

中考旋转问题（几何图形旋转）

一、硬币旋转问题

1、两个一元硬币，其中一个不动，另一个绕其做不滑动的滚动一周，问做旋转的硬币自转几周？

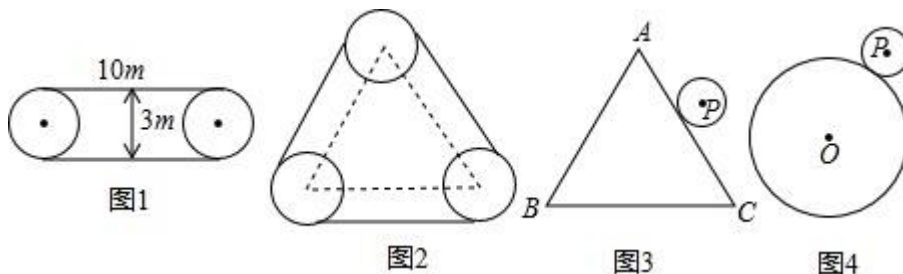
2、某课题小组对课本的习题进行了如下探索，请逐步思考并解答：

（1）如图 1，两个大小一样的传送轮连接着一条传送带，两个传动轮中心的距离是 $10m$ ，求这条传送带的长．

（2）改变图形的数量；如图 2、将传动轮增加到 3 个，每个传动轮的直径是 $3m$ ，每两个传动轮中心的距离是 $10m$ ，求这条传送带的长．

（3）改变动态关系，将静态问题升华为动态问题：如图 3，一个半径为 $1cm$ 的 $\odot P$ 沿边长为 $2\pi cm$ 的等边三角形 $\triangle ABC$ 的外沿作无滑动滚动一周，求圆心 P 经过的路径长？ $\odot P$ 自转了多少周？

（4）拓展与应用如图 4，一个半径为 $1cm$ 的 $\odot P$ 沿半径为 $3cm$ 的 $\odot O$ 外沿作无滑动滚动一周，则



$\odot P$ 自转了多少周？

3、（2009•河北）如图 1 至图 5， $\odot O$ 均作无滑动滚动， $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 、 $\odot O_3$ 、 $\odot O_4$ 均表示 $\odot O$ 与线段 AB 或 BC 相切于端点时刻的位置， $\odot O$ 的周长为 c ．

c．阅读理解：

（1）如图 1， $\odot O$ 从 $\odot O_1$ 的位置出发，沿 AB 滚动到 $\odot O_2$ 的位置，当 $AB=c$ 时， $\odot O$ 恰好自转 1 周；

（2）如图 2， $\angle ABC$ 相邻的补角是 n° ， $\odot O$ 在 $\angle ABC$ 外部沿 $A-B-C$ 滚动，在点 B 处，必须由 $\odot O_1$ 的位置旋转到 $\odot O_2$ 的位置， $\odot O$ 绕点 B 旋转的角 $\angle O_1BO_2=n^\circ$ ， $\odot O$ 在点 B 处自转 $\frac{n}{360}$ 周．

实践应用：

（1）在阅读理解（1）中，若 $AB=2c$ ，则 $\odot O$ 自转 2 周；若 $AB=1$ ，则 $\odot O$ 自转 $\frac{1}{c}$ 周．

（2）中，若 $\angle ABC=120^\circ$ ，则 $\odot O$ 在点 B 处自转 $\frac{1}{3}$ 周；若 $\angle ABC=60^\circ$ ，则 $\odot O$ 在点 B 处自转 $\frac{1}{6}$ 周；

（2）如图 3， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=BC=0.5c$ ． $\odot O$ 从 $\odot O_1$ 的位置出发，在 $\angle ABC$ 外部沿 $A-B-C$ 滚动到 $\odot O_4$ 的位置， $\odot O$ 自转 1.5 周．

拓展联想：

（1）如图 4， $\triangle ABC$ 的周长为 1， $\odot O$ 从与 AB 相切于点 D 的位置出发，在 $\triangle ABC$ 外部，按顺时针方向沿三角形滚动，又回到与 AB 相切于点 D 的位置， $\odot O$ 自转了多少周？请说明理由；

