

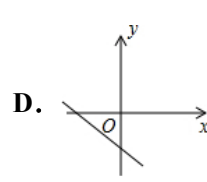
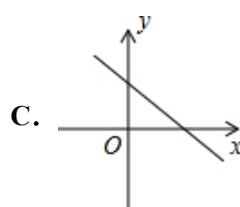
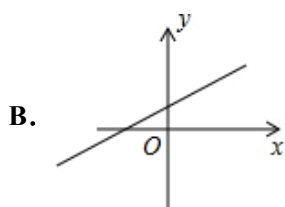
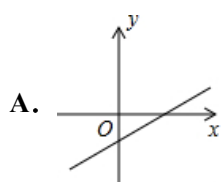
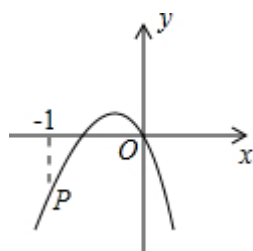
浙江省杭州余杭区六校联考 2024 年中考考前最后一卷数学试卷

请考生注意：

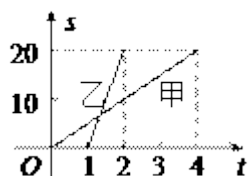
1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象开口向下，且经过第三象限的点 P. 若点 P 的横坐标为 -1，则一次函数 $y = (a - b)x + b$ 的图象大致是（ ）

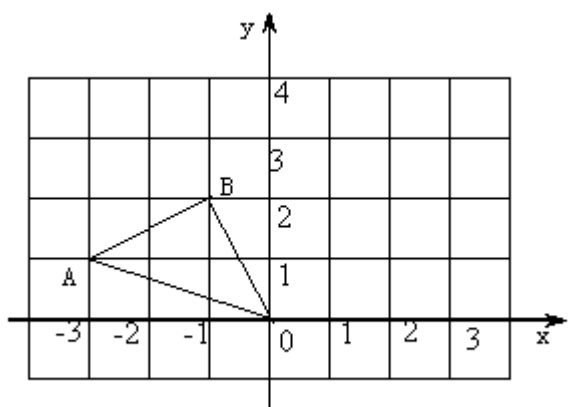


2. 甲、乙两人沿相同的路线由 A 地到 B 地匀速前进，A、B 两地间的路程为 20km. 他们前进的路程为 $s(\text{km})$ ，甲出发后的时间为 $t(\text{h})$ ，甲、乙前进的路程与时间的函数图象如图所示. 根据图象信息，下列说法正确的是（ ）



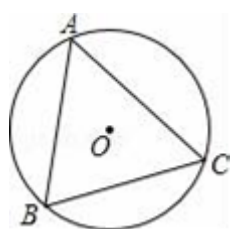
- | | |
|----------------|-----------------|
| A. 甲的速度是 4km/h | B. 乙的速度是 10km/h |
| C. 乙比甲晚出发 1h | D. 甲比乙晚到 B 地 3h |

3. 如图所示，在方格纸上建立的平面直角坐标系中，将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° ，得到 $\triangle A'B'O$ ，则点 A' 的坐标为（ ）



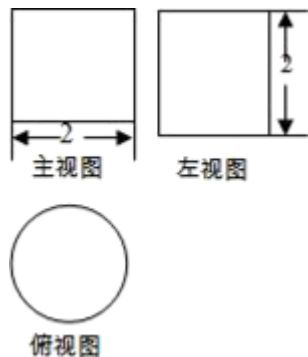
- A. (3, 1) B. (3, 2) C. (2, 3) D. (1, 3)

4. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle B = 60^\circ$, $\odot O$ 的半径为 4, 则 AC 的长等于 ()



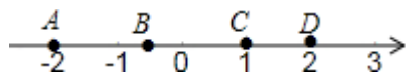
- A. $4\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 8

5. 如图是某几何体的三视图, 下列判断正确的是 ()



- A. 几何体是圆柱体, 高为 2 B. 几何体是圆锥体, 高为 2
C. 几何体是圆柱体, 半径为 2 D. 几何体是圆锥体, 直径为 2

6. 如图, 数轴上有 A, B, C, D 四个点, 其中表示互为倒数的点是 ()



