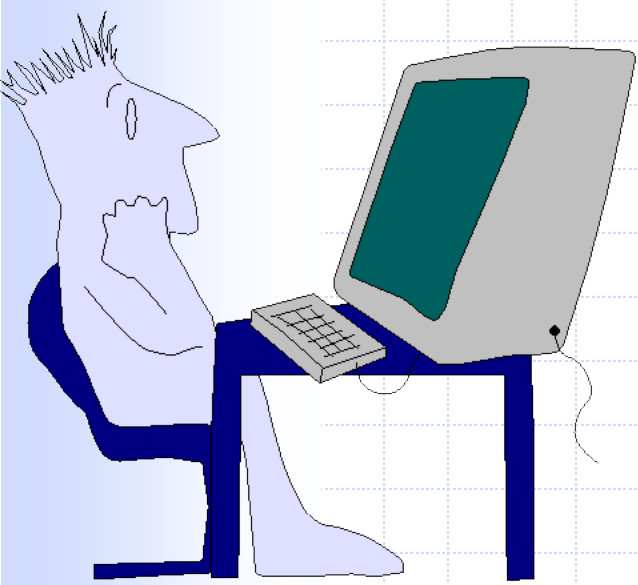


数学试验

Experiments in Mathematics

赵小艳

办公地址：理科楼**214**



试验13 人口预测与数据拟合

实验目

- 1、学会用MATLAB软件进行数据拟合。
- 2、了解利用最小二乘法进行数据拟合基本思想，掌握用数据拟正当寻找最正确拟合曲线方法。
- 3、了解多元函数极值在数据拟正当中应用。
- 4、经过对实际问题进行分析研究，初步掌握建立数据拟合数学模型方法。

