2, 0)$ ，若 $F(-1, -2)$ ，则 $d(E, F)$ _____；
- （2）如图2，已知 $E(2, 0)$ ， $H(1, t)$ ，若 $d(E, H) = 3$ ，则 $t =$ _____。
- （3）如图3，已知 $P(3, 3)$ ，点 Q 在 x 轴上，且三角形 OPQ 的面积为3，则 $d(P, Q) =$ _____。

16. 我们定义，关于同一个未知数的不等式 A 和 B ，若 A 的解都是 B 的解，则称 A 与 B 存在“雅含”关系，且 A 不等式称为 B 不等式的“子式”。

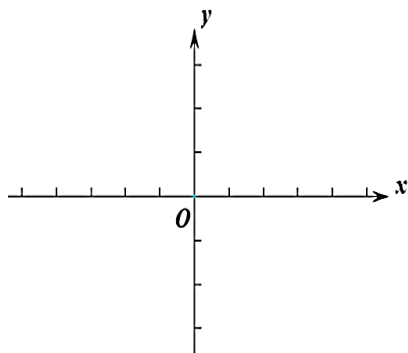
如 $A: x < 0$ ， $B: x < 1$ ，满足 A 的解都是 B 的解，所以 A 与 B 存在“雅含”关系， A 是 B 的“子式”。

（1）若关于 x 的不等式 $A: x + 2 > 1$ ， $B: x > 3$ ，请问 A 与 B 是否存在“雅含”关系，若存在，请说明谁是谁的“子式”；

（2）已知关于 x 的不等式 $C: \frac{x-1}{2} < \frac{a+1}{3}$ ， $D: 2x - (3-x) < 3$ ，若 C 与 D 存在“雅含”关系，且 C 是 D 的“子式”，求 a 的取值范围；

（3）已知 $2m + n = k$ ， $m - n = 3$ ， $m \geq \frac{1}{2}$ ， $n < -1$ ，且 k 为整数，关于 x 的不等式 $P: kx + 6 > x + 4$ ， $Q: 6(2x - 1) \leq 4x + 2$ ，请分析是否存在 k ，使得 P 与 Q 存在“雅含”关系，且 Q 是 P 的“子式”，若存在，请求出 k 的值，若不存在，请说明理由。

17. 在平面直角坐标系中，点 $A(a, 1)$ ， $B(b, 3)$ 满足关系式 $(a+1)^2 + |b-2| = 0$ 。



- （1）求 a ， b 的值；
- （2）若点 $P(3, n)$ 满足 $\triangle ABP$ 的面积等于6，求 n 的值；
- （3）线段 AB 与 y 轴交于点 C ，动点 E 从点 C 出发，在 y 轴上以每秒1

个单位长度的速度向下运动，动点 F 从点 $M(-8,0)$ 出发，以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，问 t 为何值时有 $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ABF}$ ，请直接写出 t 的值.

18. 如图1，在直角坐标系中直线 AB 与 x 、 y 轴的交点分别为 $A(a,0)$ ， $B(0,b)$ ，且满足 $\sqrt{a+b} + |a-b+8| = 0$.

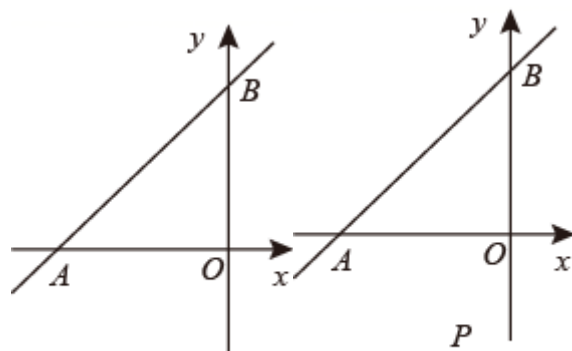


图1

图2

- (1) 求 a 、 b 的值；
- (2) 若点 M 的坐标为 $(1,m)$ 且 $S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle AOM}$ ，求 m 的值；
- (3) 如图2，点 P 坐标是 $(-1,-2)$ ，若 $\triangle ABO$ 以 2 个单位/秒的速度向下平移，同时点 P 以 1 个单位/秒的速度向左平移，平移时间是 t 秒，若点 P 落在 $\triangle ABO$ 内部（不包含三角形的边），求 t 的取值范围.

19. 学校将 20xx 年入学的学生按入学年份、年级、班级、班内序号的顺序给每一位学生编号，如 2015 年入学的 8 年级 3 班的 46 号学生的编号为 15080346. 张山同学模仿二维码的方式给学生编号设计了一套身份识别系统，在 5×5 的正方形风格中，黑色正方形表示数字 1，白色正方形表示数字 0.

我们把从上往下数第 i 行、从左往右数第 j 列表示的数记为 a_{ij} ，（其中， $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$ ），规定 $A_i = 16a_{i1} + 8a_{i2} + 4a_{i3} + 2a_{i4} + a_{i5}$.

