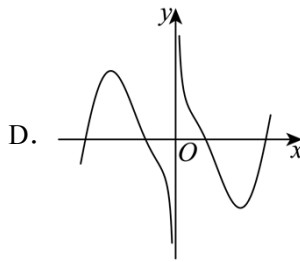
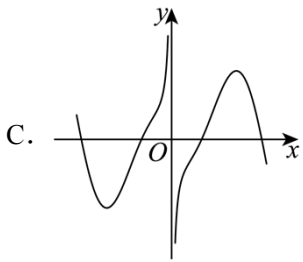
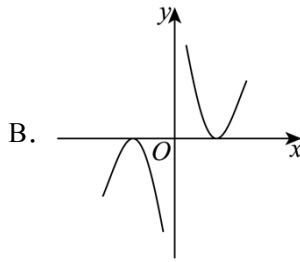
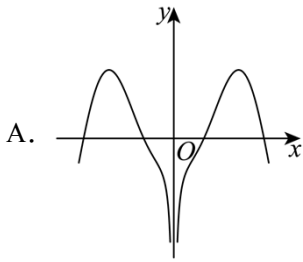




D. 不低于 80 的样本数据个数，甲企业多于乙企业

6. 函数  $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cos x$  的部分图象大致是 ( )



7. 已知把物体放在空气中冷却时，若物体原来的温度是  $\theta_1^\circ\text{C}$ ，空气的温度是  $\theta_0^\circ\text{C}$ ，则  $t$  min 后物体的温度  $\theta^\circ\text{C}$  满足公式  $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$  (其中  $k$  是一个随着物体与空气的接触状况而定的正常数). 某天小明同学将温度是  $80^\circ\text{C}$  的牛奶放在  $20^\circ\text{C}$  空气中，冷却 2min 后牛奶的温度是  $50^\circ\text{C}$ ，则下列说法正确的是 ( )

A.  $k = \ln 2$

B.  $k = 2\ln 2$

C. 牛奶的温度降至  $35^\circ\text{C}$  还需 4min

D. 牛奶的温度降至  $35^\circ\text{C}$  还需 2min

8. 已知  $\cos 2x = -\frac{1}{3}$ ，则  $\cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  的值为 ( )

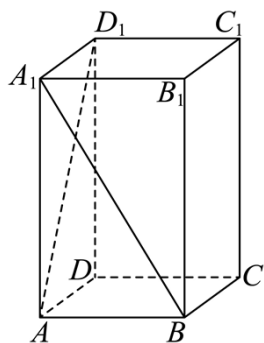
A.  $\frac{9}{16}$

B.  $\frac{5}{6}$

C.  $\frac{13}{20}$

D.  $\frac{17}{24}$

9. 如图，在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $AA_1 = 3AB$ ，则异面直线  $A_1B$  与  $AD_1$  所成角的余弦值为 ( )



- A.  $\frac{4}{5}$       B.  $\frac{9}{10}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{7}{10}$

10. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$  在  $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$  上的最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 当把  $f(x)$  的图象上所有的点向右平移  $\varphi$  个单位长度, 得到函数  $g(x)$  且  $g(x)$  满足  $g\left(\frac{7}{12}\pi + x\right) = g\left(\frac{7}{12}\pi - x\right)$  时, 则正数  $\varphi$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{12}$       B.  $\frac{\pi}{6}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{2}$

11. 设  $O$  为坐标原点,  $F_1, F_2$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的两个焦点, 点  $P$  在  $C$  上,  $\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{3}{5}$ ,

则  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} =$  ( )

- A.  $\frac{9}{4}$       B.  $\frac{7}{4}$       C. 2      D.  $\frac{7}{2}$

12. 已知正数  $a, b, c$  满足  $a \ln b = b e^c = c a$ , 则 ( )

- A.  $a > b > c$       B.  $a > c > b$       C.  $b > a > c$       D.  $b > c > a$

## 二、填空题

13. 若抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点是椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  的一个顶点, 则  $p$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_3 = 3, S_3 = 39$ , 则  $a_7 =$ \_\_\_\_\_.

15. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $b^2 + c^2 = a^2 - bc$ , 且  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = -4$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

16. 已知圆台的上、下底面中心分别为  $O_1, O_2$ , 且  $O_1 O_2 = 10\sqrt{3}$ , 上、下底面半径分别为 2,

12, 在圆台容器内放置一个可以任意转动的球, 则该球表面积的最大值为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 某险种的基本保费为  $a$  (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geq$
保费	0.8	$a$	1.2	1.5	1.7	2

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况, 得到如下统计表:

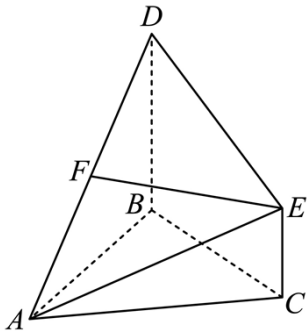
出险次数	0	1	2	3	4	$\geq 5$
频数	60	50	30	30	20	10

(I) 记  $A$  为事件: “一续保人本年度的保费不高于基本保费”. 求  $P(A)$  的估计值;

(II) 记  $B$  为事件: “一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”. 求  $P(B)$  的估计值;

(III) 求续保人本年度的平均保费估计值.

18. 如图, 已知  $\triangle ABC$  为等边三角形,  $\triangle ABD$  为等腰直角三角形,  $AB \perp BD$ . 平面  $ABC \perp$  平面  $ABD$ , 点  $E$  与点  $D$  在平面  $ABC$  的同侧, 且  $CE \parallel BD$ ,  $BD = 2CE$ . 点  $F$  为  $AD$  中点, 连接  $EF$ .



(1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ;

(2) 若  $AB = 2$ , 求三棱锥  $D-ABE$  的体积.

19. 设  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $a_2 = 4, S_4 = 20$ , 且  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  为等差数列.

(1) 求证: 数列  $\{a_n\}$  为等差数列;

(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = 6$ , 且  $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_n}{a_{n+2}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P(-1, 2)$  在  $C$  的渐近线上, 且满足  $PF_1 \perp PF_2$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 点  $Q$  为  $C$  的左顶点, 过  $P$  的直线  $l$  交  $C$  于  $A, B$  两点, 直线  $AQ$  与  $y$  轴交于点  $M$ , 直线  $BQ$  与  $y$  轴交于点  $N$ , 证明: 线段  $MN$  的中点为定点.

21. 已知函数  $f(x) = \ln x - ax + 1$ .

(1) 求  $f(x)$  的极值;

(2) 证明:  $\ln x + x + 1 \leq xe^x$ .

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = \sqrt{3} \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 直线  $l$  的方

程为  $y = kx$ , 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线  $C$  的极坐标方程;

(2) 曲线  $C$  与直线交于  $A, B$  两点, 若  $|OA| + |OB| = 3$ , 求  $k$  的值.

23. 已知函数  $f(x) = |x - 2|$ ,  $g(x) = 2f(x) - |2x + 1|$  的最大值是  $\lambda$ .

(1) 求  $\lambda$  的值;

(2) 若  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + b = \lambda$ , 证明:  $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+2} \leq 4$ .



参考答案:

1. A

【分析】分别求出集合  $A, B$ ，再根据交集的定义求解即可.

【详解】由题意， $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$

所以  $A \cap B = \{-2, -1, 2\}$ .

故选：A.

2. B

【分析】根据复数代数形式的除法运算求出复数  $z$  即可求解结果.

【详解】解：复数  $z$  满足  $zi = 1 + i$ ，所以  $z = \frac{1+i}{i} = \frac{(1+i)i}{i^2} = \frac{-1+i}{-1} = 1-i$ .

所以  $z$  的共轭复数是  $1+i$ .

故选：B.

3. D

【分析】分别求 2 个人不同的选择方案以及选择的电影相同的方案，根据对立事件结合古典概型分析求解.

【详解】因为每个人选择方案有 3 种，可知 2 个人不同的选择方案有  $3^2 = 9$  种；

且三位同学选择的电影相同的方案有 3 种；

所以三位同学选择的电影不相同的概率为  $P = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$ .

故选：D.

4. B

【分析】先计算  $|a-b|$ ，再代入向量的夹角公式计算即可.

