

第5章 经典离散时间系统

1. 全通系统和最小相位系统;
2. 谱分解;
3. 离散时间系统的 Lattice 构造;

离散时间系统:

- 幅频响应 幅度失真
- 相频响应 相位失真
- 线性相位
- 系统的相位延迟 (Phase Delay, PD)
- 系统的群延迟 (Group Delay, GD)

离散时间系统的相频响应:

$$j \quad j \quad j ()$$

$j\omega$ { 幅频响应
相频响应

假如:

称其为线性相位。

若:

也称线性相位

线性相位的意义：信号无失真传播

线性系统的失真：

幅度失真： 系统对信号中各频率分量幅度产生不一样程度的衰减；

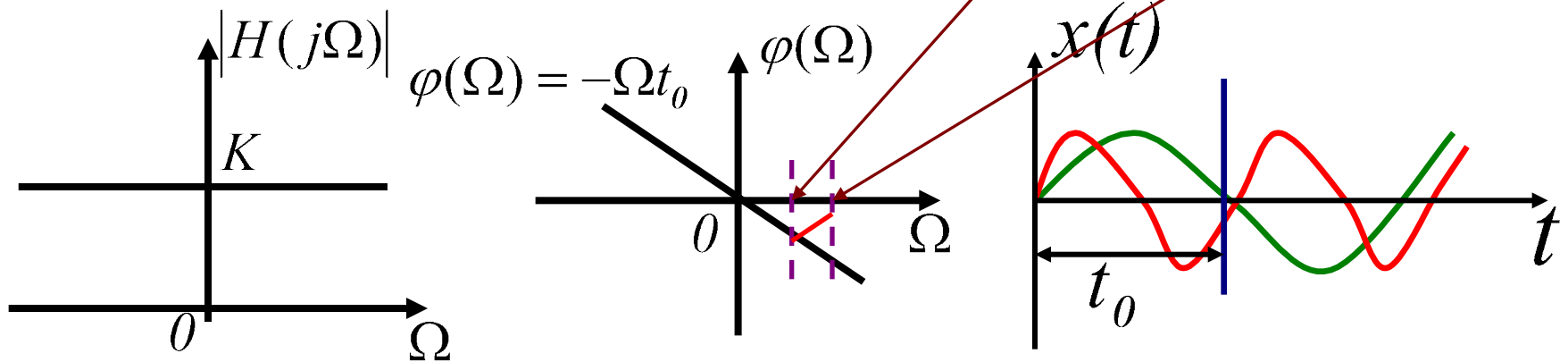
相位失真： 系统对信号各频率分量产生的相移与频率不成正比，使响应中的各频率分量在时间轴上的对应关系产生变化；

无失真传播的条件：

$$y(t) = Kx(t - t_0) \Leftrightarrow Y(j\Omega) = X(j\Omega)H(j\Omega)$$

$$Y(j\Omega) = e^{-j\Omega t_0} KX(j\Omega) \Rightarrow H(j\Omega) = e^{-j\Omega t_0} K$$

$$H(j\Omega) = e^{-j\Omega t_0} K \quad x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$



$$Y(j\Omega) = [X_1(j\Omega) + X_2(j\Omega)]H(j\Omega)$$

$$Y(j\Omega) = e^{-j\Omega_1 t_0} K X_1(j\Omega_1) + e^{-j\Omega_2 t_0} K X_2(j\Omega_2)$$

$$\Rightarrow y(t) = Kx_1(t - t_0) + Kx_2(t - t_0)$$

线性相位FIR数字滤波器的特点

设FIR 的单位脉冲响应 $h(n)$ 为实数，长度为 N ，假如 $h(n)$ 满足下面的偶对称和奇对称条件

$$h(n) = \pm h(N - 1 - n)$$

FIR滤波器将具有严格的线性相位特性。

$$\theta(\omega) = -\omega\left(\frac{N-1}{2}\right)$$

$$\theta(\omega) = -\omega\left(\frac{N-1}{2}\right) + \frac{\pi}{2}$$

线性相位系统

相位函数

广义线性相位系统

相延迟与群延迟的物理意义:

由于:

$$j\omega \quad j\omega \quad j\varphi(\omega)$$

假如:

$$0$$

则:

$$j\omega_0$$

$$0$$

$$0$$

再令:

$$j\omega_0$$

则:

$$0$$

$$0$$

定义:

$$p$$

为系统的相位延迟
(Phase Delay, PD)

FIR数字滤波器的响应对所有频率的

输入信号整体延迟了 $(\frac{N-1}{2})$ ，即延迟了单位脉冲响应长度的一半。

定义：

g

为系统的群延迟
(Group Delay, GD)

$$\theta(\omega) = -\omega\left(\frac{N-1}{2}\right) \quad \theta(\omega) = -\omega\left(\frac{N-1}{2}\right) + \frac{\pi}{2}$$

$$\tau(\omega) = -\frac{d}{d\omega} [\theta(\omega)] = \frac{N-1}{2}$$

输出:

$$y(n) = |H(e^{j\omega})| \left\{ \frac{1}{2} \cos(\omega_L n + \theta(\omega_L)) + \frac{1}{2} \cos(\omega_H n + \theta(\omega_H)) \right\}$$
$$= \cos(\omega_0 n + \frac{\theta(\omega_H) - \theta(\omega_L)}{2}) \cos(\omega_c n + \frac{\theta(\omega_H) + \theta(\omega_L)}{2})$$

对调制信号与载波信号产生了不一样的相位滞后

对于窄带信号 $\omega_c \geq \omega_0$ ，在 ω_c 附近对相位进行

泰勒级数展开，保留前两项，忽视高阶项：

$$\theta_c(\omega) \approx \theta_c(\omega_c) + \left. \frac{d\theta_c(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} (\omega - \omega_c)$$

$$\theta_c(\omega_H) \approx \theta_c(\omega_c) + \left. \frac{d\theta_c(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} (\omega_H - \omega_c) \quad \theta_c(\omega_L) \approx \theta_c(\omega_c) + \left. \frac{d\theta_c(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} (\omega_L - \omega_c)$$

$$y(n) = \cos\left(\omega_0 n + \frac{\theta(\omega_H) - \theta(\omega_L)}{2}\right) \cos\left(\omega_c n + \frac{\theta(\omega_H) + \theta(\omega_L)}{2}\right)$$

$$\frac{\theta_c(\omega_H) + \theta_c(\omega_L)}{2\omega_c} \approx -\frac{\theta_c(\omega_c)}{\omega_c} = \tau_p(\omega_c)$$

$$\tau_p(\omega) = -\frac{\theta(\omega)}{\omega} \rightarrow \text{相延迟: 载波分量的相位延迟}$$

$$\frac{\theta_c(\omega_H) - \theta_c(\omega_L)}{2\omega_0} \approx \frac{d\theta_c(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} = \tau_g(\omega_c)$$

群延迟: 包络在 ω_c 的相位延迟是相位函数线性性质的度量

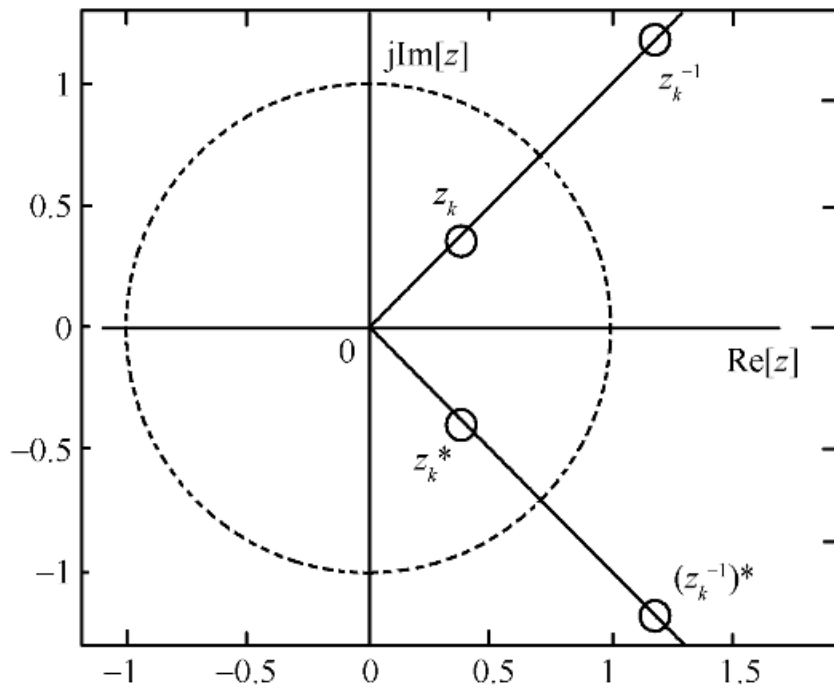
$$y(n) = \cos\left(\omega_0 n - \tau_g(\omega_c) (\omega_H - \omega_c)\right) \cos\left(\omega_c n + \theta_c(\omega_c) + \tau_p(\omega_c) (\omega_L - \omega_c)\right)$$