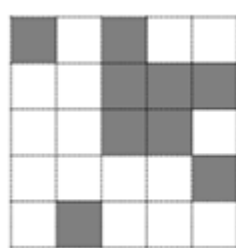


图1

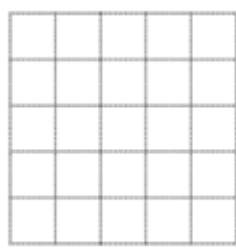


图2

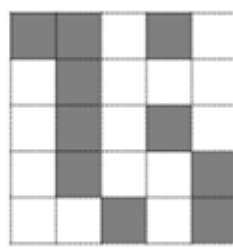


图3

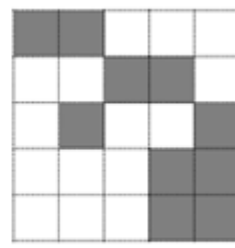


图4

(1) 若 A_1 表示入学年份， A_2 表示所在年级， A_3 表示所在班级， A_4 表示编号的十位数字， A_5 表示编号的个位数字.

- ① 图1是张山同学的身份识别图案，请直接写出张山同学的编号；
- ② 请在图2中画出 2018 年入学的 9 年级 5 班的 39 号同学的身份识别图案；

(2) 张山同学又设计了一套信息加密系统，其中 A_1 表示入学年份加 8， A_2 表示所在年级的数减 6 再加上所在班级的数， A_3 表示所在年级的数乘 2 后减 3 再减所在班级的数，将编号（班内序号）的末两位单列出来，作为一个两位数，个位与十位数字对换后再加 2，所得结果的十位数字用 A_4 表示、个位数字用 A_5

表示. 例如: 2018年9年级5班的39号同学, 其加密后的身份识别图案中, $A_1=18+8=26$, $A_2=9-6+5=8$, $A_3=9\times 2-3-5=10$, $93+2=95$, 所以 $A_4=9$, $A_5=5$, 所以其加密后的身份识别(26081095)图案如图3所示. 图4是李思同学加密后的身份识别图案, 请求出李思同学的编号.

20. (阅读感悟)

一些关于方程组的问题, 若求的结果不是每一个未知数的值, 而是关于未知数的式子的值, 如以下问题: 已知实数 x , y 满足 $3x-y=5$ ①, $2x+3y=7$ ②, 求 $x-4y$ 和 $7x+5y$ 的值.

本题的常规思路是将①②两式联立组成方程组, 解得 x , y 的值再代入欲求值的式子得到答案, 常规思路运算量比较大. 其实, 仔细观察两个方程未知数的系数之间的关系, 本题还可以通过适当变形整体求得式子的值, 如由①-②可得 $x-4y=-2$, 由①+② $\times 2$ 可得 $7x+5y=19$. 这样的解题思想就是通常所说的“整体思想”.

(解决问题)

(1) 已知二元一次方程组 $\begin{cases} 3x+y=4 \\ x+3y=12 \end{cases}$, 则 $x-y=$ ____, $x+y=$ _____.

(2) 某班开展安全教育知识竞赛需购买奖品, 买5支铅笔、3块橡皮、2本日记本共需32元, 买9支铅笔、5块橡皮、3本日记本共需58元, 则购买20支铅笔、20块橡皮、20本日记本共需多少元?

(3) 对于实数 x , y , 定义新运算: $x \times y = ax + by + c$, 其中 a , b , c 是常数, 等式右边是通常的加法和乘法运算. 已知 $1 \times 4 = 16$, $1 \times 5 = 21$, 求 1×1 的值.

21. 在平面直角坐标系中, 点 A 、 B 在坐标轴上, 其中 $A(0, a)$ 、 $B(b, 0)$ 满足

$$|2a-b-1| + \sqrt{a+2b-8} = 0.$$

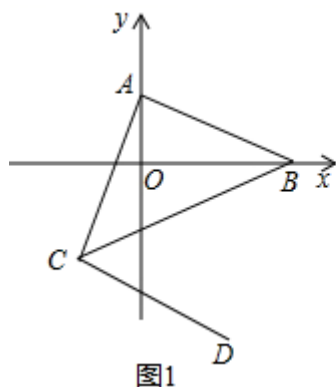


图1

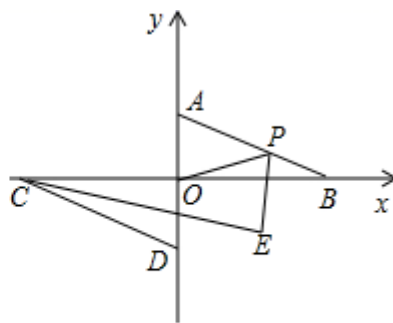


图2

(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 将线段 AB 平移到 CD , 点 A 的对应点为 $C(-2, t)$, 如图1所示, 若三角形 ABC 的面积为9, 求点 D 的坐标;

