专题18 反比例函数核心考点分类突破（原卷版）

第一部分 典例剖析

考点一 分比例函数的图像和性质

类型1 比较函数值的大小

典例1（2023春•上蔡县期中）已知双曲线$y=\frac{k}{x}$（$k<0$），过点（1，y_1），（3，y_2），（﹣2，y_3），则下列结论正确的是（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_3<y_1<y_2$　　C．$y_2<y_3<y_1$　　D．$y_3<y_2<y_1$

典例2（2023秋•惠城区校级期末）已知点A（3，y_1），B（﹣6，y_2），C（﹣5，y_3）都在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，则（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_3<y_2<y_1$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_2<y_1<y_3$

类型2 与反比例函数有关的多结论选择题

典例3（2023秋•蓬莱市期末）一次函数$y=kx+b$（$k\neq0$）中变量x与y的部分对应值如下表

x	…	﹣1	0	1	2	3	…
y	…	8	6	4	2	0	…

下列结论：

①y随x的增大而减小；②点（6，﹣6）一定在函数$y=kx+b$的图象上；

③当$x>3$时，$y>0$；④当$x<2$时，$(k-1)x+b<0$．其中正确的个数为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

类型3　由性质逆推函数解析式

典例4（2023•泰州）已知点（﹣3，y_1）、（﹣1，y_2）、（1，y_3）在下列某一函数图象上，且$y_3<y_1<y_2$，那么这个函数是（　　）

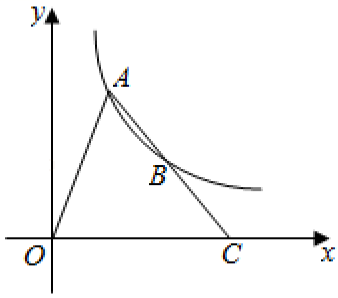
A．$y=3x$　　B．$y=3x^2$　　C．$y=\frac{3}{x}$　　D．$y=-\frac{3}{x}$

考点二 反比例函数图像上点的坐标的特征

类型1 求比例系数k的值

典例5（2023•南通）平面直角坐标系xOy中，已知点A（m，$6m$），B（$3m$，$2n$），C（﹣$3m$，﹣$2n$）是函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）图象上的三点．若$S_{\triangle ABC}=2$，则k的值为 ____．

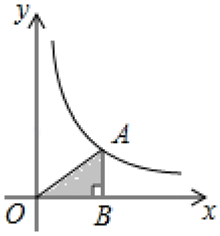
典例 6（2023•鄞州区校级一模）如图，点 A、B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上，延长 AB 交 x 轴于 C 点，若△AOC 的面积是 24，且点 B 是 AC 的中点，则 k 的值为（　　）



A．$\frac{40}{3}$　　B．16　　C．8　　D．$\frac{20}{3}$

类型 2 判断变化趋势

典例 7（2023•丹东一模）如图，在平面直角坐标系中，点 A 是双曲线 $y=\frac{3}{x}$（$x>0$）上的一个动点，过点 A 作 x 轴的垂线，交 x 轴于点 B，点 A 运动过程中△AOB 的面积将会（　　）

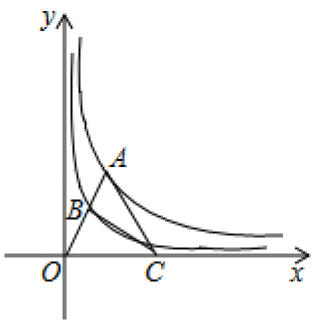


A．逐渐增大　　B．逐渐减小

C．先增大后减小　　D．不变

类型 3 求几何图形的面积

典例 8（2023•如皋市模拟）如图，点 A 为函数 $y=\frac{4}{x}$（$x>0$）图象上一点，连接 OA，交函数 $y=\frac{1}{x}$（$x>0$）的图象于点 B，点 C 是 x 轴上一点，且 $AO=AC$，则△ABC 的面积为_____.



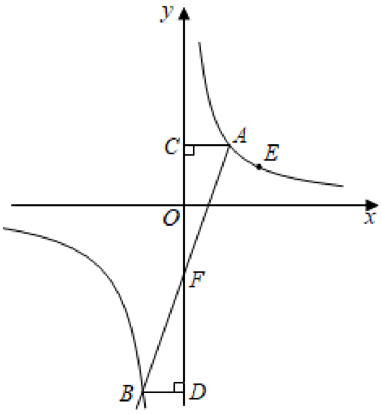
类型 4 求点的坐标或字母的值

典例 9（2023 春•宝应县期末）如图，点 A 和点 E（2，1）是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）图象上的两点，点 B 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$（$x<0$）的图象上，分别过点 A、B 作 y 较的垂线，垂足分别为点 C、D，$AC=BD$，连接 AB 交 y 轴于点 F.