【详解】 $|a-b| = \sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2a \cdot b} = \sqrt{11}$ ,

所以  $\cos \langle a-b, a \rangle = \frac{(a-b) \cdot a}{|a-b||a|} = \frac{a^2 - a \cdot b}{\sqrt{11} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{33}} = \frac{\sqrt{33}}{33}$ ,

故选：B

5. C

【分析】求得甲企业样本数据的中位数判断 A；求得甲企业样本数据的平均数判断 B；求得甲乙企业样本数据的众数判断 C；求得甲乙两企业不低于 80 的样本数据个数判断 D.

【详解】对于 A：甲企业样本数据的中位数是  $\frac{72+74}{2} = 73$ ，故 A 错误；

对于 B: 甲企业样本数据的平均数为:

$$\bar{x} = \frac{1}{20}(57 \times 2 + 58 + 59 + 66 + 68 \times 2 + 69 \times 2 + 72 + 74 + 79 \times 4 + 87 + 88 \times 2 + 89 + 95) = 74,$$

故甲企业样本数据的平均数小于 80, 故 B 错误;

对于 C: 甲企业样本数据的众数为 79, 由频率分布直方图可得乙企业样本数据的众数为 75, 故 C 正确;

对于 D: 不低于 80 的样本数据个数甲企业为 5 个, 乙企业为  $20 \times (0.02 + 0.005) \times 10 = 5$ , 故 D 错误.

故选: C.

6. D

【分析】由函数的奇偶性可排除 A; 由特值法可排除 B; 当  $x > 0$ , 且  $x$  趋近 0 时, 所以  $f(x) > 0$  可排除 C, 即可得出答案..

【详解】 $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cos x$  的定义域为  $\{x | x \neq 0\}$ ,

$$f(-x) = \left(-x - \frac{1}{x}\right) \cos(-x) = -\left(x + \frac{1}{x}\right) \cos x = -f(x),$$

所以  $f(x)$  为奇函数, 故 A 错误;

当  $x > 0$ , 且  $x$  趋近 0 时,  $x + \frac{1}{x} > 0$ ,  $\cos x > 0$ ,

所以  $f(x) > 0$ , 故 C 错误,

当  $x = 2\pi$  时,  $f(\pi) = \left(\pi + \frac{1}{\pi}\right) \cos \pi = -\left(2\pi + \frac{1}{2\pi}\right) < 0$ , 故 B 错误.

故选: D.

7. D

【分析】运用代入法, 结合对数的运算逐一判断即可.

【详解】由  $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ , 得  $50 = 20 + (80 - 20)e^{-2k}$ ,

即  $\frac{1}{2} = e^{-2k}$ , 故  $k = \frac{1}{2} \ln 2$ , A、B 错误;

又由  $35 = 20 + (80 - 20)e^{-kt}$ ,  $k = \frac{1}{2} \ln 2$ , 得  $t = 4$ ,

故牛奶的温度从  $80^\circ\text{C}$  降至  $35^\circ\text{C}$  需 4min,

从  $50^\circ\text{C}$  降至  $35^\circ\text{C}$  还需  $4 - 2 = 2\text{min}$ .

故选: D

8. B

【分析】利用降幂公式及两角和差的余弦公式化简即可得解.

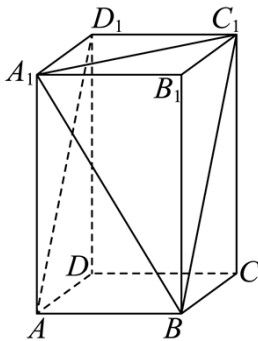
$$\begin{aligned} \text{【详解】} \quad & \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1 + \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{2} + \frac{1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{2} \\ & = \frac{1 + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x}{2} + \frac{1 + \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x}{2} \\ & = 1 + \frac{1}{2}\cos 2x = 1 + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

故选: B.

9. B

【分析】平行移动  $AD_1$  与  $A_1B$  相交构成三角形, 指明  $\angle A_1BC_1$  或其补角就是异面直线  $A_1B$  与  $AD_1$  所成的角, 在三角形中由余弦定理解出即可.

