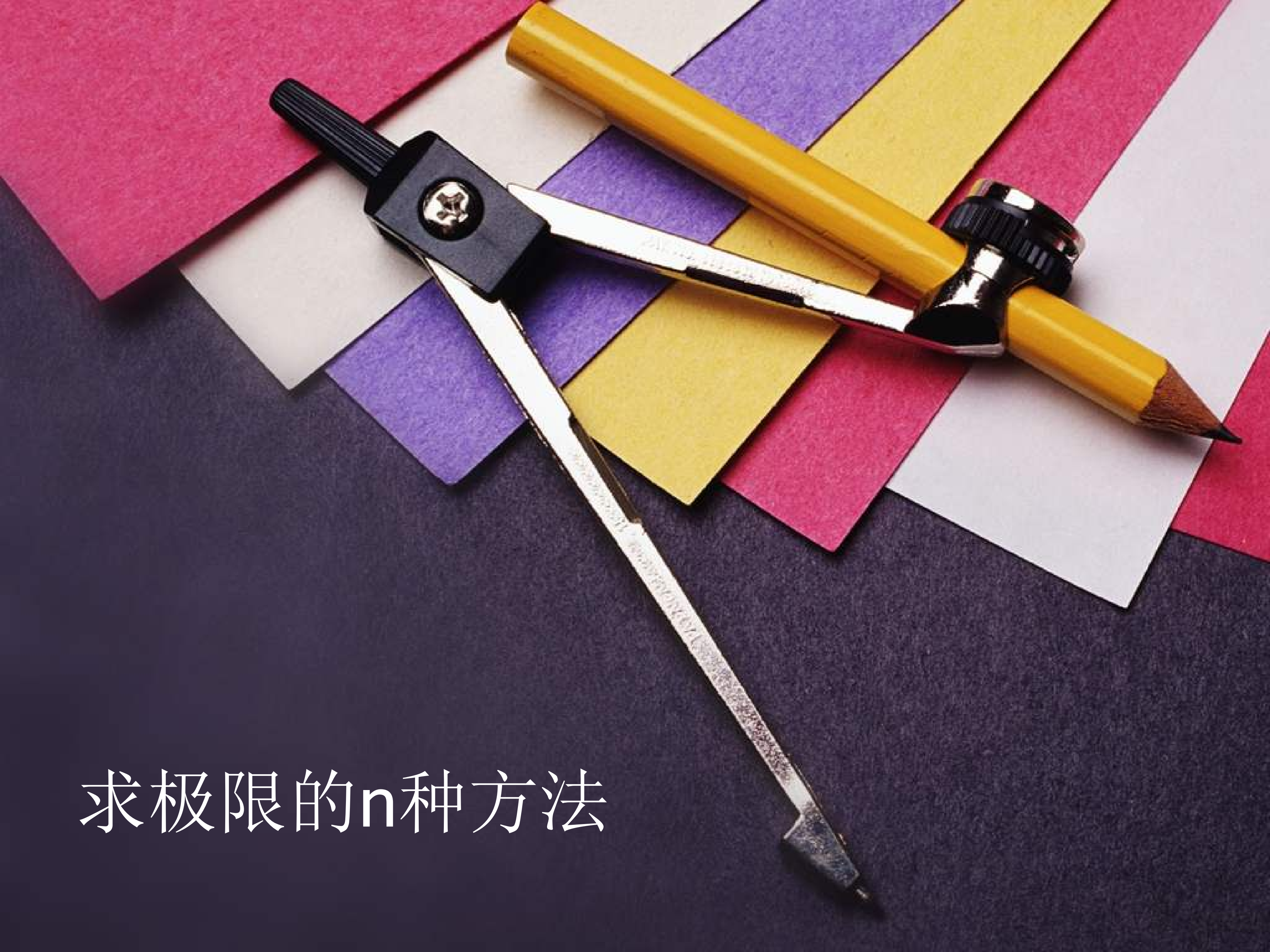

求极限的n种方法

目录

1. 利用极限的四那么运算及复合运算法那么

2.级数比较法3，换元法

4面对无穷大比上无穷大形式的解决方法

5无穷小于有界函数的处理方法

6夹逼定理〔主要对付的是数列极限！〕

7，求左右求极限的方式

8，杀手锏：洛必达9. 泰勒展开法

10. 利用复合函数求极限

11，利用两个重要极限法

12.定义法

13.利用函数的连续性求极限

14.约分法15.通分法

16. 取倒数的方法17.分子/分母有理化方法

1. 利用极限的四那么运算及复合运算法那么

$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^4 - 5x}{1 - 3x - x^4}$$

2.级数比较法

当自变量趋于某个常数或∞时,不同函数趋近于定值或∞的速度是不一样的。

例如:当x → ∞时，增长速率X^X>X!>指数函数>幂函数>对数函数。从而容易得出它们比值的极限。

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^n+x^{n-1}+\ldots\ldots+x+1}{x^m+x^{m-1}+\ldots\ldots+x+1}=\begin{cases}\infty & n>m\\ 1 & n=m\\ 0 & n<m\end{cases}$$