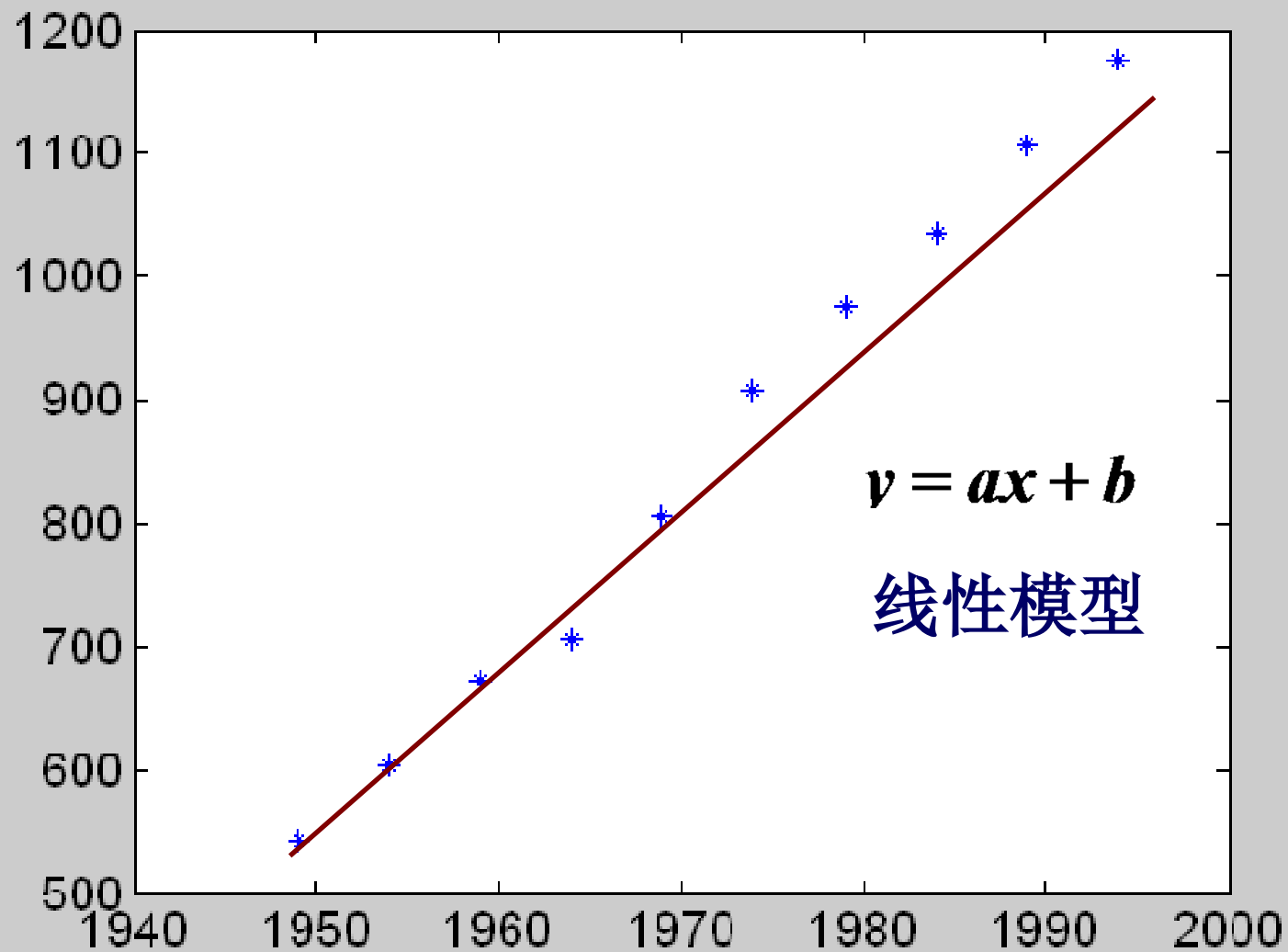


试验问题

据人口统计年鉴，知我国从1949年至1994年人口数据资料以下：
(人口数单位为：百万)

年份	1949	1954	1959	1964	1969
人口数	541.67	602.66	672.09	704.99	806.71
年份	1974	1979	1984	1989	1994
人口数	908.59	975.42	1034.75	1106.76	1176.74

- (1) 在直角坐标系上作出人口数图象。
- (2) 建立人口数与年份函数关系，并估算1999年人口数。

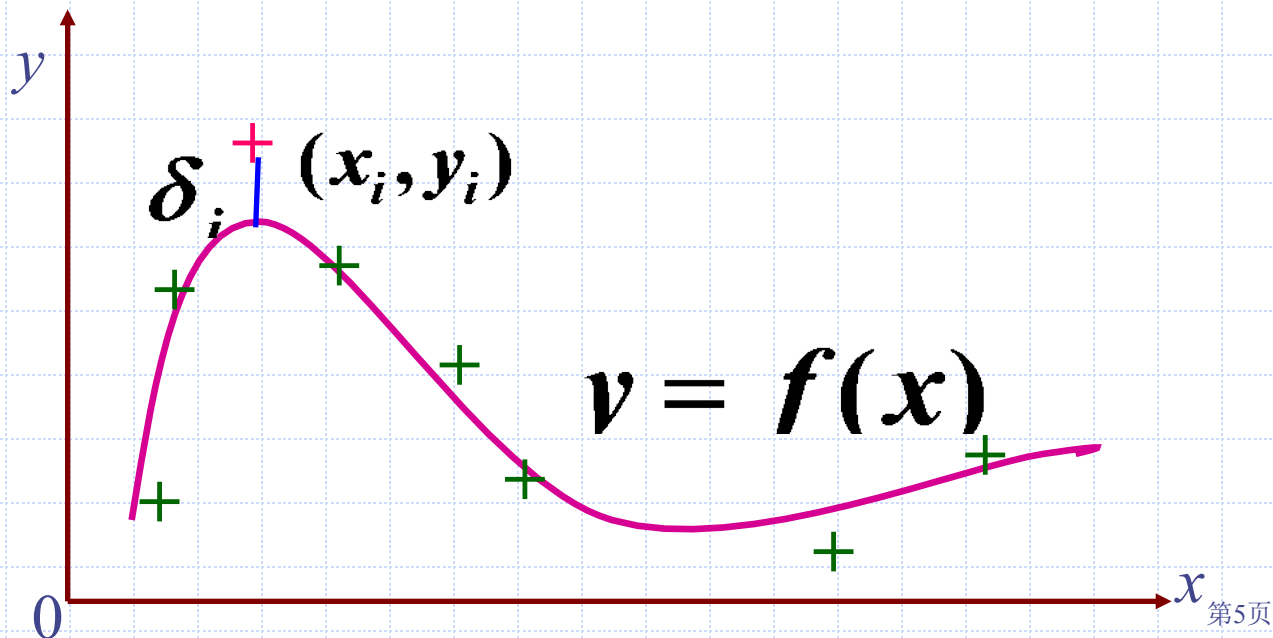


怎样确定 a, b ?

