

人教版数学八年级（下册）第十八章平行四边形

第69页复习题14题

# 正方形中的“外角平分线”模型

——初中数学教师说题比赛

# 说题流程

---

- 阐述题意

  - 选题意图

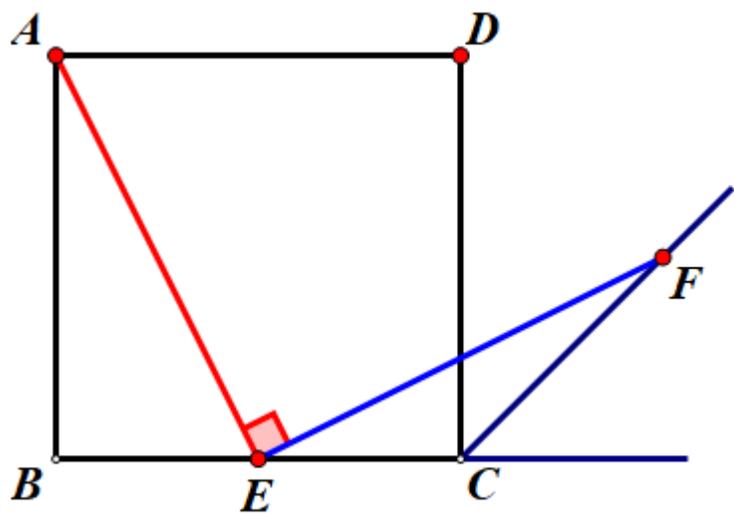
    - 解题思路

      - 题目变式

        - 题目反思

# 一、阐述题意

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.



# 一、阐述题意

## (一) 题目背景

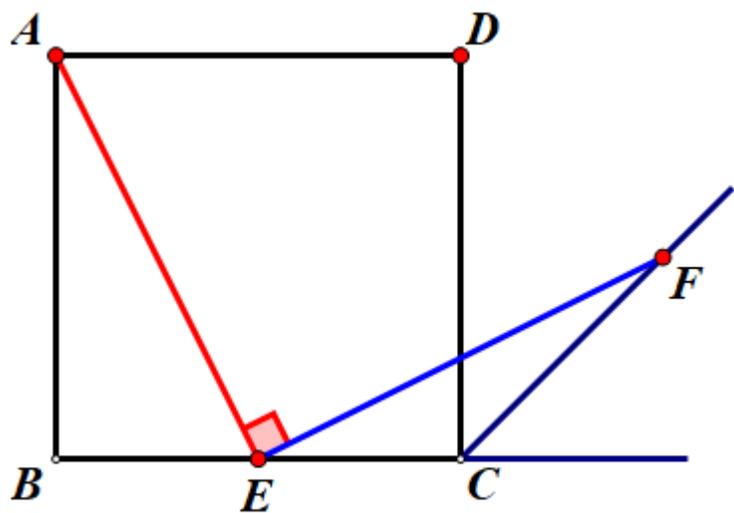
1、**题材背景**：人教版数学八年级（下册）第十八章平行四边形 第69页复习题14题.

2、**知识背景**：正方形的边角性质、全等三角形的性质与判定定理、等腰直角三角形、以及勾股定理等基础知识.

3、**方法背景**：通过角与线段的迁移，寻找"桥梁"，链接已有条件与目标线段，从而解决问题。

4、**思想背景**：转化的思想、类比的思想、方程的思想.

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.