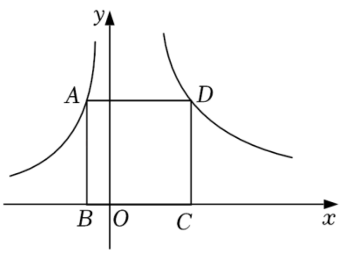
（1）求 k；

（2）设点 A 的横坐标为 a，点 F 的纵坐标为 m，求证：$am=-2$.

（3）连接 CE、DE，当 $\angle CED=90°$ 时，求 A 的坐标.



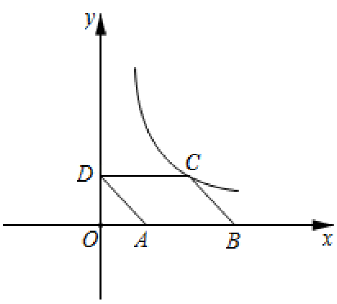
典例 10（2023 春•新吴区期末）如图，点 A、D 分别在函数 $y=-\frac{1}{x}$，$y=\frac{3}{x}$的图象上，点 B、C 在 x 轴上，若四边形 $ABCD$ 为正方形，点 A 在第二象限，则 A 的坐标为 _____.



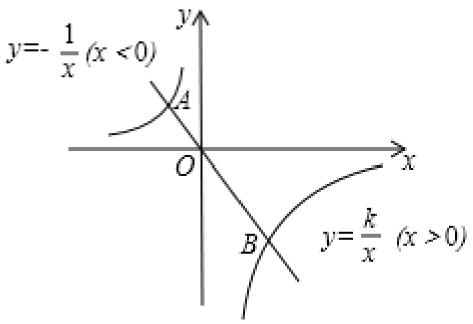
考点 3 反比例系数的几何意义

类型 1 求反比例系数

典例 11（2023•宝应县一模）如图，▱$ABCD$ 的顶点 A、B 在 x 轴上，顶点 D 在 y 轴上，顶点 C 在第一象限，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的分支过点 C，若▱$ABCD$ 的面积为 3，则 $k=$_____.

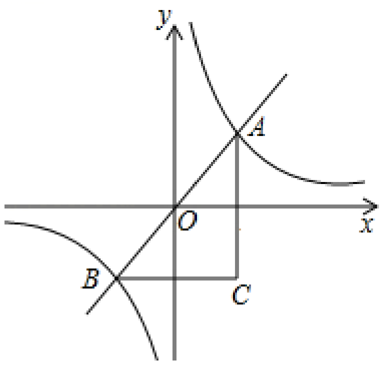


典例12 如图，在平面直角坐标系中，过原点的一条直线分别与反比例函数$y=-\frac{1}{x}$（x＜0）和反比例函数$y=\frac{k}{x}$（x＞0）的图象交于A、B两点，且OB＝2OA，则k的值为_____.



类型2 求几何图形的面积

典例13（2023春•雨花区校级月考）如图，正比例函数y＝kx与函数$y=\frac{4}{x}$的图象交于A，B两点，BC∥x轴，AC∥y轴，则$S_{\triangle ABC}$＝_____.



考点4 反比例函数综合题

类型1 反比例函数与一次函数的综合

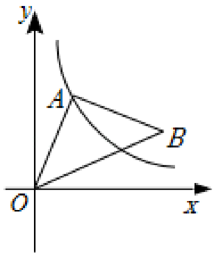
典例14（2023•武汉模拟）将双曲线$y=\frac{3}{x}$向右平移1个单位长度，再向下平移2个单位长度，得到的新双曲线与直线y＝kx﹣2﹣k（k＞0）相交于两点，其中一个点的横坐标为a，另一个点的纵坐标为b，则（a﹣1）（b+2）的值为（　　）

A．﹣4　　B．﹣3　　C．4　　D．9

典例15（2023春•海安市期中）平面直角坐标系xOy中，直线y＝2x与双曲线$y=\frac{k}{x}(k>2)$相交于A，B两点，其中点A在第一象限．设M（m，1）为双曲线$y=\frac{k}{x}(k>2)$上一点，直线AM，BM分别交y轴于C，D两点，则OC﹣OD的值为 _____.