一、曲线拟合

1 曲线拟合问题提法:

- 已知一组（二维）数据，即平面上 n 个点 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, n$ ， x_i 互不相同，寻求一个函数（曲线） $y = f(x)$ ，使 $f(x)$ 在观察点 x 处所取得值 $f(x)$ 分别与观察值 y 在某种准则下最为靠近，即曲线拟合得最好，如图



从几何上讲，并不要求曲线严格经过已知点，但要求曲线在各数据点和已知数据点之间总体误差最小，通常称为**数据拟合**。

而我们经常是确定 $f(x)$ 使得偏差平方和

$$\sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n [f(x_i) - y_i]^2 \quad \text{到达最小。}$$

→ **最小二乘准则**

数据插值

已知一组（二维）数据，即平面上 n 个点 (x_i, y_i) ，
 $i = 1, 2, \dots, n$, x_i 互不相同，寻求一个函数（曲线） $y = f(x)$
使 $f(x)$ 在观察点 x_1, \dots, x_n 处满足 $f(x_i) = y_i, i = 1, \dots, n$,

—————> 数据插值

2. 用什么样曲线拟合已知数据?

1) 画图观察

2) 理论分析

$$f(x) = a_1 r_1(x) + a_2 r_2(x) + \dots + a_m r_m(x)$$

惯用曲线函数系 $r_i(x)$ 类型:

直线: $y = a_1 x + a_0$

多项式: $y = a_m x^m + \dots + a_1 x + a_0$

双曲线 (一支): $y = \frac{a_1}{x} + a_2$

指数曲线: $y = a_1 e^{a_2 x}$

比如

$$f(x) = a_1 x^m + a_2 e^{\lambda x} + a_3 \sin(x)$$

$1, x, x^2, \dots, x^m$

多项式拟合

$e^{\lambda_1 x}, \dots, e^{\lambda_m x}$

指数函数拟合

$\sin(x), \cos(x), \sin(2x),$
 $\cos(2x), \dots, \sin(mx), \cos(mx)$

三角函数拟合

3 拟合函数组中系数确定

以 $f(x) = a_1x + a_2$ 为例，即确定 a_1, a_2 使得

$$J(a_1, a_2) = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n [a_1x_i + a_2 - y_i]^2 \text{ 达到最小.}$$

为此，只需利用极值的必要条件 $\frac{\partial J}{\partial a_k} = 0 (k = 1, 2)$

a_1, a_2

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n 2[a_1x_i + a_2 - y_i]x_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n 2[a_1x_i + a_2 - y_i] = 0 \end{cases} \Rightarrow a_1, a_2$$

4 用matlab软件进行数据拟合

(1) lsqcurvefit命令-----最小二乘拟合

`a=lsqcurvefit(fun,x0,xdata,ydata)`

`[a,resnorm]=lsqcurvefit(fun,x0,xdata,ydata)`

是依据给定数据xdata,ydata，按照函数文件fun给定函数，以x0为初值做最小二乘拟合，返回函数中系数向量a和残差平方和resnorm。

例

首先编写函数文件

```
function y=f(a,x)
```

```
f=a(1)*exp(x)+a(2)*x.^2+a(3)*x.^3
```

保留为f.m，其次调用该函数

```
x=0:0.1:1;
```

```
y=[3.1,3.27,3.81,4.5,5.18,6,7.05,8.56,9.69,11.25,13.17];
```

```
a0=[0 0 0];
```

```
[x,resnorm]=lsqcurvefit(@f,a0,x,y)
```

也能够用 `inline` 命令定义函数

```
x=0:0.1:1;
```

```
y=[3.1,3.27,3.81,4.5,5.18,6,7.05,8.56,9.69,11.25,13.17];
```

```
f=inline('a(1)*exp(x)+a(2)*x.^2+a(3)*x.^3','a','x');
```

```
a0=[0 0 0];
```

```
[a,resnorm]=lsqcurvefit(f,a0,x,y)
```

```
plot(x,y,'*')
```

```
hold on
```

```
g=a(1)*exp(x)+a(2)*x.^2+a(3)*x.^3;
```

```
plot(x,g,'r-')
```

