

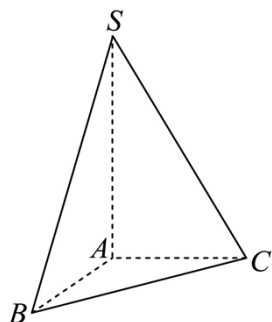
四川省南充市 2023-2024 学年高一下学期期末学业质量监测数

学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

- 已知 $\frac{z}{1+i} = i$, 则 $z =$ ()
A. $-1-i$ B. $-i$ C. $-1+i$ D. 1
- 若一组数据按照从小到大的顺序排列如下: 12, 15, 17, 20, 23, 25, 27, 31, 36, 37. 则该组数据的第 35 百分位数为 ()
A. 17 B. 20 C. 23 D. 25
- 若 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{2}{3}$, 则 $\sin 2\theta$ 的值是 ()
A. $-\frac{5}{9}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $-\frac{4}{9}$
- 对于两条不同直线 m, n 和两个不同平面 α, β , 以下结论中正确的是 ()
A. 若 $m // \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \perp n$ B. 若 $\alpha // \beta, m // \alpha$, 则 $m // \beta$
C. 若 $\alpha \perp \beta, m // \alpha$, 则 $m \perp \beta$ D. 若 $m \perp n, n \perp \alpha$, 则 $m // \alpha$
- $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{3}{5}$, $B = \frac{\pi}{3}$, $b = \sqrt{3}$, 则 a 的值为 ()
A. $\frac{6}{5}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{8}{5}$ D. 2
- 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是 $\frac{3\pi}{4}$, 且 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量是 ()
A. $-\sqrt{2}\vec{a}$ B. $-\vec{a}$ C. $-\vec{b}$ D. $-\frac{1}{2}\vec{b}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\vec{AD} = 2\vec{DC}$, P 是线段 BD 上的一点, 若 $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + t\vec{AC}$, 则实数 t 的值为 ()
A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{9}$
- 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 平面 ABC , $AB = AC = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, 若三棱锥外接球的表面积为 52π , 则此三棱锥的体积为 ()



A. 1

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{3}$

二、多选题

9. 函数 $f(x) = 2\sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1$, 则下列说法中正确的有 ()

A. $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

B. $f(x)$ 的一条对称轴方程为 $x = \frac{5\pi}{8}$

C. $f(x)$ 的一个对称中心为 $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$

D. $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi - \frac{3\pi}{8}, k\pi + \frac{\pi}{8}\right]$, $k \in \mathbf{Z}$

10. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $|AB| = 2$, M 是 CC_1 的中点, 则下列说法中正确的有 ()

A. 异面直线 MB 与 AA_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $A_1C \perp$ 平面 MBD

C. 过 A , B , M 三点作正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的截面, 则截面面积为 $2\sqrt{5}$

D. 若 P 为正方体对角线 BD_1 上的一个动点, 则 $|PD| + |PM|$ 最小值为 $\sqrt{5 + \frac{8\sqrt{3}}{3}}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 则下列说法中正确的有 ()

A. 若 $a = 6$, $A = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 周长的最大值为 18

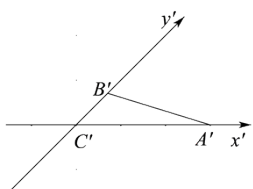
B. 若 $a = 6$, $b + c = 8$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $6\sqrt{7}$

C. 若角 A 的内角平分线交 BC 于点 D , 且 $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$, $a = 3$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 3

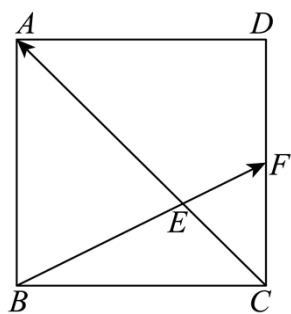
D. 若 $AB = 3$, $AC = 1$, M 为 BC 的中点, 且 $AM = \sqrt{2}$, 则 $BC = 2\sqrt{3}$

三、填空题

12. 如图, 水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图是图中的 $\triangle A'B'C'$, 已知 $A'C' = 3$, $B'C' = 1$, 则 AB 边的实际长度是_____.



13. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 且 $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD})$, BF 与 AC 交于点 E , 则 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BE} =$ _____.



14. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, 且 $\angle ABC = 120^\circ$, 将菱形沿对角线 AC 翻折成直二面角 $B-AC-D$, 则异面直线 AB 与 CD 所成角的余弦值是_____; 二面角 $A-BD-C$ 的余弦值是_____.

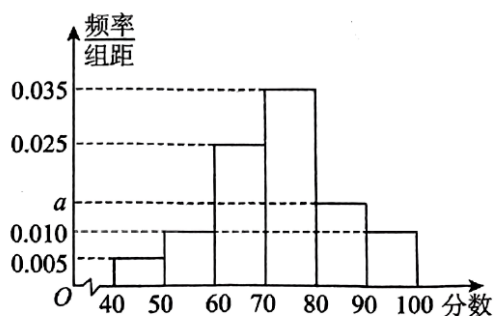
四、解答题

15. 已知 $\vec{a} = (m, 3)$, $\vec{b} = (1, m+2)$.

(1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 m 的值;

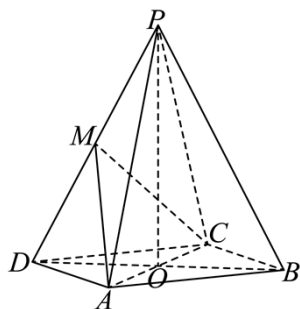
(2) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, 求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角的余弦值.

16. 某公司为了了解员工对食堂的满意程度, 随机抽取了 200 名员工做了一次问卷调查, 要求员工对食堂的满意程度进行打分, 所得分数均在 $[40, 100]$ 内, 现将所得数据分成 6 组: $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$, 并得到如图所示的频率分布直方图.



- (1)求 a 的值,并估计这200名员工所得分数的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值代表);
- (2)求这200名员工所得分数的中位数(精确到0.1);
- (3)现从 $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$ 这三组中用比例分配的分层随机抽样的方法抽取24人,求 $[70,80)$ 这组中抽取的人数.

17. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle ADC=45^\circ$, $AD=AC=2$, O 是 AC 与 BD 的交点, $PO \perp$ 平面 $ABCD$, $PO=2$, M 是 PD 的中点.



- (1)求证: $PB \parallel$ 平面 ACM ;
- (2)求证: 平面 $PBC \perp$ 平面 PAC ;
- (3)求直线 AM 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值.
18. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 且 $2\sqrt{3}ac \sin B = (b+c+a)(b+c-a)$.
- (1)求角 A 的大小;
- (2)若 $\sin C = 4 \sin B$, $a = \sqrt{13}$.
- ①求 $\triangle ABC$ 的面积;
- ②若 $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{DC}$, 求 $|\overrightarrow{AD}|$.

19. 对于平面向量 $\vec{a}_k = (x_k, y_k) (k=1, 2, \dots)$, 定义“ F_θ 变换”:

$$\vec{a}_{k+1} = F_\theta(\vec{a}_k) = (x_k \cos \theta - y_k \sin \theta, x_k \sin \theta + y_k \cos \theta), \quad (0 < \theta < \pi)$$

(1) 若向量 $\vec{a}_1 = (2, 1)$, $\theta = \frac{\pi}{3}$, 求 $\vec{a}_2$;

(2) 求证: $|\vec{a}_k| = |\vec{a}_{k+1}|$;

(3) 已知 $\vec{OA} = (x_1, y_1)$, $\vec{OB} = (x_2, y_2)$, 且 $\vec{OA}$ 与 $\vec{OB}$ 不平行, $\vec{OA}' = F_\theta(\vec{OA})$, $\vec{OB}' = F_\theta(\vec{OB})$,

求证: $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OA'B'}$.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	B	A	C	D	A	C	ABD	ACD
题号	11									
答案	ACD									

1. C

【分析】根据复数的乘法即可得到答案.

【详解】 $z = i(1+i) = -1+i$.

故选: C.

2. B

【分析】根据题意, 结合百分位数的概念及计算方法, 即可求解.

【详解】这组数据有 10 个数, 所以 $10 \times 35\% = 3.5$,

则该组数据的 35% 分位数为第 4 个数据 20,

故选: B.

3. B

【分析】将条件式平方, 根据同角三角函数关系式, 结合正弦二倍角公式即可得解.

【详解】若 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{2}{3}$,

两边同时平方可得 $\sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{4}{9}$,

即 $2 \sin \theta \cos \theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - \frac{4}{9}$,

由正弦二倍角公式及同角三角函数关系式可知 $\sin 2\theta = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$,

故选: B.