类型2 反比例与三角形综合

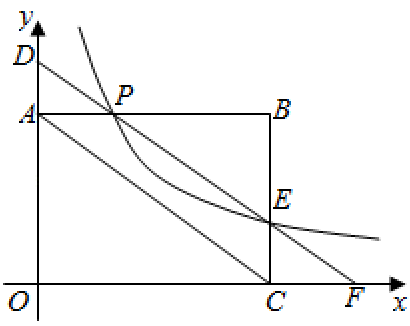
典例 16（2023•宿迁）如图，点 A 在反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$（$x>0$）的图象上，以 OA 为一边作等腰直角三角形 OAB，其中∠OAB＝90°，AO＝AB，则线段 OB 长的最小值是（　　）



A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

类型 3　反比例与四边形综合

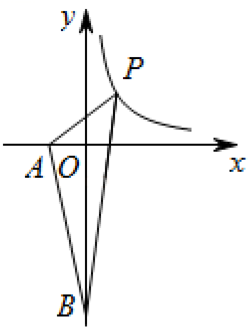
17．（2023•鼓楼区校级模拟）如图，矩形 $OABC$ 的两边落在坐标轴上，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$的图象在第一象限的分支交 AB 于点 P，交 BC 于点 E，直线 PE 交 y 轴于点 D，交 x 轴于点 F，连接 AC．则下列结论：①四边形 $ADEC$ 为平行四边形；②$S_{四边形ACFP}$＝$2k$；③若 $S_{\triangle CEF}$＝1，$S_{\triangle PBE}$＝4，则 k＝6；④若 $3AP$＝BP，则 $4DA$＝DO．其中正确的是 ____．



第二部分 专题提优训练

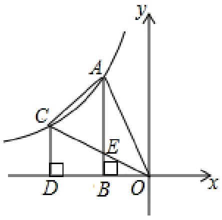
一．选择题（共 7 小题）

1．（2023 春•江岸区校级月考）如图 P 为双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$上到原点的线段的长度最短的一个点，若∠APB＝45°，交 x、y 轴于 A、B 点，则△AOB 的面积为（　　）



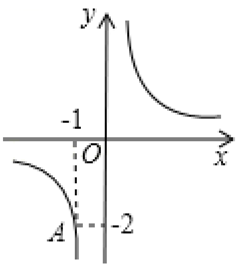
A．$2k$　　B．$\sqrt{2}k$　　C．k　　D．与 k 无关的一个确定值

2．（2023•本溪）如图，点 A、C 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$图象上的点，过点 A、C 分别作 $AB\perp x$ 轴，$CD\perp x$ 轴，垂足分别为 B、D，连接 OA、AC、OC，线段 OC 交 AB 于点 E，点 E 恰好为 OC 的中点，当△AEC 的面积为$\frac{3}{2}$时，k 的值为（　　）



A．4　　B．6　　C．－4　　D．－6

3．（2023 秋•渭滨区期末）如图，反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过 A（－1，－2），则以下说法错误的是（　　）



A．$k=2$　　B．$x>0$，y 随 x 的增大而减小　C．图象也经过点 B（2，1）　D．当 $x<-1$ 时，$y<-2$

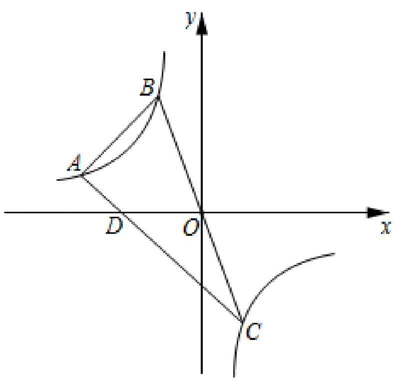
4．（2023 春•南开区校级月考）若点 A（x_1，－3），B（x_2，1），C（x_3，3）在反比例函数 $y=-\frac{9}{x}$的图象上，则 x_1，x_2，x_3 的大小关系是（　　）

A．$x_1<x_2<x_3$　　B．$x_3<x_1<x_2$　　C．$x_1<x_3<x_2$　　D．$x_2<x_3<x_1$

5．某一次函数的图象经过点（1，2），且 y 随 x 的增大而减小，则这个函数的表达式可能是（　　）

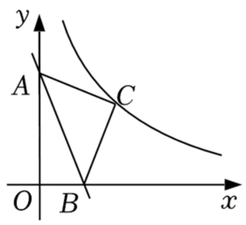
A．$y=2x+4$　　B．$y=-2x+4$　　C．$y=3x+1$　　D．$-y=3x-1$

6．如图，一次函数 $y=mx+n$（$m\neq0$）的图象与反比例函数$y=-\frac{4\sqrt{3}}{x}$的图象相交于 A、B 两点，延长 BO 交反比例函数图象的另一支于点 C，连接 AC 交 x 轴于点 D，若$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{4}$，则△$ABC$ 面积为（　　）



A．$8\sqrt{3}$　　B．$\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$　　C．$10\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{32\sqrt{3}}{3}$

7．（2023•临沭县二模）如图，在平面直角坐标系中，将直线 $y=-3x$ 向上平移 3 个单位，与 y 轴、x 轴分别交于点 A、B，以线段 AB 为斜边在第一象限内作等腰直角三角形 ABC．若反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）的图象经过点 C，则 k 的值为（　　）

