知识点9 函数的概念（P3-16）

知识点10 函数的表示法（P17-28）

知识点11 分段函数（P29-40）

01

知识点9 函数的概念

教材萃取

函数的定义	非空的实数集 任意 唯一确定
三要素	④__定义域__，⑤__对应关系，⑥__值域__
定义域	自变量
值域	函数值的集合 子集
相等函数	⑧__定义域相同，⑨__对应关系完全一致.

教材知识萃取

续表

函数的表示法	⑩<u>解析法</u>，⑪<u>列表法</u>，⑫<u>图象法</u>.
两个函数是同一个函数的概念	若两个函数的定义域相同,并且对应关系完全一致,则这两个函数是同一个函数.

注意 与x轴垂直的直线和函数图象最多有一个交点.

教材知识萃取

常用结论

求函数的定义域时常用的结论

（1）分式型$\frac{1}{f(x)}$要满足$f(x) \neq 0$;

（2）根式型$\sqrt[2n]{f(x)}(n \in \mathbf{N}^*)$要满足$f(x) \geq 0$;

（3）$[f(x)]^0$要满足$f(x) \neq 0$;

（4）对数型$\log_a f(x)$（$a > 0$，且$a \neq 1$）要满足$f(x) > 0$；

（5）正切型$\tan f(x)$要满足$f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$，$k \in \mathbf{Z}$.

教材知识萃取

方法技巧

1.求具体函数的定义域的策略

根据函数解析式，构造使解析式有意义的不等式（组），求解不等式（组）即可；对实际问题，既要使函数解析式有意义，又要使实际问题有意义.

2.求抽象函数的定义域的策略

（1）若已知函数$f(x)$的定义域为$[a, b]$，则复合函数$f(g(x))$的定义域由不等式$a \leq g(x) \leq b$求出；

（2）若已知函数$f(g(x))$的定义域为$[a, b]$,则$f(x)$的定义域为$g(x)$在$[a, b]$上的值域.

教材素材变式

1. [人A必修一P65例2变式] 函数$f(x)=\frac{1}{\ln(2-x)}+\sqrt{-x^2+2x+3}$的定义域为(C)

A.$(-\infty,-1]\cup(1,3]$　B.$(1,3]$　C.$[-1,1)\cup(1,2)$　D.$[-1,1)\cup(1,3]$

【解析】要使函数解析式有意义，需满足$\begin{cases}2-x>0,\\ \ln(2-x)\neq 0,\\ -x^2+2x+3\geq 0,\end{cases}$即$\begin{cases}x<2,\\ x\neq 1,\\ -1\leq x\leq 3,\end{cases}$得$-1\leq x<1$或$1<x<2$.所以函数$f(x)$的定义域为$[-1,1)\cup(1,2)$.故选C.

必背结论

求函数的定义域时常用的结论

（1）分式型$\frac{1}{f(x)}$要满足$f(x)\neq 0$;

（2）偶次根式型$\sqrt[2n]{f(x)}(n\in \mathbf{N}^*)$要满足$f(x)\geq 0$;

（3）$[f(x)]^0$要满足$f(x)\neq 0$;

（4）对数型$\log_a f(x)(a>0$，且$a\neq 1)$要满足$f(x)>0$；

（5）正切型$\tan f(x)$要满足$f(x)\neq \frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in \mathbf{Z}$.

2. [人A必修一P66例3变式] 下列各组函数中，表示同一个函数的一组是(**D**)

A.$f(x)=1$，$g(x)=x^0$

B.$f(x)=\sqrt{x}, g(x)=x\sqrt{x}$

C.$f(x)=\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+1}$，$g(x)=\sqrt{x^2-1}$

D.$f(x)=\begin{cases} x, x\geq 0, \\ -x, x<0 \end{cases}$与$g(x)=\sqrt{x^2}$

【解析】对于A，$f(x)$的定义域是$\mathbf{R}$，$g(x)$的定义域是$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，两个函数的定义域不同，故二者不是同一个函数；对于B，$f(x)=\sqrt{x}$与$g(x)=x\sqrt{x}$的对应关系不同，故二者不是同一个函数；对于C，$f(x)$的定义域是$[1,+\infty), g(x)$的定义域是$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$，两个函数的定义域不同，故二者不是同一个函数；对于D，$g(x)=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x, x\geq 0, \\ -x, x<0, \end{cases}$与$f(x)=\begin{cases} x, x\geq 0, \\ -x, x<0 \end{cases}$的定义域以及对应关系都相同，故二者是同一个函数.故选D.