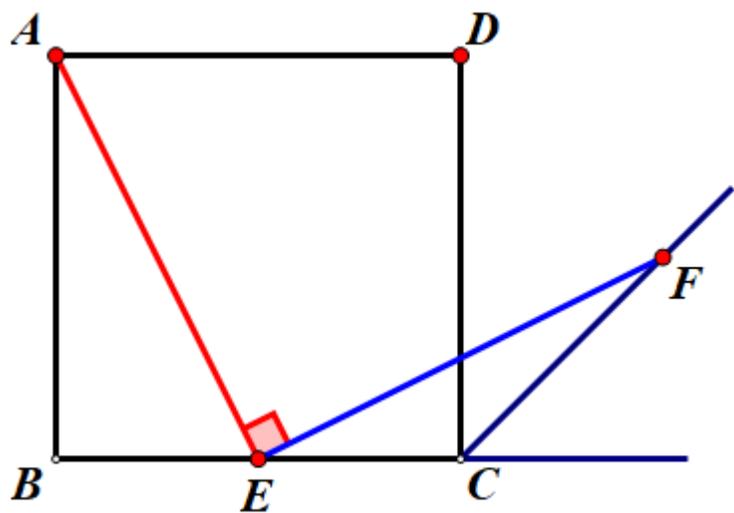


## (二) 学情分析:

在前面已学习了平行四边形和特殊平行四边形的有关性质与判定，全等三角形的性质和判定，逻辑推理能力有了显著提高，掌握了几何图形研究的一般思路和方法.

本题有一定的难度，要添加辅助线，通过三角形全等进行证明. 学生可能出现问题是不知道怎么做辅助线，构造全等三角形.

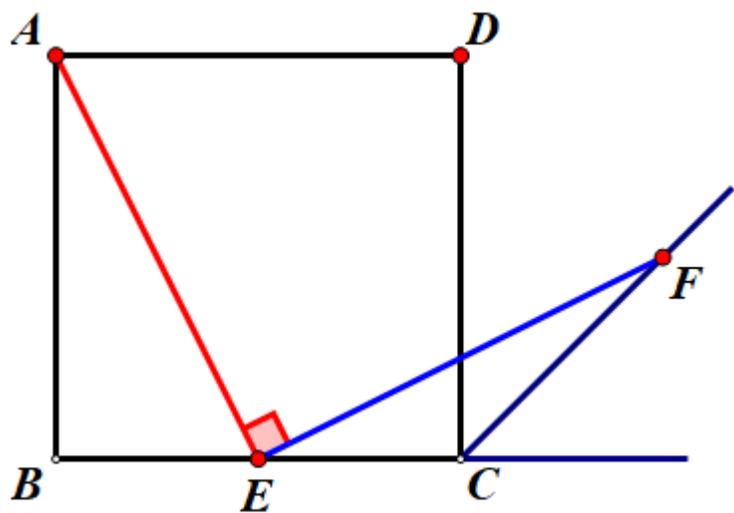
14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.



### (三) 学习目标:

- 1、通过本题举一反三，激发学习兴趣，拓宽解题思路，提升逻辑推理能力。
- 2、在综合运用各种知识的过程中，提高解题的技能技巧。

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.

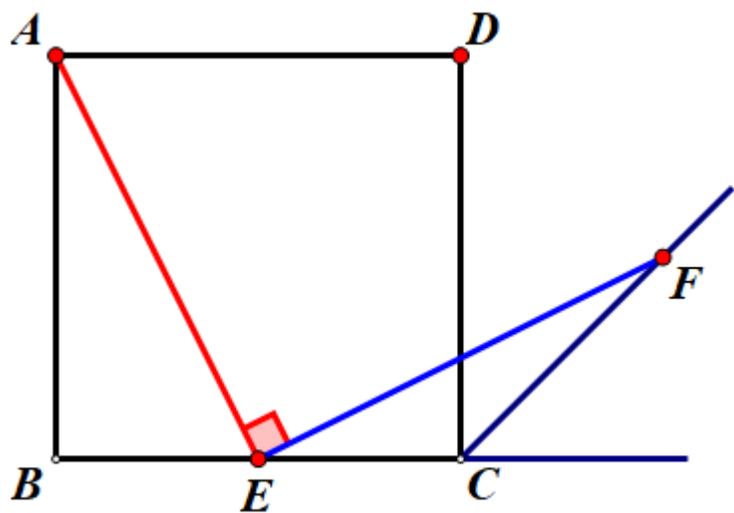


**(四) 重、难点：**

**重、难点：**

在解题过程中，多种知识的综合运用。

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.