(2) polyfit命令——多项式曲线拟合

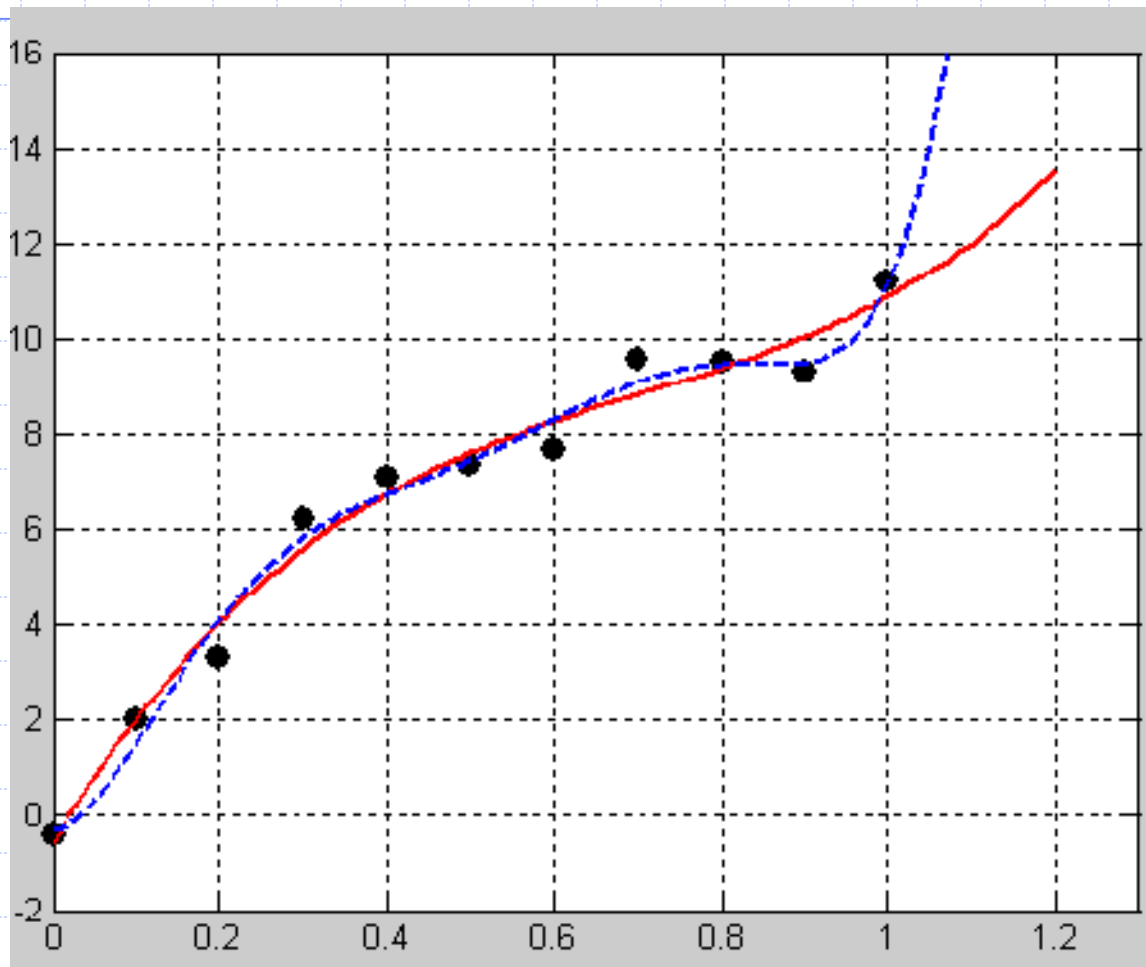
$a = \text{polyfit}(xdata, ydata, n)$

- ◆ 其中 n 表示多项式最高阶数
- ◆ **$xdata$, $ydata$** 为要拟合数据，它是用向量方式输入。
- ◆ 输出参数 a 为拟合多项式 $y = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ 系数 $a = [a_n, \dots, a_1, a_0]$ 。
- ◆ 多项式在 x 处值 y 可用下面程序计算。
 $y = \text{polyval}(a, x)$

因为高次多项式曲线改变不稳定，所以多项式次数选取不宜过高。

比如

```
clear;clc;
x=0:0.1:1;
y=[-0.447 1.978 3.28 6.16 7.08 7.34 7.66,9.56,9.48,9.3,11.2];
plot(x,y,'k.','markersize',25);
axis([0 1.3 -2 16]);
p3=polyfit(x,y,3)
p6=polyfit(x,y,6)
t=0:0.01:1.2;
s=polyval(p3,t);
s1=polyval(p6,t);
hold on
plot(t,s,'r-','linewidth',2);
plot(t,s1,'b--','linewidth',2);
grid
```



二、人口预测线性模型

编写程序调用**matlab**命令

```
x=1949:5:1994;
```

```
y=[541.67,602.66,672.09,704.99,806.71,908.59,975.42,1034.75,1106.76,1176.74];
```

```
plot(x,y,'r*','linewidth',2)
```

```
grid
```

```
f=inline('a(1)+a(2)*x','a','x');
```

```
a0=[0 5];
```

```
[a,resnorm]=lsqcurvefit(f,a0,x,y)
```

```
hold on
```

```
g=a(1)+a(2)*x;
```

```
plot(x,g,'b-','linewidth',2)
```

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/827053035106006131>