- A. 点 A 与点 B B. 点 A 与点 D C. 点 B 与点 D D. 点 B 与点 C

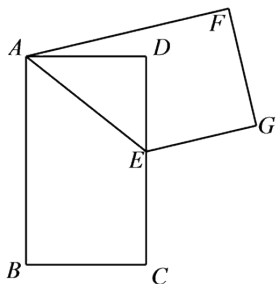
7. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{9a}$ B. $\sqrt{5a^3}$ C. $\sqrt{a^2 + b^2}$ D. $\sqrt{\frac{a+1}{2}}$

8. 已知一个等腰三角形的两边长分别是 2 和 4, 则该等腰三角形的周长为 ()

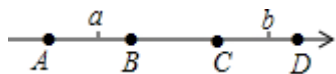
- A. 8 或 10 B. 8 C. 10 D. 6 或 12

9. 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中，已知 $AB=\sqrt{3}$ ， $BC=1$ ，点 E 在边 CD 上移动，连接 AE ，将多边形 $ABCE$ 沿直线 AE 折叠，得到多边形 $AFGE$ ，点 B 、 C 的对应点分别为点 F 、 G 。在点 E 从点 C 移动到点 D 的过程中，则点 F 运动的路径长为（ ）



- A. π B. $\sqrt{3}\pi$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

10. 如图，数轴上的四个点 A ， B ， C ， D 对应的数为整数，且 $AB=BC=CD=1$ ，若 $|a|+|b|=2$ ，则原点的位置可能是（ ）



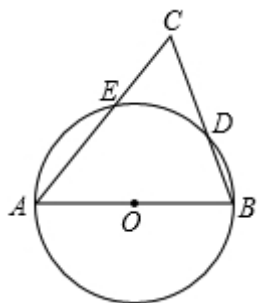
- A. A 或 B B. B 或 C C. C 或 D D. D 或 A

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

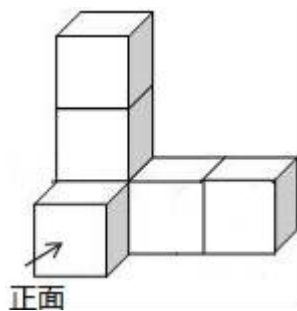
11. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-3, 2)$ ，则 k 的值是_____. 当 x 大于 0 时， y 随 x 的增大而_____.（填增大或减小）

12. 据国家旅游局数据中心综合测算，2018 年春节全国共接待游客 3.86 亿人次，将“3.86 亿”用科学计数法表示，可记为_____.

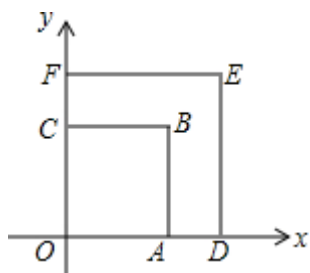
13. 如图，以锐角 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$ ，分别交 AC ， BC 于 E 、 D 两点，若 $AC=14$ ， $CD=4$ ， $7\sin C=3\tan B$ ，则 $BD=$ _____.



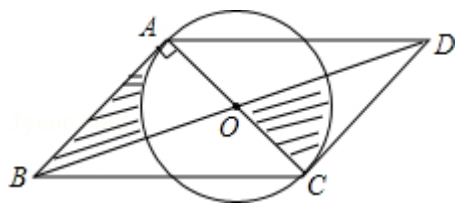
14. 如图是由 6 个棱长均为 1 的正方体组成的几何体，它的主视图的面积为_____.



15. 如图，正方形 $OABC$ 与正方形 $ODEF$ 是位似图形，点 O 为位似中心，位似比为 $2:3$ ，点 B 、 E 在第一象限，若点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ，则点 E 的坐标是_____.



16. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=AC=4$ ， $AB \perp AC$ ， O 是对角线的交点，若 $\odot O$ 过 A 、 C 两点，则图中阴影部分的面积之和为_____.



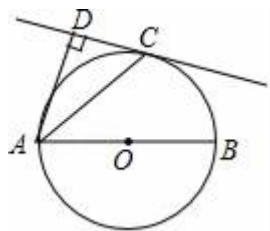
17. 计算： $(-2a^3)^2 =$ _____.