【点睛】本题考查了同角三角函数关系式及正弦二倍角公式的简单应用, 属于基础题.

4. A

【分析】根据空间中线面之间的位置关系及性质逐一判断即可.

【详解】对于 A, 若 $m // \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \perp n$, 故 A 正确;

对于 B, 若 $\alpha // \beta, m // \alpha$, 则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$, 故 B 错误;

对于 C, 若 $\alpha \perp \beta, m // \alpha$, 则 $m \subset \beta$ 或 $m // \beta$ 或 m, β 相交, 故 C 错误;

对于 D, 若 $m \perp n, n \perp \alpha$, 则 $m // \alpha$ 或 $m \subset \alpha$, 故 D 错误.

故选: A.

5. C

【分析】根据已知条件，先求出 $\sin A$ ，再结合正弦定理，即可求解.

【详解】 $Q A \in (0, \pi)$,

$$\therefore \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{4}{5},$$

$$B = \frac{\pi}{3}, \quad b = \sqrt{3},$$

$$\text{则由正弦定理可得, } a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{4}{5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{5}.$$

故选: C.

6. D

【分析】根据数量积的定义求出 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，再由投影向量的定义计算可得.

【详解】因为向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是 $\frac{3\pi}{4}$ ，且 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ ，

$$\text{所以 } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \frac{3\pi}{4} = 1 \times \sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1,$$

$$\text{所以向量 } \vec{a} \text{ 在向量 } \vec{b} \text{ 上的投影向量为 } \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \cdot \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{\vec{b}}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \vec{b}.$$

故选: D.

7. A

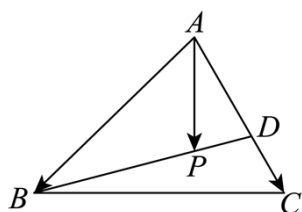
【分析】本题考查三点共线定理，依题意可得， $\vec{AP} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{3t}{2} \vec{AD}$ ，根据平面向量三点共线定理计算可得.

【详解】由 $\vec{AD} = 2\vec{DC} \Rightarrow \vec{AC} = \frac{3}{2} \vec{AD}$ ，

由已知 $\vec{AP} = \frac{1}{3} \vec{AB} + t \vec{AC}$ ，则 $\vec{AP} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{3t}{2} \vec{AD}$ ，

根据平面向量三点共线定理得 $\frac{1}{3} + \frac{3t}{2} = 1$ ，解得 $t = \frac{4}{9}$.

故选: A



8. C

【分析】利用正弦定理求出 $\triangle ABC$ 外接圆的半径 r ，根据球的表面积求出球的半径 R ，再由

$SA \perp$ 平面 ABC ，则 $R^2 = r^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2$ 求出 SA ，最后根据锥体的体积公式计算可得.

【详解】因为 $AB = AC = 2$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ，所以 $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ ，

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

设 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 r ，圆心为 O_1 ，则 $2r = \frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ ，即 $r = 2$ ，

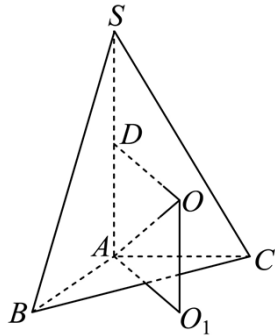
设三棱锥外接球的半径为 R ，球心为 O ，则 $4\pi R^2 = 52\pi$ ，解得 $R = \sqrt{13}$ （负值已舍去）；

因为 $SA \perp$ 平面 ABC ，所以 $AO^2 = AO_1^2 + OO_1^2$ ，

即 $R^2 = r^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2$ ，即 $13 = 4 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2$ ，解得 $SA = 6$ （负值已舍去）；

$$\text{所以 } V_{S-ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 6 = 2\sqrt{3}.$$

故选：C



【点睛】关键点点睛：本题的关键点是找到球心位置，求出底面外接圆半径和外接球半径，再根据勾股定理求出棱锥的高.

9. ABD

【分析】对于 A：根据三角恒等变换分析判断即可；对于 BC：代入检验，结合对称性的性质分析判断；对于 D：以 $2x + \frac{\pi}{4}$ 为整体，结合正弦函数的单调性分析求解.

【详解】对于选项 A： $f(x) = \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，故 A 正确；

对于选项 B：因为 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{2} = -\sqrt{2}$ 为最小值，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/825234002244011313>