（2）如图 5，多边形的周长为 1， $\odot O$ 从与某边相切于点 D 的位置出发，在多边形外部，按顺时

针方向沿多边形滚动，又回到与该边相切于点 D 的位置，直接写出⊙O 自转的周

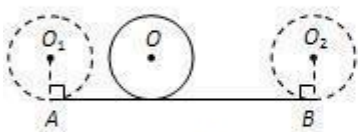


图 1

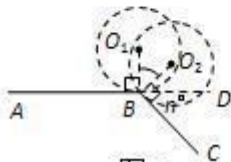


图 2

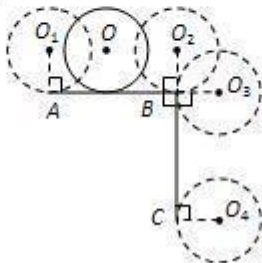


图 3

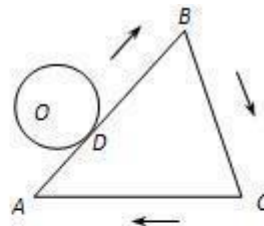


图 4

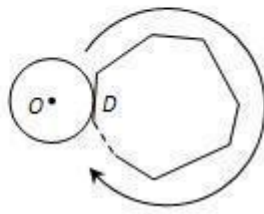


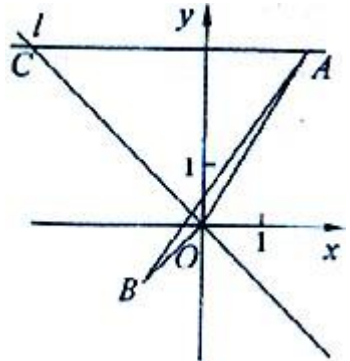
图 5

数.

二、三角形中的旋转问题

1、(2011 常州镇江, 25) 如图，在△ABO 中，已知点 A ($3\sqrt{3}$)、B (-1, -1)、C (0, 0)，正比例函数 $y = -x$ 图像是直线 l ，直线 AC // x 轴交直线 l 与点 C。

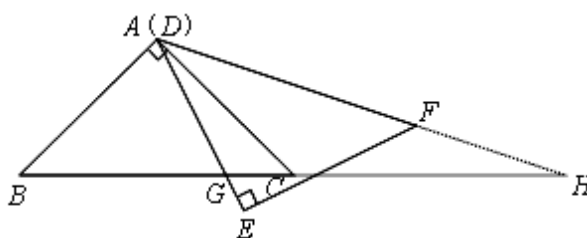
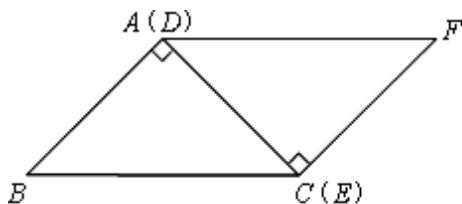
- (1) C 点的坐标为_____；
- (2) 以点 O 为旋转中心，将△ABO 顺时针旋转角 α ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$)，使得点 B 落在直线 l 上的对应点为 B'，点 A 的对应点为 A'，得到△A' OB'。
- ① $\angle \alpha =$ _____；
- ② 画出△A' OB'；
- (3) 写出所有满足△DOC ∽ △AOB 的点 D 的坐标。



2、(2011 广东, 21) 如图 1，△ABC 与△EFD 为等腰直角三角形，AC 与 DE 重合，AB=AC=EF=9，∠BAC=∠DEF=90°，固定△ABC，将△DEF 绕点 A 顺时针旋转，当 DF 边与 AB 边重合时，旋转

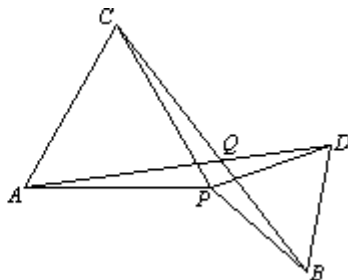
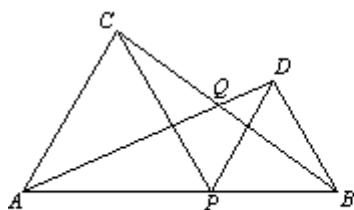
中止．现不考虑旋转开始和结束时重合的情况，设 DE、DF（或它们的延长线）分别交 BC（或它的延长线）于 G，H 点，如图 2。