3.［多选］［苏教必修一P112习题5.1第4，6题变式］下列说法正确的是(**BCD**)

A.式子$y=\sqrt{x-1}+\sqrt{-x-1}$可表示自变量为x、因变量为y的函数

B.函数$y=f(x)$的图象与直线$x=1$最多有1个交点

C.若$f(x)=|x-1|-|x|$,则$f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]=1$

D.$f(x)=x^2-2x$与$g(t)=t^2-2t$是同一个函数

【解析】对于A选项，有$\begin{cases} x-1\geq 0, \\ -x-1\geq 0,\end{cases}$不等式组无解，A错误；对于B选项，根据函数的概念知，当函数$f(x)$在$x=1$处无定义时，函数$f(x)$的图象与直线$x=1$无交点，当函数$f(x)$在$x=1$处有定义时，函数$f(x)$的图象与直线$x=1$只有1个交点，所以函数$f(x)$的图象与直线$x=1$最多有1个交点，B正确；对于C选项，因为$f(x)=|x-1|-|x|$，所以$f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，故$f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]=f(0)=1$，C正确；对于D选项，两个函数的定义域相同，且对应关系完全一致，故这两个函数是同一个函数，D正确.故选BCD.

4. 一题多变

变式1 **由$f(x)$的定义域求$f[g(x)]$的定义域**已知函数$y=f(x)$的定义域为$[-2,2]$，则函数$y=f(2x+1)$的定义域为$\underline{[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}]}$.

【解析】 令$-2\leq 2x+1\leq 2$，得$-3\leq 2x\leq 1$，从而$-\frac{3}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$，$\therefore$ 函数$y=f(2x+1)$的定义域为$[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}]$.

方法技巧

1.**求具体函数的定义域的策略**

根据函数解析式，构造使解析式有意义的不等式（组），求解不等式（组）即可；对于实际问题，既要使函数解析式有意义，又要使实际问题有意义.

2.**求抽象函数的定义域的策略**

（1）若已知函数$f(x)$的定义域为$[a,b]$，则复合函数$f[g(x)]$的定义域由$a \leq g(x) \leq b$求出；

（2）若已知函数$f[g(x)]$的定义域为$[a,b]$,则$f(x)$的定义域为$g(x)$在$[a,b]$上的值域.

_x001A_x_x001B_=_x001A__x001B_4−_x001A_x_x001B_2_x001B__x001B_，g_x001A_x_x001B_=2x+1，则函数y=f[g_x001A_x_x001B_] 的定义域为________.

$[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}]$

【解析】 解法一第1步：求$f(x)$的定义域

由$4-x^2\geq 0$，得$-2\leq x\leq 2.$

第2步：令$g(x)$的值域为$f(x)$的定义域，求$g(x)$的定义域

令$-2\leq g(x)\leq 2$，结合变式1得$-\frac{3}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$，

第3步：确定复合函数$y=f[g(x)]$的定义域

故函数$y=f[g(x)]$的定义域为$[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}]$.

解法二 由题意知$g(x)$的定义域为**R**，$f[g(x)]=\sqrt{4-(2x+1)^2}=\sqrt{-4x^2-4x+3}$,令$-4x^2-4x+3\geq 0$，得$-\frac{3}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$，所以$f[g(x)]$的定义域为$[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}]$.

变式3 **由$f[g(x)]$的定义域求$f(x)$的定义域**已知函数$f(2x+1)$的定义域为$[-1,2]$，则函数$y=\frac{f(x)}{x+1}$的定义域为(　　) B

A.$\{x|-1<x\leq 2\}$　　B.$\{x|-1<x\leq 5\}$　　C.$\{x|-1<x\leq \frac{1}{2}\}$　　D.$\{x|-1\leq x\leq 5\}$

【解析】$f(2x+1)$的定义域为$[-1,2]$，由$x\in[-1,2]$,得$2x+1\in[-1,5]$，因此$f(x)$的定义域为$[-1,5]$，所以函数$y=\frac{f(x)}{x+1}$的自变量x满足$-1\leq x\leq 5, x+1\neq 0$，得$-1<x\leq 5$,故选B.

变式4 **由$f(x)$的定义域求参**若函数$f(x)=\sqrt{ax^2+abx+b}\,(a,b\in\mathbf{R})$的定义域为$\{x|1\le x\le 2\}$，则$a+b$的值为____.$-\frac{9}{2}$

【解析】 要使函数$f(x)$有意义，需$ax^2+abx+b\ge 0$，即函数$f(x)$的定义域是不等式$ax^2+abx+b\ge 0$的解集，

所以不等式$ax^2+abx+b\ge 0$的解集为$\{x|1\le x\le 2\}$,则$\begin{cases} a<0, \\ 1+2=-b, \\ 1\times 2=\frac{b}{a}, \end{cases}$解得$\begin{cases} a=-\frac{3}{2}, \\ b=-3, \end{cases}$所以$a+b=-\frac{3}{2}-3=-\frac{9}{2}$.