线性相位系统的零点分布

$$h(n) = \pm h(N-1-n)$$

$$H(z) = \pm z^{-(N-1)} H(z^{-1})$$

因此， z_k 的零点也是 z_k^{-1} 的零点，反之亦然



若 $h(n)$ 为实数时，
 $H(z)$ 为实系数的多项式，
则 z_i 应是共轭成对的，
 z_i^* 也是零点。

5.4 全通系统和最小相位系统

全通系统

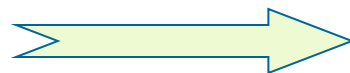
假如一种系统的幅频响应对所有的频率都等于1 (或一种常数), 即

$$|H_{ap}(e^{j\omega})|=1 \quad 0 \leq \omega \leq \pi$$

则称系统 $H_{ap}(z)$ 为全通系统。

ap

k



最简单的全通系统, 纯延迟

一阶全通系统:

ap

-1

-1

镜像对称

2

-1

-2

ap

ap

ap



$j\omega$ 2

$j\omega$

$*$

$j\omega$

-2

ap

ap

ap

二阶全通系统:

-1 -1

-1 $*$ -1

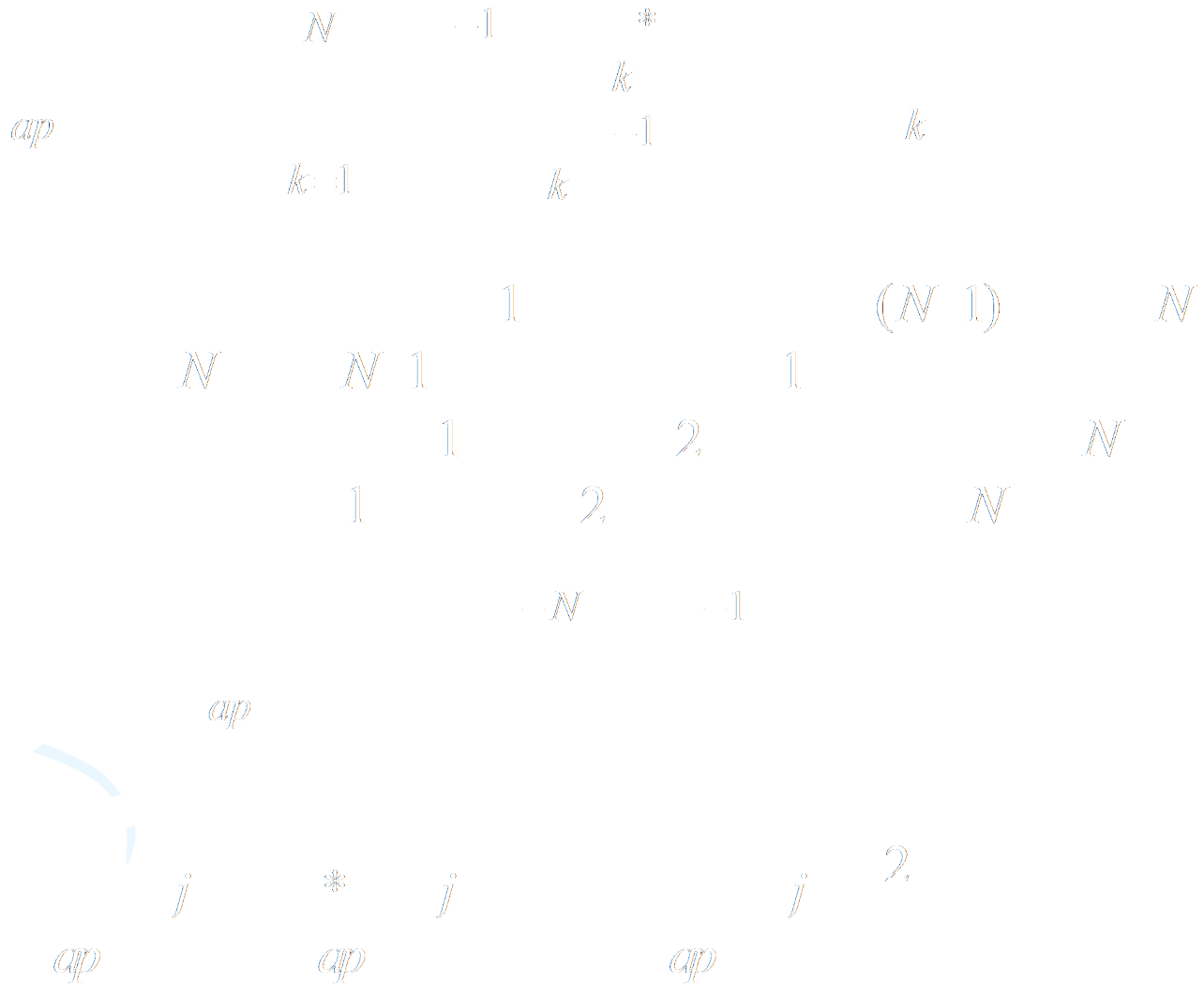
ap

-1

$*$ -1

一对位于单位圆内的共轭极点，一对共轭零点，与极点以单位圆为镜像对称。

高阶全通系统:



全通系统的特点：

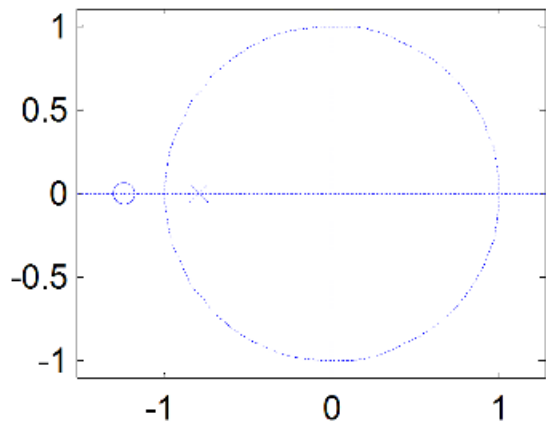
1. 是IIR系统(不考虑纯延迟形式)；
2. 极点数和零点数相等；
3. 极点和零点是以单位圆镜像对称的；
4. 极点都在单位圆内,零点都在单位圆外；
5. 全通系统的群延迟一直为正值。

全通系统的应用：

IIR系统的无限长，无法对称，即不能做到线性相位。在实际中，可以用一种全通系统和IIR系统相级联，在不变化幅频响应的状况下对相频响应做矫正，使其接近线性相位。

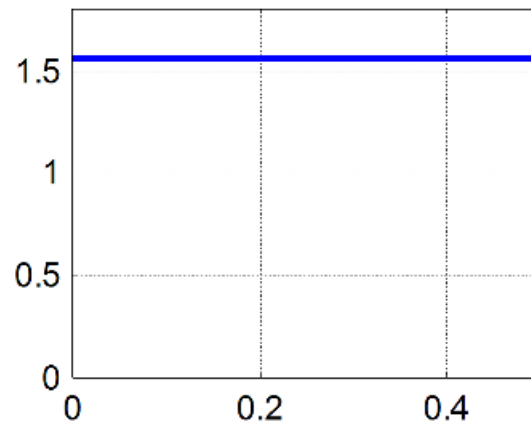
一阶全通系统

极-零图

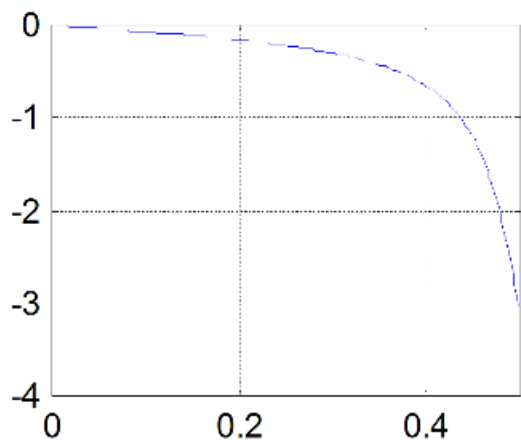


(a)