- (1) 问：始终与 $\triangle AGC$ 相似的三角形有_____及_____；
- (2) 设 $CG=x$ ， $BH=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式（只要求根据图 2 的情形说明理由）；
- (3) 问：当 x 为何值时， $\triangle AGH$ 是等腰三角形。



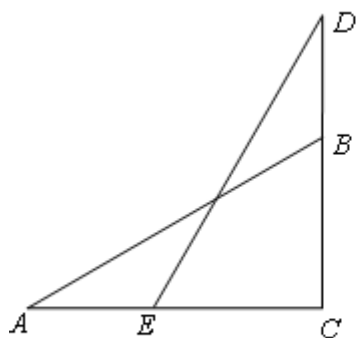
3、(2011 河源，21) 如图 1，已知线段 AB 的长为 $2a$ ，点 P 是 AB 上的动点（P 不与 A、B 重合），分别以 AP、PB 为边向线段 AB 的同一侧作正 $\triangle APC$ 和正 $\triangle PBD$ 。

- (1) 当 $\triangle APC$ 与 $\triangle PBD$ 的面积之和取最小值时， $AP=_____$ ；（直接写结果）
- (2) 连结 AD、BC，相交于点 Q，设 $\angle AQC=\alpha$ ，那么 α 的大小是否会随点 P 的移动而变化？请说明理由；
- (3) 如图 2，若点 P 固定，将 $\triangle PBD$ 绕点 P 按顺时针方向旋转（旋转角小于 180° ），此时 α 的大小是否发生变化？（只需直接写出你的猜想，不必证明）

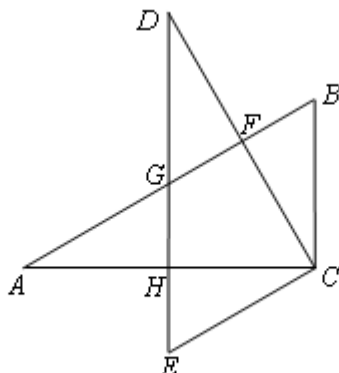


4、(2011 天门等，23) 两个大小相同且含 30° 角的三角板 ABC 和 DEC 如图①摆放，使直角顶点重合。将图①中 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转 30° 得到图②，点 F、G 分别是 CD、DE 与 AB 的交点，点 H 是 DE 与 AC 的交点。

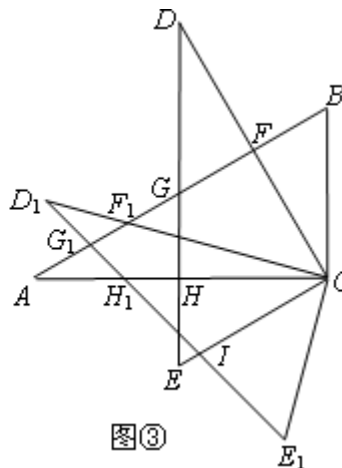
- (1) 不添加辅助线，写出图②中所有与 $\triangle BCF$ 全等的三角形；
- (2) 将图②中的 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转 45° 得 $\triangle D_1E_1C$ ，点 F、G、H 的对应点分别为 F_1 、 G_1 、 H_1 ，如图③。探究线段 D_1F_1 与 AH_1 之间的数量关系，并写出推理过程；
- (3) 在 (2) 的条件下，若 D_1E_1 与 CE 交于点 I，求证： $G_1I = CI$ 。



图①



图②



图③

5、(2011 扬州, 28) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB<AC$, M 是 BC 边的中点, $MN\perp BC$ 交 AC 于点 N . 动点 P 从点 B 出发沿射线 BA 以每秒 $\sqrt{3}$ 厘米的速度运动. 同时, 动点 Q 从点 N 出发沿射线 NC 运动, 且始终保持 $MQ\perp MP$. 设运动时间为 t 秒 ($t>0$).