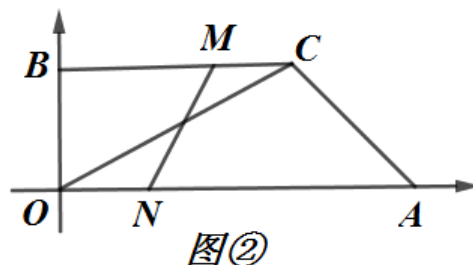
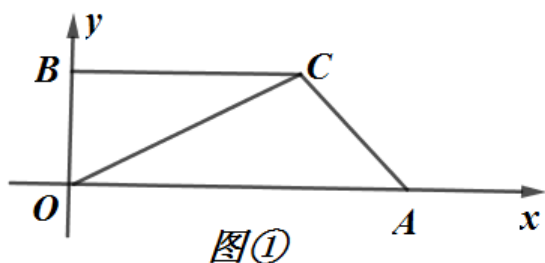
(3) 平移线段 AB 到 CD , 若点 C 、 D 也在坐标轴上, 如图2所示. P 为线段 AB 上的一动点(不与 A 、 B 重合), 连接 OP 、 PE 平分 $\angle OPB$, $\angle BCE = 2\angle ECD$. 求证:
 $\angle BCD = 3(\angle CEP - \angle OPE)$.

22. 如图①, 在平面直角坐标系中, 点 A 在 x 轴上, 直线 OC 上所有的点坐标 (x, y) , 都是二元一次方程 $x-4y=0$ 的解, 直线 AC 上所有的点坐标 (x, y) , 都是二元一次方程 $x+2y=6$ 的

解，过C作x轴的平行线，交y轴与点B.

(1) 求点A、B、C的坐标；

(2) 如图②，点M、N分别为线段BC，OA上的两个动点，点M从点C以每秒1个单位长度的速度向左运动，同时点N从点O以每秒1.5个单位长度的速度向右运动，设运动时间为t秒，且 $0 < t < 4$ ，试比较四边形MNAC的面积与四边形MNOB的面积的大小。



23. 某数码专营店销售A，B两种品牌智能手机，这两种手机的进价和售价如表所示：

	A	B
进价（元/部）	3300	3700
售价（元/部）	3800	4300

(1) 该店销售记录显示，三月份销售A、B两种手机共34部，且销售A种手机的利润恰好是销售B种手机利润的2倍，求该店三月份售出A种手机和B种手机各多少部？

(2) 根据市场调研，该店四月份计划购进这两种手机共40部，要求购进B种手机数不低于A种手机数的 $\frac{3}{5}$ ，用于购买这两种手机的资金低于140000元，请通过计算设计所有可能的进货方案。

24. 某小区准备新建60个停车位，以解决小区停车难的问题。已知新建2个地上停车位和3个地下停车位共需1.7万元；新建4个地上停车位和2个地下停车位共需1.4万元，

(1) 该小区新建1个地上停车位和1个地下停车位各需多少万元？

(2) 若该小区新建车位的投资金额超过14万元而不超过15万元，问共有几种建造方案？

(3) 对(2)中的几种建造方案中，哪种方案的投资最少？并求出最少投资金额。

25. 某地葡萄丰收，准备将已经采摘下来的11400公斤葡萄运送杭州，现有甲、乙、丙三种车型共选择，每辆车运载能力和运费如表表示（假设每辆车均满载）

车型	甲	乙	丙
汽车运载量（公斤/辆）	600	800	900
汽车运费（元/辆）	500	600	700

(1) 若全部葡萄都用甲、乙两种车型来运，需运费8700元，则需甲、乙两种车型各几辆？

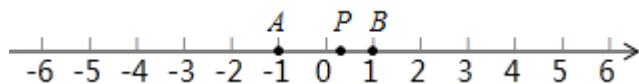
(2) 为了节省运费，现打算用甲、乙、丙三种车型都参与运送，已知它们的总辆数为15辆，你能分别求出这三种车型的辆数吗？怎样安排运费最省？

26. 某超市投入31500元购进A、B两种饮料共800箱，饮料的成本与销售价如下表：（单位：元/箱）

类别	成本价	销售价
A	42	64
B	36	52

- (1) 该超市购进A、B两种饮料各多少箱？
 (2) 全部售完800箱饮料共盈利多少元？
 (3) 若超市计划盈利16200元，且A类饮料售价不变，则B类饮料销售价至少应定为每箱多少元？