三、解答题（共 7 小题，满分 69 分）

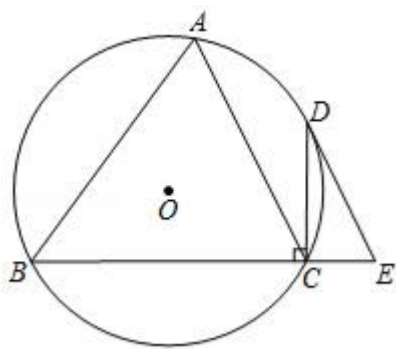
18. (10 分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上， $AD \perp CD$ 于点 D ，且 AC 平分 $\angle DAB$ ，求证：

(1) 直线 DC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $AC^2 = 2AD \cdot AO$.



19. (5 分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，过点 C 作 BC 的垂线交 $\odot O$ 于 D ，点 E 在 BC 的延长线上，且 $\angle DEC = \angle BAC$ 。求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；若 $AC \parallel DE$ ，当 $AB=8$ ， $CE=2$ 时，求 $\odot O$ 直径的长。



20. (8分) 新春佳节, 电子鞭炮因其安全、无污染开始走俏. 某商店经销一种电子鞭炮, 已知这种电子鞭炮的成本价为每盒 80 元, 市场调查发现, 该种电子鞭炮每天的销售量 y (盒) 与销售单价 x (元) 有如下关系: $y = -2x + 320$ ($80 \leq x \leq 160$). 设这种电子鞭炮每天的销售利润为 w 元.

- (1) 求 w 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 该种电子鞭炮销售单价定为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?
- (3) 该商店销售这种电子鞭炮要想每天获得 2400 元的销售利润, 又想卖得快. 那么销售单价应定为多少元?

21. (10分) 如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 2$, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上, $AD = DE = \frac{1}{2} AB$, 连接 DE . 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针方向旋转, 记旋转角为 θ .

(1) 问题发现

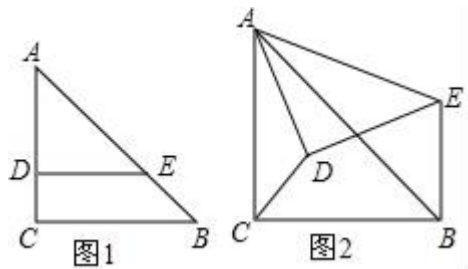
- ①当 $\theta = 0^\circ$ 时, $\frac{BE}{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- ②当 $\theta = 180^\circ$ 时, $\frac{BE}{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 拓展探究

试判断: 当 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 时, $\frac{BE}{CD}$ 的大小有无变化? 请仅就图 2 的情形给出证明;

(3) 问题解决

- ①在旋转过程中, BE 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- ②当 $\triangle ADE$ 旋转至 B 、 D 、 E 三点共线时, 线段 CD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



22. (10分) 某学校 2017 年在某商场购买甲、乙两种不同足球, 购买甲种足球共花费 2000 元, 购买乙种足球共花费 1400 元, 购买甲种足球数量是购买乙种足球数量的 2 倍. 且购买一个乙种足球比购买一个甲种足球多花 20 元;

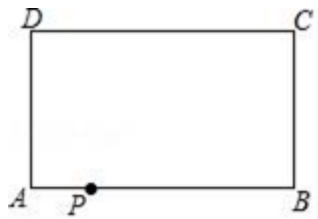
- (1) 求购买一个甲种足球、一个乙种足球各需多少元;

(2) 2018 年这所学校决定再次购买甲、乙两种足球共 50 个。恰逢该商场对两种足球的售价进行调整，甲种足球售价比第一次购买时提高了 10%，乙种足球售价比第一次购买时降低了 10%。如果此次购买甲、乙两种足球的总费用不超过 2910 元，那么这所学校最多可购买多少个乙种足球？

23. (12 分) 如图矩形 ABCD 中 AB=6, AD=4, 点 P 为 AB 上一点, 把矩形 ABCD 沿过 P 点的直线 l 折叠, 使 D 点落在 BC 边上的 D' 处, 直线 l 与 CD 边交于 Q 点.