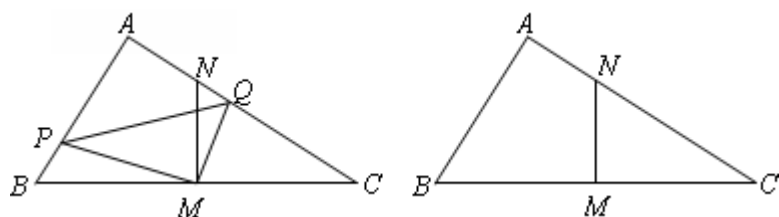
(1) $\triangle PBM$ 与 $\triangle QNM$ 相似吗? 以图 1 为例说明理由;

(2) 若 $\angle ABC=60^\circ$, $AB=4\sqrt{3}$ 厘米.

①求动点 Q 的运动速度;

②设 $\triangle APQ$ 的面积为 S (平方厘米), 求 S 与 t 的函数关系式;

(3) 探求 BP^2 、 PQ^2 、 CQ^2 三者之间的数量关系, 以图 1 为例说明理由.

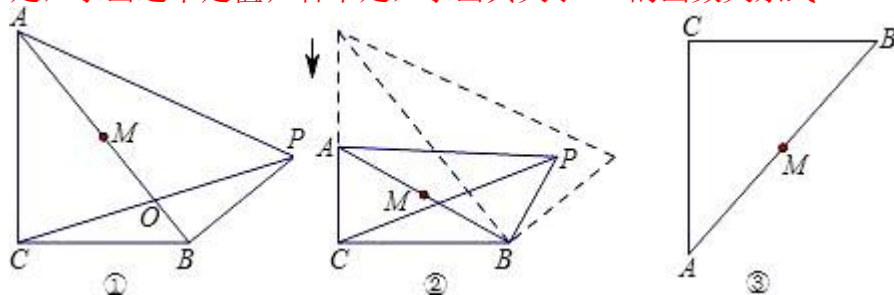


6、 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, M 为 AB 中点, 将线段 BM 绕点 B 顺时针旋转 90° , 得到线段 BP , 连 CP 、 AP , CP 交 AB 于点 O (如图①).

(1) 当 $AC=BC$ 时, 求证: $\triangle OPB\sim\triangle PAB$;

(2) 若 $BC=2$, $AC=b$, 当 b 为多长时, $\triangle ACB$ 与 $\triangle ABP$ 相似?

(3) 图①中, 将点 A 沿直线 AC 向下运动 (其余条件不变), 则 $Rt\triangle ABC$ 、 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 都会变化, 如图②所示, 如果点 A 一直运动到 BC 下方, 如图③所示, 请在图 (3) 中按题意把图画完整, 若 $BC=2$, 设 $AC=x$, $\triangle BCP$ 的面积为 y_1 , $\triangle PAB$ 的面积为 y_2 , 试问 y_1 、 y_2 是否都为定值? 若是, 求出这个定值; 若不是, 求出其关于 x 的函数关系式.



7、(2011 天津, 25) 在平面直角坐标系中, 已知 O 为坐标原点, 点 $A(3, 0)$, $B(0, 4)$ 。以点 A 为旋转中心, 把 $\triangle ABO$ 顺时针旋转, 得 $\triangle ACD$. 记旋转角为 α , $\angle ABO$ 为 β 。

(1) 如图 1, 当旋转后点 D 恰好落在 AB 边上时, 求点 D 的坐标;

(2) 如图 2, 当旋转后满足 $BC\parallel x$ 轴时, 求 α 与 β 之间的数量关系;

(3) 当旋转后满足 $\angle AOD=\beta$ 时, 求直线 CD 的解析式 (直接写出结果即可)



8、(2011 义乌, 23) 如图 1, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 的中点, 点 P 是线段 DC 上的动点

(点 P 与点 C 不重合), 连结 BP . 将 $\triangle ABP$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 得到 $\triangle A_1B_1P$, 连结 AA_1 , 射线 AA_1 分别交射线 PB 、射线 B_1B 于点 E 、 F 。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/828055124130006032>