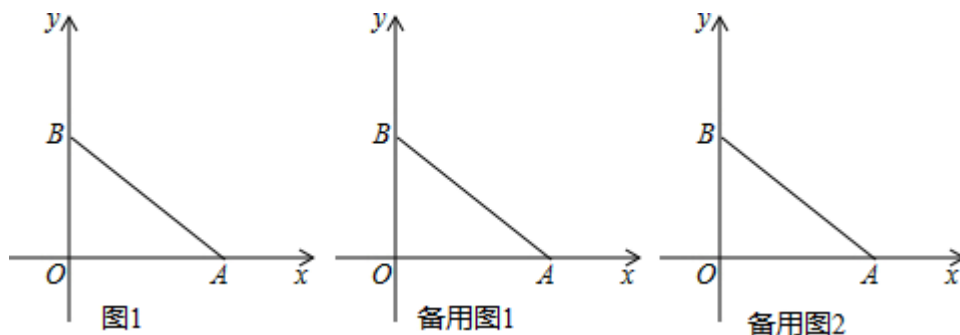
27. 如图，数轴上两点A、B对应的数分别是-1, 1, 点P是线段AB上一动点，给出如下定义：如果在数轴上存在动点Q，满足 $|PQ|=2$ ，那么我们把这样的点Q表示的数称为连动数，特别地，当点Q表示的数是整数时我们称为连动整数。



- (1) -3, 0, 2.5是连动数的是_____；
 (2) 关于x的方程 $2x - m = x + 1$ 的解满足是连动数，求m的取值范围_____；
 (3) 当不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} > -1 \\ 1+2(x-a) \leq 3 \end{cases}$ 的解集中恰好有4个解是连动整数时，求a的取值范围。

28. 如图，在平面直角坐标系中，点O为坐标原点，三角形OAB的边OA、OB分别在x轴正半轴上和y轴正半轴上，A(a, 0)，a是方程 $\frac{a+2}{3} - \frac{a-2}{2} = 1$ 的解，且 $\triangle OAB$ 的面积为6。

- (1) 求点A、B的坐标；
 (2) 将线段OA沿轴向上平移后得到PQ，点O、A的对应点分别为点P和点Q（点P与点B不重合），设点P的纵坐标为t， $\triangle BPQ$ 的面积为S，请用含t的式子表示S；
 (3) 在(2)的条件下，设PQ交线段AB于点K，若 $PK = \frac{8}{3}$ ，求t的值及 $\triangle BPQ$ 的面积。



29. 对x, y定义一种新的运算A, 规定： $A(x, y) = \begin{cases} ax + by & (x \geq y) \\ ay + bx & (x < y) \end{cases}$ (其中 $ab \neq 0$)。

- (1) 若已知 $a=1$, $b=-2$, 则 $A(4, 3) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) 已知 $A(1, 1) = 3$, $A(-1, 2) = 0$. 求a, b的值；

(3) 在(2)问的基础上, 若关于正数 p 的不等式组 $\begin{cases} A(3p, 2p-1) > 4 \\ A(-1-3p, -2p) \geq m \end{cases}$ 恰好有2个整数

解, 求 m 的取值范围.

30. 某生态柑橘园现有柑橘21吨, 计划租用A, B两种型号的货车将柑橘运往外地销售. 已知满载时, 用2辆A型车和3辆B型车一次可运柑橘12吨; 用3辆A型车和4辆B型车一次可运柑橘17吨.

(1) 1辆A型车和1辆B型车满载时一次分别运柑橘多少吨?

(2) 若计划租用A型货车 m 辆, B型货车 n 辆, 一次运完全部柑橘, 且每辆车均为满载.

①请帮柑橘园设计租车方案;

②若A型车每辆需租金120元/次, B型车每辆需租金100元/次. 请选出最省钱的租车方案, 并求出最少租车费.

【参考答案】*试卷处理标记, 请不要删除**

一、解答题

1. (1) 4; (2) 45° ; (2) $P(0, 3)$ 或 $(0, -1)$.

【分析】

(1) 根据非负数的性质易得 $a = -2$, $b = 2$, 然后根据三角形面积公式计算;

(2) 过 E 作 $EF \parallel AC$, 根据平行线性质得 $BD \parallel AC \parallel EF$, 且 $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle CAB = \angle 1$,

$\angle 4 = \frac{1}{2} \angle ODB = \angle 2$, 所以 $\angle AED = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle CAB + \angle ODB)$; 然后把 $\angle CAB + \angle ODB = 90^\circ$

代入计算即可;

(3) 分类讨论: 设 $P(0, t)$, 当 P 在 y 轴正半轴上时, 过 P 作 $MN \parallel x$ 轴, $AN \parallel y$ 轴, $BM \parallel y$ 轴, 利用 $S_{\triangle APC} = S_{\text{梯形}MNAC} - S_{\triangle ANP} - S_{\triangle CMP} = 4$ 可得到关于 t 的方程, 再解方程求出 t ; 当 P 在 y 轴负半轴上时, 运用同样方法可计算出 t .