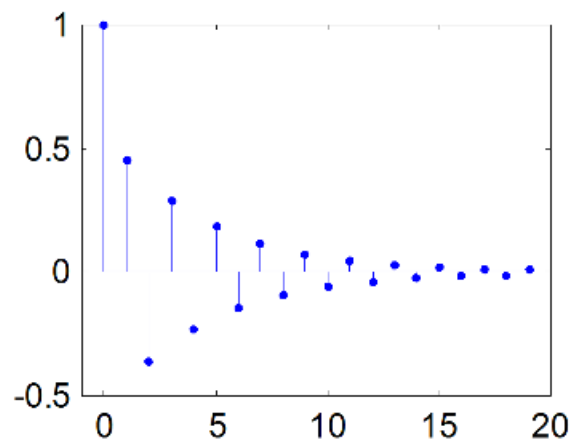
幅频



(b)



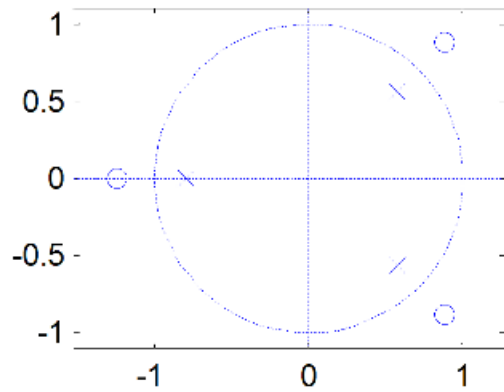
(c)



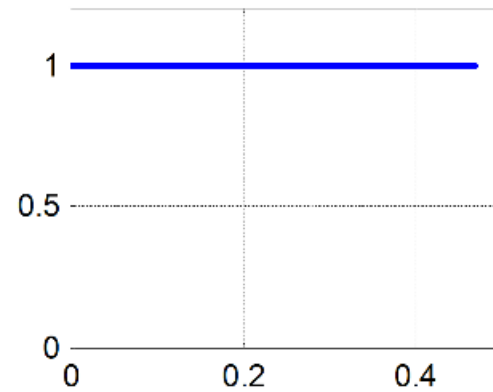
(d)

相频

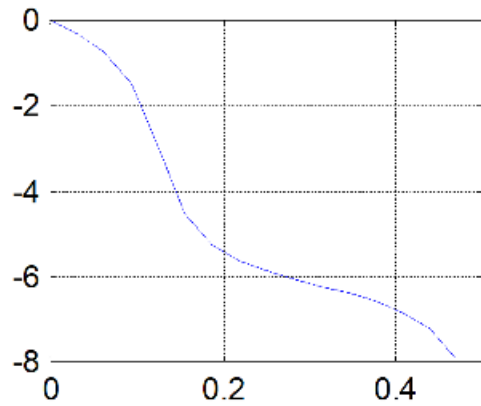
抽样响应



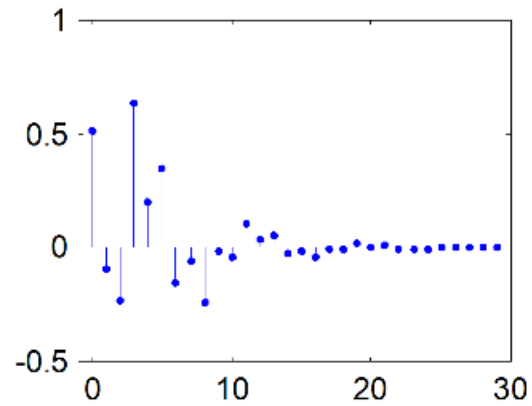
(a)



(b)



(c)



(d)

三阶全通系统

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/828005003033006100>