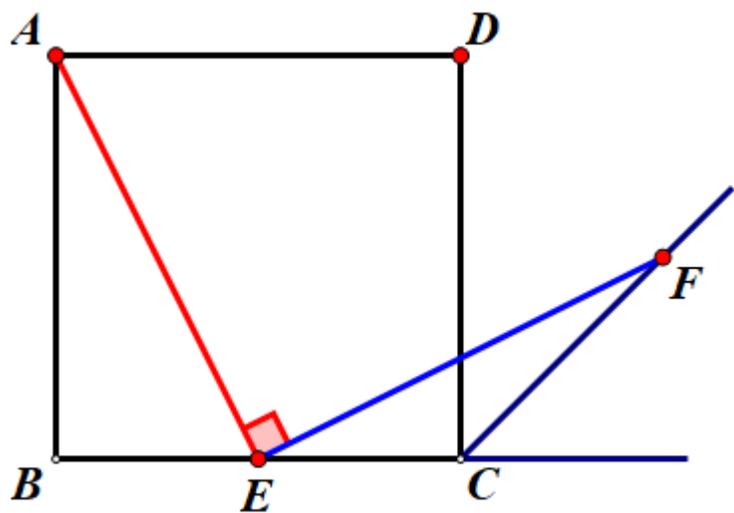


## (五) 地位和作用

正方形是中考必考点,而且多以解答题、证明题或探究题的形式出现。正方形中有很多经典问题,本题是正方形中的“外角平分线”问题,给出不同的思路,并变式拓展,帮助同学们学活、学深、学透.

## 二、选题意图

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.



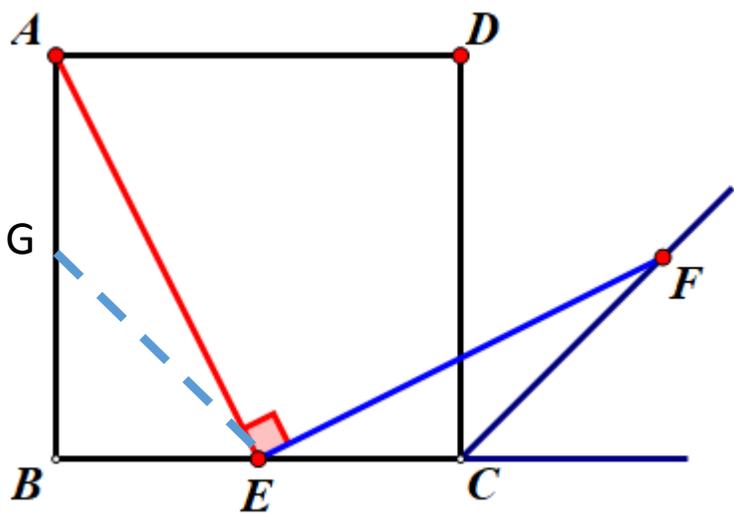
## 二、选题意图

本题以能力立意，考查学生灵活运用所学知识解决问题的能力 and 逻辑推理能力，从特殊到一般的几何综合题能有效地考查学生对所学知识的掌握和灵活运用的程度。本题培养了逻辑推理、几何直观和数学素养。近年的中考数学试题中，有关三角形、正边形构成的几何综合题占据相当的比例，充分体现了考查能力和提高素质教育的思想和要求，这也是《新课程标准》的要求。

## 三、解题思路

### 三、解题思路

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.