【详解】

解: (1) $Q(a+2)^2 + |b-2| = 0$,

$\therefore a+2=0$, $b-2=0$,

$\therefore a=-2$, $b=2$,

$QCB \perp AB$

$\therefore A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(2, 2)$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$;

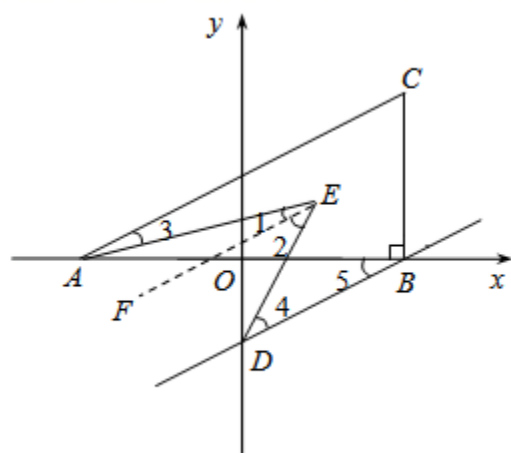
(2) 解: $QCB \parallel y$ 轴, $BD \parallel AC$,

$\therefore \angle CAB = \angle 5$,

又 $\because \angle ODB + \angle 5 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAB + \angle ODB = 90^\circ,$$

过 E 作 $EF \parallel AC$ ，如图①，



图①

$$Q BD \parallel AC,$$

$$\therefore BD \parallel AC \parallel EF,$$

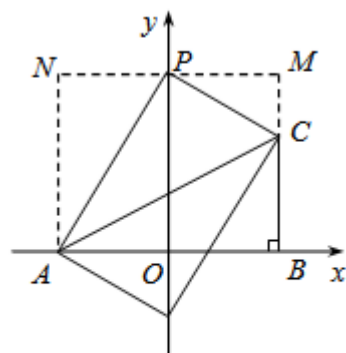
$$\therefore \angle 3 = \angle 1, \quad \angle 4 = \angle 2$$

$$\because AE, DE \text{ 分别平分 } \angle CAB, \angle ODB, \text{ 即: } \angle 3 = \frac{1}{2} \angle CAB, \quad \angle 4 = \frac{1}{2} \angle ODB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle ODB) = 45^\circ;$$

$$(3) P(0, -1) \text{ 或 } (0, 3).$$

解：①当 P 在 y 轴正半轴上时，如图②，



图②

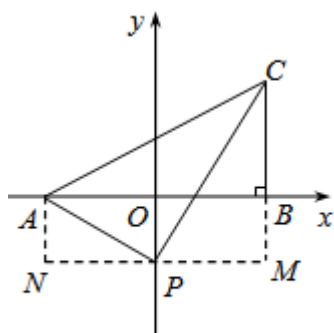
$$\text{设 } P(0, t),$$

过 P 作 $MN \parallel x$ 轴， $AN \parallel y$ 轴， $BM \parallel y$ 轴，

$$Q S_{\triangle APC} = S_{\text{梯形} MNAC} - S_{\triangle ANP} - S_{\triangle CMP} = 4,$$

$$\therefore \frac{4(t-2+t)}{2} - t - (t-2) = 4, \text{ 解得 } t = 3,$$

②当 P 在 y 轴负半轴上时，如图③



图③

$$\because S_{\triangle APC} = S_{\text{梯形}MNAC} - S_{\triangle ANP} - S_{\triangle CMP} = 4$$

$$\therefore \frac{4(-t+2-t)}{2} + t - (2-t) = 4, \text{ 解得 } t = -1,$$

综上所述: $P(0,3)$ 或 $(0,-1)$.

【点睛】

本题考查了平行线的判定与性质: 两直线平行, 内错角相等. 也考查了非负数的性质、坐标与图形性质以及三角形面积公式. 构造矩形求三角形面积是解题关键.

$$2. (1) 80^\circ; (2) \angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC, \text{ 理由见解析}; (3) \angle AKC = \frac{2}{3} \angle APC, \text{ 理由见解析}$$

【分析】

(1) 先过 P 作 $PE \parallel AB$, 根据平行线的性质即可得到 $\angle APE = \angle BAP$, $\angle CPE = \angle DCP$, 再根据 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle BAP + \angle DCP$ 进行计算即可;

(2) 过 K 作 $KE \parallel AB$, 根据 $KE \parallel AB \parallel CD$, 可得 $\angle AKE = \angle BAK$, $\angle CKE = \angle DCK$, 进而得到 $\angle AKC = \angle AKE + \angle CKE = \angle BAK + \angle DCK$, 同理可得, $\angle APC = \angle BAP + \angle DCP$, 再根据角平分线的定义, 得出 $\angle BAK + \angle DCK = \frac{1}{2} \angle BAP + \frac{1}{2} \angle DCP = \frac{1}{2} (\angle BAP + \angle DCP) = \frac{1}{2} \angle APC$, 进而得到 $\angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC$;

(3) 过 K 作 $KE \parallel AB$, 根据 $KE \parallel AB \parallel CD$, 可得 $\angle BAK = \angle AKE$, $\angle DCK = \angle CKE$, 进而得到 $\angle AKC = \angle BAK - \angle DCK$, 同理可得, $\angle APC = \angle BAP - \angle DCP$, 再根据已知得出 $\angle BAK - \angle DCK = \frac{2}{3} \angle BAP - \frac{2}{3} \angle DCP = \frac{2}{3} \angle APC$, 进而得到 $\angle BAK - \angle DCK = \frac{2}{3} \angle APC$.