(1) 在图 (1) 中利用无刻度的直尺和圆规作出直线 l. (保留作图痕迹, 不写作法和理由)

(2) 若 $PD' \perp PD$, ①求线段 AP 的长度; ②求 $\sin \angle QD'D$.

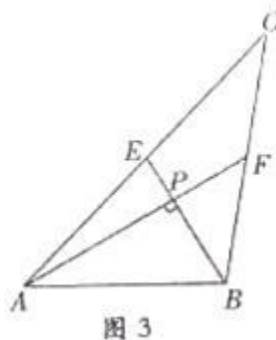
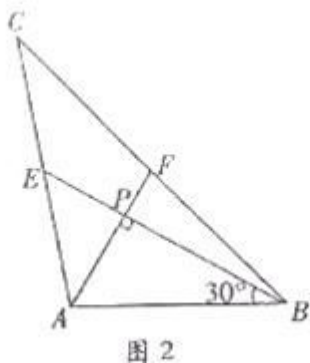
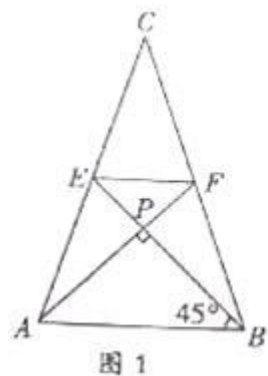


24. (14 分) 我们把两条中线互相垂直的三角形称为“中垂三角形”. 例如图 1, 图 2, 图 1 中, AF, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AF \perp BE$, 垂足为 P, 像 $\triangle ABC$ 这样的三角形均为“中垂三角形”. 设 $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$.

特例探索

(1) 如图 1, 当 $\angle ABE=45^\circ$, $c=2\sqrt{2}$ 时, $a=$ _____, $b=$ _____;

如图 2, 当 $\angle ABE=10^\circ$, $c=4$ 时, $a=$ _____, $b=$ _____;



归纳证明

(2) 请你观察 (1) 中的计算结果, 猜想 a^2 , b^2 , c^2 三者之间的关系, 用等式表示出来, 请利用图 1 证明你发现的关系式;

拓展应用

(1) 如图 4, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F, G 分别是 AD, BC, CD 的中点, $BE \perp EG$, $AD=2\sqrt{5}$, $AB=1$. 求 AF 的长.

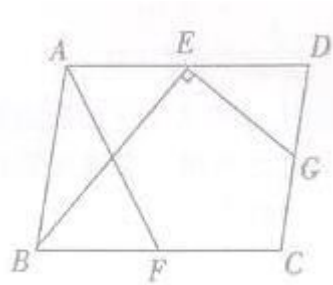


图 4

参考答案

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1、D

【解析】

【分析】根据二次函数的图象可以判断 a 、 b 、 $a-b$ 的正负情况，从而可以得到一次函数经过哪几个象限，观察各选项即可得答案.

【详解】由二次函数的图象可知，

$$a < 0, \quad b < 0,$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = a - b < 0,$$

$$\therefore y = (a - b)x + b \text{ 的图象经过二、三、四象限,}$$

观察可得 D 选项的图象符合，

故选 D.

【点睛】本题考查二次函数的图象与性质、一次函数的图象与性质，认真识图，会用函数的思想、数形结合思想解答问题是关键.

2、C

【解析】

甲的速度是： $20 \div 4 = 5 \text{ km/h}$ ；

乙的速度是： $20 \div 1 = 20 \text{ km/h}$ ；

由图象知，甲出发 1 小时后乙才出发，乙到 2 小时后甲才到，

故选 C.

