

2025 届江苏扬州中学高三二诊模拟考试数学试卷

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若将函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ 的图象上各点横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变) 得到函数 $g(x)$ 的图象，则下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增 B. 函数 $g(x)$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$
C. 函数 $g(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称 D. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上最大值是 1

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1, a_2 = 2$ ，且当 n 为奇数时， $a_{n+2} - a_n = 2$ ；当 n 为偶数时， $a_{n+2} + 1 = 3(a_n + 1)$ 。则此数列的前 20 项的和为 ()

- A. $\frac{3^{11} - 3}{2} + 90$ B. $\frac{3^{11} - 3}{2} + 100$ C. $\frac{3^{12} - 3}{2} + 90$ D. $\frac{3^{12} - 3}{2} + 100$

3. 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，则下列结论错误的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π
B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称
C. 函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增
D. 函数 $f(x)$ 的图象可由 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

$$x - y + 1 \geq 0$$

4. 如果实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} y + 1 \geq 0 \\ x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$ ，那么 $2x - y$ 的最大值为 ()

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -3

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n-1} = n (n \geq 2)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ ()

- A. $\frac{1}{2}n(n+1)$ B. $\frac{1}{2}n(3n-1)$ C. $n^2 - n + 1$ D. $n^2 - 2n + 2$

6. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为

- A. $y = \pm \sqrt{2}x$ B. $y = \pm \sqrt{3}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

7. 已知 $f(x) = \begin{cases} |\log_3(x+1)|, & x \in (-1, 8) \\ \frac{4}{x-6}, & x \in [8, +\infty) \end{cases}$ 若 $f[(m-1)f(x)] - 2 \leq 0$ 在定义域上恒成立, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $[1, 2)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点与圆 $M: (x-2)^2 + y^2 = 5$ 的圆心重合, 且圆 M 被双曲线的一条渐近线截得的弦长为 $2\sqrt{2}$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 3

9. 设复数 $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i$, 则 $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} =$ ()

- A. 1 B. -1 C. i D. -i

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 - 2x, & x < 0 \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $[f(x)]^2 + af(x) < 0$ 恰有 1 个整数解, 则实数 a 的最大值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 8

11. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x | \log_2 x \leq 2\}$, 则集合 $(C_R A) \cap B =$

- A. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ C. $\{x | 0 < x \leq 4\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$

12. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} | (x+1)(x-3) \leq 0\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 则 $C_U A =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{-1, 0, 3\}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. A, B, C 三所学校举行高三联考, 三所学校参加联考的人数分别为 160, 240, 400, 为调查联考数学学科的成绩, 现采用分层抽样的方法在这三所学校中抽取样本, 若在 B 学校抽取的数学成绩的份数为 30, 则抽取的样本容量为 _____.

14. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{a-5, 7\}$. 若 $A \cap B = \{4\}$, 则实数 a 的值是 _____.

15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 与抛物线 $y^2 = 8x$ 有一个共同的焦点 F , 两曲线的一个交点为 P , 若 $|FP| = 5$, 则点 F

到双曲线的渐近线的距离为_____.

16. 若函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图像与直线 $y = m$ 的三个相邻交点的横坐标分别是 $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$, 则实数 ω 的值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$.

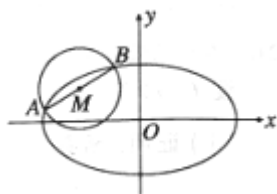
(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $x > 0$, 证明 $\frac{\ln(x+1)}{x} > f(x)$.

18. (12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的半焦距为 c , 原点 O 到经过两点 $(c, 0)$, $(0, b)$ 的直线的距离为 $\frac{1}{2}c$.

(I) 求椭圆 E 的离心率;

(II) 如图, AB 是圆 $M: (x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ 的一条直径, 若椭圆 E 经过 A, B 两点, 求椭圆 E 的方程.



19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $2S_n + a_n = 1$ ($n \in N^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = \frac{1}{1+a_n} + \frac{1}{1-a_{n+1}}$, T_n 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和. 求证: $T_n > 2n - \frac{1}{3}$.

20. (12 分) 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列, a_2, a_4 是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = xe^x - a\left(\frac{1}{2}x^2 + x\right)$ $x \in (0, +\infty)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 曲线 $f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 $3(e^2 - 1)$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/837063065045010052>