【详解】

(1) 如图1, 过 P 作 $PE \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore PE \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle APE = \angle BAP$, $\angle CPE = \angle DCP$,

$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle BAP + \angle DCP = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$;

(2) $\angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC$.

理由: 如图2, 过 K 作 $KE \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore KE \parallel AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle AKE = \angle BAK, \angle CKE = \angle DCK,$$

$$\therefore \angle AKC = \angle AKE + \angle CKE = \angle BAK + \angle DCK,$$

过P作 $PF \parallel AB$,

同理可得, $\angle APC = \angle BAP + \angle DCP$,

$\therefore \angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的角平分线相交于点K,

$$\therefore \angle BAK + \angle DCK = \frac{1}{2} \angle BAP + \frac{1}{2} \angle DCP = \frac{1}{2} (\angle BAP + \angle DCP) = \frac{1}{2} \angle APC,$$

$$\therefore \angle AKC = \frac{1}{2} \angle APC;$$

$$(3) \angle AKC = \frac{2}{3} \angle APC$$

理由: 如图3, 过K作 $KE \parallel AB$,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore KE \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAK = \angle AKE, \angle DCK = \angle CKE$,

$\therefore \angle AKC = \angle AKE - \angle CKE = \angle BAK - \angle DCK$,

过P作 $PF \parallel AB$,

同理可得, $\angle APC = \angle BAP - \angle DCP$,

$$\therefore \angle BAK = \frac{2}{3} \angle BAP, \angle DCK = \frac{2}{3} \angle DCP,$$

$$\therefore \angle BAK - \angle DCK = \frac{2}{3} \angle BAP - \frac{2}{3} \angle DCP = \frac{2}{3} (\angle BAP - \angle DCP) = \frac{2}{3} \angle APC,$$

$$\therefore \angle AKC = \frac{2}{3} \angle APC.$$

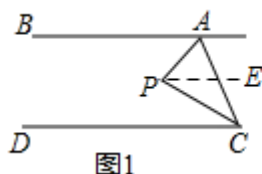


图1

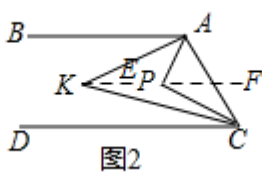


图2

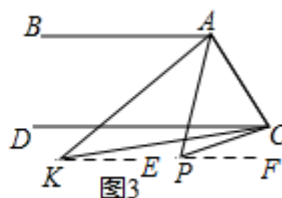


图3

【点睛】

本题考查了平行线的性质和角平分线的定义, 解题的关键是作出平行线构造内错角相等计算.

3. (1) $\angle APC = \alpha + \beta$, 理由见解析; (2) $\angle APC = \alpha - \beta$ 或 $\angle APC = \beta - \alpha$; (3) 58°

【分析】

(1) 过点P作 $PE \parallel AB$, 根据平行线的判定与性质即可求解;

(2) 分点P在线段MN或NM的延长线上运动两种情况, 根据平行线的判定与性质及角的和差即可求解;

(3) 过点P, Q分别作 $PE \parallel AB$, $QF \parallel AB$, 根据平行线的判定与性质及角的和差即可求解.

【详解】

解: (1) 如图2, 过点P作 $PE \parallel AB$,

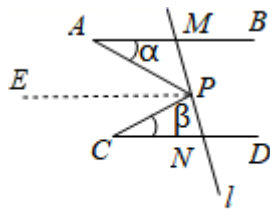


图 2

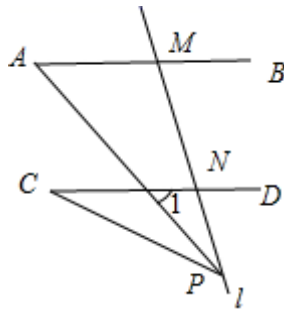
$\because AB \parallel CD$,

$\therefore PE \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle APE = \alpha, \angle CPE = \beta$,

$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = \alpha + \beta$.