3、D

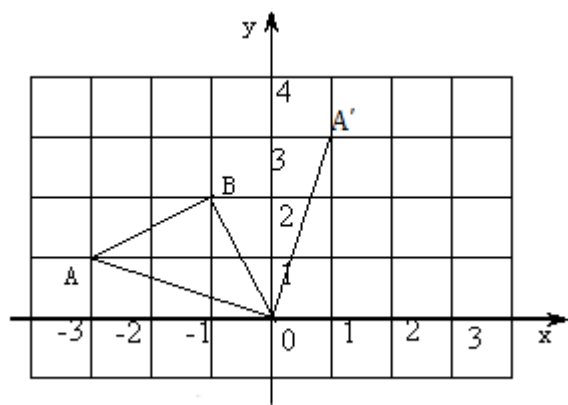
【解析】

解决本题抓住旋转的三要素：旋转中心 O，旋转方向顺时针，旋转角度 90° ，通过画图得 A'.

【详解】

由图知 A 点的坐标为 $(-3, 1)$ ，根据旋转中心 O，旋转方向顺时针，旋转角度 90° ，画图，从而得 A' 点坐标为 $(1, 3)$ 。

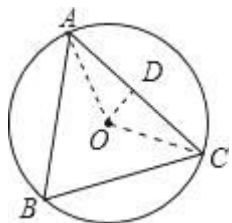
故选 D.



4、A

【解析】

解：连接 OA，OC，过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D，



$$\because \angle AOC = 2\angle B, \text{ 且 } \angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle COD = \angle B = 60^\circ;$$

在 $\text{Rt}\triangle COD$ 中， $OC=4$ ， $\angle COD=60^\circ$ ，

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{2} OC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2CD = 4\sqrt{3}.$$

故选 A.

【点睛】

本题考查三角形的外接圆；勾股定理；圆周角定理；垂径定理.

5、A

【解析】

试题解析：根据主视图和左视图为矩形是柱体，根据俯视图是圆可判断出这个几何体应该是圆柱，再根据左视图的高度得出圆柱体的高为2；

故选 A.

考点：由三视图判断几何体.

6、A

【解析】

试题分析：主要考查倒数的定义和数轴，要求熟练掌握. 需要注意的是：

倒数的性质：负数的倒数还是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数.

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

根据倒数定义可知，-2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ ，有数轴可知 A 对应的数为-2，B 对应的数为 $-\frac{1}{2}$ ，所以 A 与 B 是互为倒数.

故选 A.

考点：1. 倒数的定义；2. 数轴.

7、C

【解析】

检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【详解】

A.被开方数含能开得尽方的因数或因式，故 A 不符合题意，

B.被开方数含能开得尽方的因数或因式，故 B 不符合题意，

C.被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式，故 C 符合题意，

D.被开方数含分母，故 D 不符合题意.

故选 C.

【点睛】

本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

8、C

【解析】

试题分析：①4 是腰长时，三角形的三边分别为 4、4、4， $\because 4+4=4$ ， $\therefore$ 不能组成三角形，

②4 是底边时，三角形的三边分别为 4、4、4，能组成三角形，周长 $=4+4+4=4$ ，

综上所述，它的周长是 4. 故选 C.

考点：4. 等腰三角形的性质；4. 三角形三边关系；4. 分类讨论.

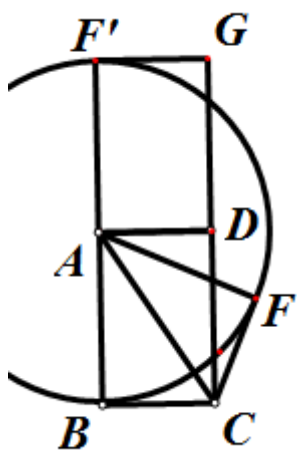
9、D

【解析】

点 F 的运动路径的长为弧 FF' 的长，求出圆心角、半径即可解决问题.

【详解】

如图，点 F 的运动路径的长为弧 FF' 的长，



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \tan \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$,

$\because \angle CAF = \angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle FAF' = 120^\circ$,

$\therefore$ 弧 FF' 的长 $= \frac{120\pi \times \sqrt{3}}{180} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$.

故选 D.

【点睛】

本题考查了矩形的性质、特殊角的三角函数值、含 30° 角的直角三角形的性质、弧长公式等知识，解题的关键是判断出点 F 运动的路径.

10、B

【解析】

根据 $AB=BC=CD=1$ ， $|a|+|b|=2$ ，分四种情况进行讨论判断即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/836120040103010231>