第一章

1.2.2　全称量词命题与存在量词命题的否定

内容索引

课标定位素养阐释

1.了解命题的否定,能对一个命题进行否定.

2.掌握全称量词命题、存在量词命题的否定,并理解命题与其命题的否定之间的真假关系.

3.体会数学抽象的过程和提升逻辑推理素养.

自主预习 新知导学

一、命题的否定

1.试说出“命题p:1是方程$|x|=1$的根”与“命题q:1不是方程$|x|=1$的根”的关系,并判断p,q的真假.

提示:命题q是对命题p的否定,同时命题p也是对命题q的否定,p是真命题,q是假命题.

2.一般地,对命题p加以______,就得到一个新的命题,记作“______”,读作“非p”或“______”.

3.命题p与$\neg p$的真假有什么关系?

提示:p与$\neg p$必是一真一假.

4.(1)若p:$\{2\}$是$\{1,2\}$的子集,则$\neg p$是______.

(2)若q:$5^2=25$,则$\neg q$是______命题.(填“真”或“假”)

答案:(1)$\{2\}$不是$\{1,2\}$的子集　(2)假

二、全称量词命题与存在量词命题的否定

已知命题p:任何无理数都是实数;q:存在点M在抛物线$y=x^2$上.

1.指出命题p,q是存在量词命题还是全称量词命题,并判断其真假.

提示:p是全称量词命题,是真命题;q是存在量词命题,是真命题.

2.写出$\neg p$和$\neg q$,并判断其真假.

提示:$\neg p$:存在无理数不是实数,是假命题.

$\neg q$:任意点M都不在抛物线$y=x^2$上,是假命题.

3.

项目	全称量词命题	存在量词命题
p	$\forall x\in M,q(x)$	$\exists x\in M,p(x)$
$\neg p$	$\exists x\in M,\neg q(x)$	$\forall x\in M,\neg p(x)$
真假关系	命题与其命题的否定一真一假	

4.写出下列命题的否定,并判断所得命题的真假.

(1)p:设A是所有角组成的集合,则$\forall\theta\in A$,$\sin\theta=1$;

(2)q:$\exists a\in\mathbf{R}$,$a=\frac{1}{a}$.

解:(1)$\neg p$:设A是所有角组成的集合,则$\exists\theta\in A$,$\sin\theta\neq1$,是真命题.

(2)$\neg q$:$\forall a\in\mathbf{R}$,$a\neq\frac{1}{a}$,是假命题.

【思考辨析】

判断下列说法是否正确,正确的在后面的括号内画“√”,错误的画“×”.

(1)有些命题与其否定都是真命题.(×)

(2)任何命题都有它的否定.(√)

(3)全称量词命题的否定一定是存在量词命题.(√)

合作探究　释疑解惑

“¬p”形式的命题及真假判断

【例1】 写出下列命题的否定,并判断其真假:

(1)p:$\sqrt{3}$是有理数;

(2)p:5不是75的约数;

(3)p:$7<8$;

(4)p:$5+6\neq 11$.

解:(1)$\neg p$:$\sqrt{3}$不是有理数.命题p是假命题,$\neg p$是真命题.

(2)$\neg p$:5是75的约数.命题p是假命题,$\neg p$是真命题.

(3)$\neg p$:$7\geq 8$.命题p是真命题,$\neg p$是假命题.

(4)$\neg p$:$5+6=11$.命题p是假命题,$\neg p$是真命题.

反思感悟

对命题s进行否定得到$\neg s$,故s与$\neg s$一真一假.对于形如“若p,则q”的命题,其否定为“若p,则$\neg q$”.

【变式训练1】 写出下列命题p的否定,并判断$\neg p$的真假:

(1)p:$y=3x-2$是一次函数;

(2)p:二次函数$y=x^2+3$的图象关于x轴对称.

解:(1)$\neg p$:$y=3x-2$不是一次函数,是假命题.

(2)$\neg p$:二次函数$y=x^2+3$的图象不关于x轴对称,是真命题.

【例2】 写出下列存在量词命题的否定,并判断其否定的真假:

(1)$\exists x\in \mathbf{R}, x^2+2x+3\leq 0$;

(2)至少有一个实数x,使$x^3+1=0$;

(3)$\exists x,y\in \mathbf{Z}$,使得$\sqrt{2}x+y=3$.

分析:先将存在量词改为全称量词,再否定结论.

解:(1)命题的否定:$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+3>0$.

$\because \forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+3=(x+1)^2+2\geq 2>0$恒成立,

$\therefore$命题的否定为真命题.

(2)命题的否定:$\forall x\in\mathbf{R},x^3+1\neq 0$.

$\because$ 当$x=-1$时,$x^3+1=0$,

$\therefore$命题的否定为假命题.

(3)命题的否定:$\forall x,y\in\mathbf{Z},\sqrt{2}x+y\neq 3$.

$\because$ 当$x=0,y=3$时,$\sqrt{2}x+y=3$,

$\therefore$命题的否定是假命题.