(2) 如图, 在 (1) 的条件下, 如果点 P 在线段 MN 的延长线上运动时,



$\because AB \parallel CD, \angle PAB = \alpha$,

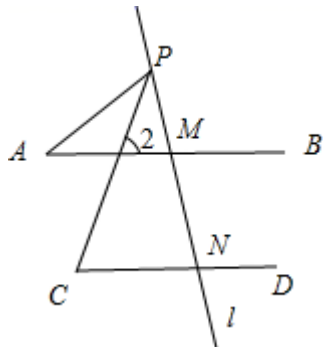
$\therefore \angle 1 = \angle PAB = \alpha$,

$\because \angle 1 = \angle APC + \angle PCD, \angle PCD = \beta$,

$\therefore \alpha = \angle APC + \beta$,

$\therefore \angle APC = \alpha - \beta$;

如图, 在 (1) 的条件下, 如果点 P 在线段 NM 的延长线上运动时,



$\because AB \parallel CD, \angle PCD = \beta$,

$\therefore \angle 2 = \angle PCD = \beta$,

$\because \angle 2 = \angle PAB + \angle APC, \angle PAB = \alpha$,

$\therefore \beta = \alpha + \angle APC$,

$\therefore \angle APC = \beta - \alpha$;

(3) 如图3, 过点 P, Q 分别作 $PE \parallel AB, QF \parallel AB$,

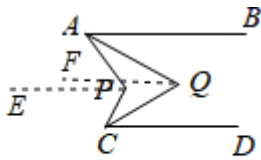


图 3

$\because AB \parallel CD$,
 $\therefore AB \parallel QF \parallel PE \parallel CD$,
 $\therefore \angle BAP = \angle APE$, $\angle PCD = \angle EPC$,
 $\because \angle APC = 116^\circ$,
 $\therefore \angle BAP + \angle PCD = 116^\circ$,
 $\because AQ$ 平分 $\angle BAP$, CQ 平分 $\angle PCD$,
 $\therefore \angle BAQ = \frac{1}{2} \angle BAP$, $\angle DCQ = \frac{1}{2} \angle PCD$,
 $\therefore \angle BAQ + \angle DCQ = \frac{1}{2} (\angle BAP + \angle PCD) = 58^\circ$,
 $\because AB \parallel QF \parallel CD$,
 $\therefore \angle BAQ = \angle AQF$, $\angle DCQ = \angle CQF$,
 $\therefore \angle AQF + \angle CQF = \angle BAQ + \angle DCQ = 58^\circ$,
 $\therefore \angle AQC = 58^\circ$.

【点睛】

此题考查了平行线的判定与性质，添加辅助线将两条平行线相关的角联系到一起是解题的关键.

4. (1) 20, 20, $AB \parallel CD$; (2) $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$; (3) $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q}$ 的值不变,

$$\frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2$$

【分析】

(1) 根据 $(40 - 2\alpha)^2 + |\beta - 20| = 0$, 即可计算 α 和 β 的值, 再根据内错角相等可证 $AB \parallel CD$;

(2) 先根据内错角相等证 $GH \parallel PN$, 再根据同旁内角互补和等量代换得出 $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$;

(3) 作 $\angle PEM_1$ 的平分线交 M_1Q 的延长线于 R , 先根据同位角相等证 $ER \parallel FQ$, 得 $\angle FQM_1 = \angle R$, 设 $\angle PER = \angle REB = x$, $\angle PM_1R = \angle RM_1B = y$, 得出 $\angle EPM_1 = 2\angle R$, 即可得 $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2$.

【详解】

解: (1) $Q(40 - 2\alpha)^2 + |\beta - 20| = 0$,

$$\therefore 40 - 2\alpha = 0, \quad \beta - 20 = 0,$$

$$\therefore \alpha = \beta = 20,$$

$$\therefore \angle PFM = \angle MFN = 20^\circ, \quad \angle EMF = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle EMF = \angle MFN,$$

$\therefore AB \parallel CD$;

故答案为：20、20， $AB \parallel CD$ ；

(2) $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$;

理由：由(1)得 $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle MNF = \angle PME$ ，

Q $\angle MGH = \angle MNF$ ，

$\therefore \angle PME = \angle MGH$ ，

$\therefore GH \parallel PN$ ，

$\therefore \angle GHM = \angle FMN$ ，

Q $\angle GHF + \angle GHM = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$ ；

(3) $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q}$ 的值不变， $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2$ ；

理由：如图3中，作 $\angle PEM_1$ 的平分线交 M_1Q 的延长线于 R ，

Q $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle PEM_1 = \angle PFN$ ，

Q $\angle PER = \frac{1}{2} \angle PEM_1$ ， $\angle PFQ = \frac{1}{2} \angle PFN$ ，