【详解】



如图连接  $BC_1, A_1C_1$ , 因为  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  为正四棱柱,

所以  $AB \parallel C_1D_1$  且  $AB = C_1D_1$ , 所以四边形  $ABC_1D_1$  为平行四边形,

所以  $BC_1 \parallel AD_1$ , 则  $\angle A_1BC_1$  或其补角就是异面直线  $A_1B$  与  $AD_1$  所成的角,

设  $AB = 1$ , 则  $A_1B = \sqrt{10}$ ,  $BC_1 = \sqrt{10}$ ,  $A_1C_1 = \sqrt{2}$ ,

$$\text{由余弦定理得: } |\cos \angle A_1BC_1| = \left| \frac{10 + 10 - 2}{2 \times 10} \right| = \frac{9}{10}.$$

故选: B.

10. C

【分析】由函数的最大值求出  $\omega$  的表达式, 根据图像变换结合对称性求出  $\varphi$  的表达式, 根据  $\varphi$  为正数求出最小值

【详解】依题意， $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增，

$$\therefore \sin\left(\frac{\omega\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\omega\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + 2k_1\pi \Rightarrow \omega = 12k_1 + 2, \quad k_1 \in Z \text{ 时,}$$

把 $f(x)$ 的图象上所有的点向右平移 $\varphi$ 个单位长度，得到函数 $g(x) = \sin(\omega x - 2\varphi)$ ，

又 $g\left(\frac{7}{12}\pi + x\right) = g\left(\frac{7}{12}\pi - x\right)$ ，得 $x = \frac{7\pi}{12}$ 是 $g(x)$ 的一条对称轴，

$$\therefore \omega \times \frac{7\pi}{12} - 2\varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, k_2 \in Z \Rightarrow \varphi = -\frac{k_2\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{24} \omega (k_2 \in Z)$$

即 $\varphi = \frac{\pi}{2}(7k_1 - k_2) + \frac{\pi}{3}(k_2, k_2 \in Z)$ ，当 $k_1 = k_2 = 0$ 时，正数 $\varphi$ 取最小值 $\frac{\pi}{3}$

故选：C.

11. A

【分析】由椭圆的定义可得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，再结合余弦定理可得 $|PF_1||PF_2| = \frac{15}{4}$ ，然后由向量数量积定义得解.

【详解】由椭圆的定义可得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，

在 $\triangle PF_1F_2$ 中，由余弦定理 $|F_1F_2|^2 = |PF_1|^2 + |PF_2|^2 - 2|PF_1||PF_2|\cos\angle F_1PF_2$ ，

又 $|F_1F_2| = 2\sqrt{4-3} = 2$ ， $\cos\angle F_1PF_2 = \frac{3}{5}$ 可得：

$$|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - \frac{6}{5}|PF_1||PF_2| = 4, \quad \text{即} (|PF_1| + |PF_2|)^2 = \frac{16}{5}|PF_1||PF_2| + 4,$$

$$\text{即} \frac{16}{5}|PF_1||PF_2| + 4 = 4^2 = 16, \quad \text{即} |PF_1||PF_2| = \frac{15}{4},$$

$$\text{则} \overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = |\overrightarrow{PF_1}||\overrightarrow{PF_2}|\cos\angle F_1PF_2 = \frac{15}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{4},$$

故选：A.

12. A

【分析】法一：由 $a \ln b = ca$ 得 $c = \ln b$ ，构造函数 $f(x) = \ln x - x (x > 0)$ ，求导利用导数判断

函数的单调性求最值，进而比较 $b$ 、 $c$ ；由 $ca = be^c$ 两边同除以 $bc$ 得 $\frac{a}{b} = \frac{e^c}{c}$ ，构造函数

$g(x) = \frac{e^x}{x} (x > 0)$ ，求导利用导数判断函数的单调性求最值，进而比较 $b$ 、 $a$ ，由此可比较

$a$ 、 $b$ 、 $c$ 的大小. 法二：化 $c = \ln b$ 为 $b = e^c$ ，作差法并构造函数 $h(x) = e^x - x (x > 0)$ ，求导

利用导数求出函数最值，比较 $b$ 、 $c$ 大小，再利用作差法比较 $a$ 、 $b$ 大小，即可比较 $a$ 、 $b$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/828037052136006110>