3，换元法

换元法：当遇到x→a（a不是o或∞ ）时，可以考虑设新的变量t使x →a时，t →0或∞。

如下例：求 $\lim_{x\to a}\frac{2^x-2^a}{x-a}$

解：直接求极限不好求，先化简：$\lim_{x\to a}\frac{2^x-2^a}{x-a} = 2^a\lim_{x\to a}\left(\frac{2^{x-a}-1}{x-a}\right)$

再设t= 2^{x-a} -1，得到原式= $2^a\lim_{t\to a}\frac{1}{\log_2(t+1)^{\frac{1}{t}}} = 2^a\frac{1}{\log_2 e} = 2^a\frac{1}{\log_2 e} = 2^a$ ln2

4面对无穷大比上无穷大形式的解决方法

取大头原那么　最大项除分子分母！！！！！！！！！！！

看上去复杂处理很简单！！！！！！！！！

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}{\ln x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}}{\dfrac{1}{x}}=1$$

于是有 $$\lim_{x\to+\infty}(x+\sqrt{1+x^2})^{\frac{1}{\ln x}}=e$$

5无穷小于有界函数的处理方法
面对复杂函数时候， 尤其是正余旋的复杂函数与其他函数相乘的时候，一定要注意这个方法。
面对非常复杂的函数 可能只需要知道它的范围结果就出来了！！！

例如： lim(x->0) x sin(1/x) = 0

当x->0时, x 无穷小, 而 sin(1/x) 是有界函数，二者的乘积是无穷小

方法一

- 等价无穷小的转化

这些要牢记

$x \sim \sin x \sim \tan x \sim \arcsin x \sim \arctan x$

$x \sim e^{x}-1$　　　$x \sim \ln(1+x)$

$\sqrt[n]{1+x}-1 \sim \frac{1}{n}x$　　$(1+x)^{a}-1 \sim ax$　$a^{x}-1 \sim x\ln a$

注意！

- 在乘除运算中使用
- 在和差运算中使用的前提是拆分后两个极限依然存在

例：$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2}{x^2}$

$$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{(1+x)^{1/2}-1+(1-x)^{1/2}-1}{x^2}$$

$$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{2}x+\left(-\frac{1}{2}x\right)}{x^2} = 0$$

X

6夹逼定理（主要对付的是数列极限！）

这个主要是看见极限中的函数是方程相除的形式 ，放缩和扩大。

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+2)^2}+\frac{1}{(n+3)^2}+\cdots+\frac{1}{(2n)^2}\right]$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{n^n}$$

7，求左右求极限的方式

例如知道Xn与Xn+1的关系， Xn的极限存在的情况下， xn的极限与xn+1的极限时一样的 ，应为极限去掉有限工程极限值不变化

通过 2 个重要极限的求极限。 这两个很重要 。对第一个而言是X趋近0时候的sinx与x比值 。 第2个就是如果x趋近无穷大 无穷小都有对有对应的形式〔第2个实际上是 用于 函数是1的无穷的形式 〕〔当底数是1 的时候要特别注意可能是用第2 个重要极限〕

例题精讲

- 例1：lim(x->0)[(1-2x)^(1/x)]
- =lim(x->0)[(1+(-2x))^((1/(-2x))(-2))]
- =lim(x->0)[((1+(-2x))^((1/(-2x)))^(-2)]
- =[lim(x->0)((1+(-2x))^(1/(-2x)))]^(-2) =e^(-2)
- (应用重要极限lim(z->0)[(1+z)^(1/z)]=e)
- 原式=$1/e^2$；

$$3、\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{1}{2}x}{x}$$

$$3.\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{1}{2}x}{x}=\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$$

$$4、\lim_{x\to0}\frac{\tan 2x}{x}$$

$$4.\lim_{x\to0}\frac{\tan 2x}{x}=\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)\left(\frac{2}{\cos 2x}\right)=2$$