【思路1】截长补短法构造全等三角形

取AB中点G，连接EG

$\triangle GBE$ 是等腰直角三角形

四边形ABCD是正方形

导角

G、E分别为AB、BC的中点

CF是正方形外角平分线

$\angle AGE = \angle ECF$

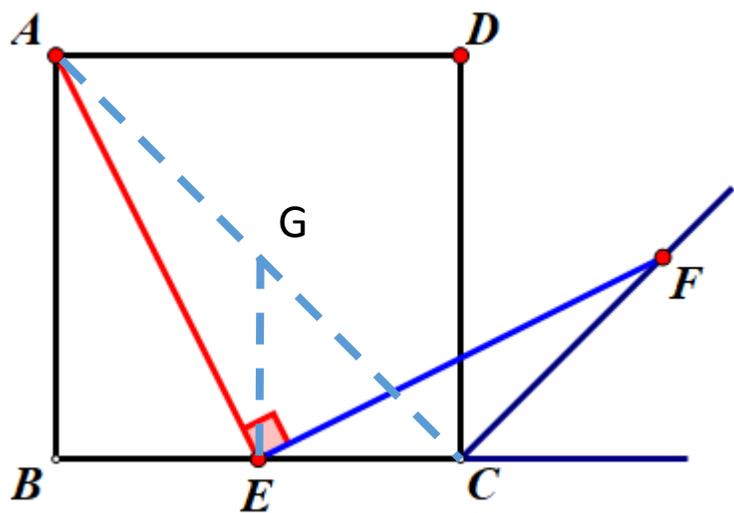
$\angle GAE = \angle CEF$

$AG = EC$

$\triangle AGE \cong \triangle ECF$

$AE = EF$

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.



【思路2】利用隐形条件构建全等三角形

连接AC，作EG//AB，交AC于点G

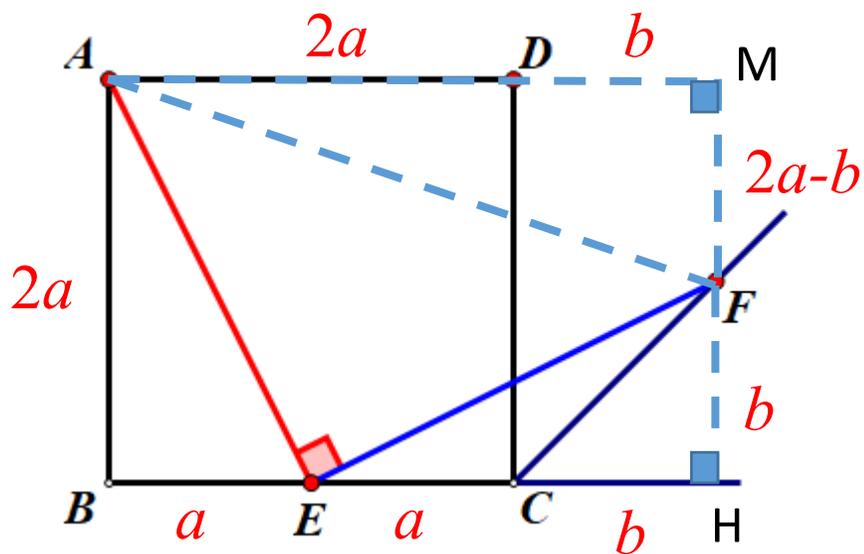
$\triangle GEC$  是等腰直角三角形

导角

$\triangle AGE \cong \triangle ECF$

AE=EF

14. 如图，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线CF于点F. 求证：AE=EF.



### 【思路3】构造三垂直模型

连接AF，过点F作FH⊥BH于点H，延长HF交AD延长线于点M。

设BE=a, FH=b

在Rt△ABE, Rt△EFH, Rt△AMF中

勾股定理

表示AE<sup>2</sup>, EF<sup>2</sup>, AF<sup>2</sup>

△AEF也为直角三角形

勾股定理

$$AE^2 + EF^2 = AF^2$$

$$a^2 + (2a)^2 + (a+b)^2 + b^2 = (b-a)^2 + (2a+b)^2$$

$$a=b$$

△ABE ≅ △EFH

$$AE=EF$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/827025121002006165>