$\therefore \angle PER = \angle PFQ$ ，

$\therefore ER \parallel FQ$ ，

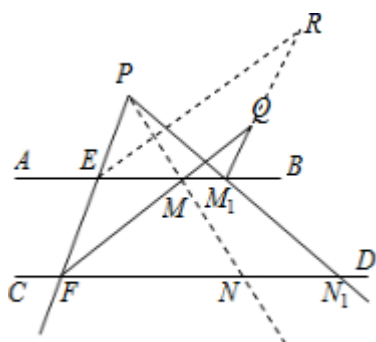


图 3

$\therefore \angle FQM_1 = \angle R$ ，

设 $\angle PER = \angle REB = x$ ， $\angle PM_1R = \angle RM_1B = y$ ，

则有：
$$\begin{cases} y = x + \angle R \\ 2y = 2x + \angle EPM_1 \end{cases}$$

可得 $\angle EPM_1 = 2\angle R$ ，

$\therefore \angle EPM_1 = 2\angle FQM_1$ ，

$\therefore \frac{\angle EPM_1}{\angle FQM_1} = 2$ 。

【点睛】

本题主要考查平行线的判定与性质，熟练掌握内错角相等证平行，平行线同旁内角互补等知识是解题的关键。

5. (1) 是; (2) $\angle B = \angle ACB$, 证明见解析; (3) $\angle BAC = 40^\circ$, $AC \perp AD$.

【分析】

(1) 要使 AD 平分 $\angle EAC$, 则要求 $\angle EAD = \angle CAD$, 由平行线的性质可得 $\angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$, 则当 $\angle ACB = \angle B$ 时, 有 AD 平分 $\angle EAC$;

(2) 根据角平分线可得 $\angle EAD = \angle CAD$, 由平行线的性质可得 $\angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$, 则有 $\angle ACB = \angle B$;

(3) 由 $AC \perp BC$, 有 $\angle ACB = 90^\circ$, 则可求 $\angle BAC = 40^\circ$, 由平行线的性质可得 $AC \perp AD$.

【详解】

解: (1) 是, 理由如下:

要使 AD 平分 $\angle EAC$,

则要求 $\angle EAD = \angle CAD$,

由平行线的性质可得 $\angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$,

则当 $\angle ACB = \angle B$ 时, 有 AD 平分 $\angle EAC$;

故答案为: 是;

(2) $\angle B = \angle ACB$, 理由如下:

$\because AD$ 平分 $\angle EAC$,

$\therefore \angle EAD = \angle CAD$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$,

$\therefore \angle B = \angle ACB$.

(3) $\because AC \perp BC$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because \angle EBF = 50^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 40^\circ$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore AD \perp AC$.

【点睛】

此题考查了角平分线和平行线的性质, 熟练掌握角平分线和平行线的有关性质是解题的关键.

6. (1) 见解析; (2) 55° ; (3) $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta$

【分析】

(1) 根据平行线的判定定理与性质定理解答即可;

(2) ①如图2, 过点 F 作 $FE \parallel AB$, 当点 B 在点 A 的左侧时, 根据 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, 根据平行线的性质及角平分线的定义即可求 $\angle BFD$ 的度数;

②如图3, 过点 F 作 $EF \parallel AB$, 当点 B 在点 A 的右侧时, $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$, 根据平行线的性质及角平分线的定义即可求出 $\angle BFD$ 的度数.

【详解】

解: (1) 如图1, 过点 E 作 $EF \parallel AB$,

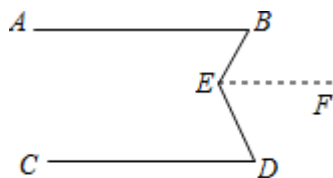


图1

则有 $\angle BEF = \angle B$,

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$,

$\therefore \angle FED = \angle D$,

$\therefore \angle BED = \angle BEF + \angle FED = \angle B + \angle D$;

(2) ①如图2, 过点 F 作 $FE \parallel AB$,

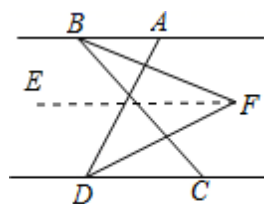


图2

有 $\angle BFE = \angle FBA$.

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$.

$\therefore \angle EFD = \angle FDC$.

$\therefore \angle BFE + \angle EFD = \angle FBA + \angle FDC$.

即 $\angle BFD = \angle FBA + \angle FDC$,

Q BF 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle FBA = \frac{1}{2} \angle ABC = 25^\circ$, $\angle FDC = \frac{1}{2} \angle ADC = 30^\circ$,

$\therefore \angle BFD = \angle FBA + \angle FDC = 55^\circ$.

答: $\angle BFD$ 的度数为 55° ;

②如图3, 过点 F 作 $FE \parallel AB$,

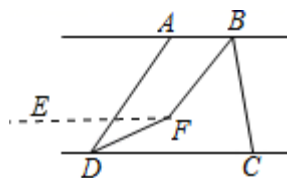


图3

有 $\angle BFE + \angle FBA = 180^\circ$.

$\therefore \angle BFE = 180^\circ - \angle FBA$,

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$.

$\therefore \angle EFD = \angle FDC$.

$\therefore \angle BFE + \angle EFD = 180^\circ - \angle FBA + \angle FDC$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/825222331310012003>