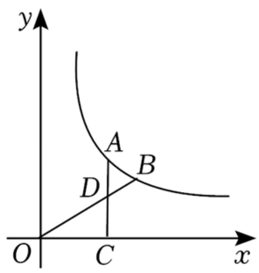


A．2　　B．3　　C．4　　D．6

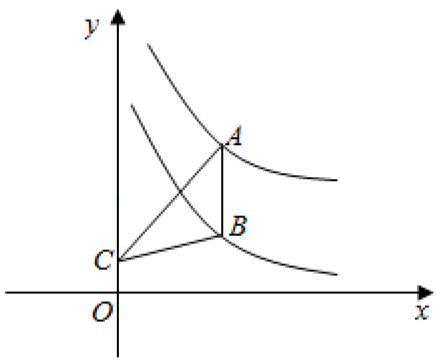
二．填空题（共 8 小题）

8．（2023•江夏区模拟）已知一个正比例函数的图象与一个反比例函数的图象的一个交点为（1，3），则另一个交点坐标是_____．

9．（2023 秋•三明期末）如图，点 A，B 为反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）图象上的两点，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 C，AC 与 OB 交于点 D，$OD=\dfrac{2}{3}OB$．若△OCD 的面积为 2，则 k 的值为 _____．

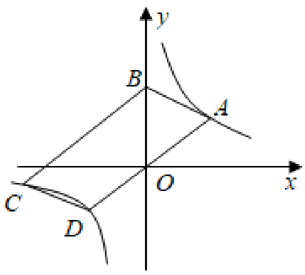


10．（2023 秋•乳山市期末）反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$和 $y=\dfrac{1}{x}$在第一象限的图象如图所示．点 A，B 分别在 $y=\dfrac{3}{x}$和 $y=\dfrac{1}{x}$的图象上，$AB\parallel y$ 轴，点 C 是 y 轴上的一个动点，则△ABC 的面积为_____．

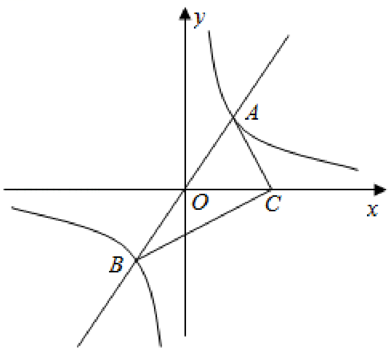


11．（2023秋•温江区校级期末）如图，点 A 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）图象位于第一象限内的一支上的点，过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于点 B，过点 B 作 $BC\parallel OA$ 交双曲线于点 C，连接 AC 并延长，交 x 轴于点 D，则$\frac{OB}{BD}$＝____．

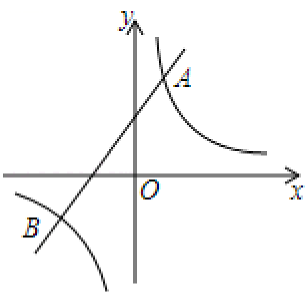
12．（2023•锡山区模拟）如图，在▱$ABCD$ 中，点 B 在 y 轴上，AD 过原点，且 $S_{▱ABCD}=15$，A、C、D 三点在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq 0$）的图象上，则 k＝__．



13．（2023•闽侯县模拟）已知过原点 O 的直线与双曲线 $y=\frac{3}{x}$在一三象限分别交于 A，B 两点，点 C 在 x 轴上，且∠ACB＝90°，$\tan\angle ABC=\frac{1}{2}$，则△$ABC$ 的面积为_____．



14．如图，反比例函数 $y_1=\frac{3}{x}$的图象与一次函数 $y_2=x+2$ 的图象交于 A、B 两点．当 x 满足______时，$y_1<y_2$．



15．（2023•宁波模拟）如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，直线 $y=-x+b$ 交反比例函数 $y=\frac{3}{x}$（x

＞0）的图象于点 A，B（点 A 在 B 的左上方），分别交 x 轴，y 轴于点 C，D，$AE\perp x$ 轴于点 E，交 OB 于点 F．若图中四边形 $BCEF$ 与△AOF 的面积差为$\frac{1}{2}$，则△ABF 与△OEF 的面积差为____．

三．解答题（共 1 小题）

16．（2023 秋•成华区期末）如图 1，直线 $y=-x+4\sqrt{2}$与 x，y 轴的交点分别为点 A，B，与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$（x＞0）的图象的两交点分别为点 C，D，点 M 是反比例函数上一动点．

（1）求△OCD 的面积；

（2）是否存在点 M，使得△ODM∽△OAD？若存在，请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．

（3）过点 M 分别作 x 轴和 y 轴的垂线，垂足分别为 E，F，是否存在点 M，使得矩形 $OEMF$ 与△OCD 的重叠部分的面积 S 等于$\frac{23}{6}$？若存在，请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．

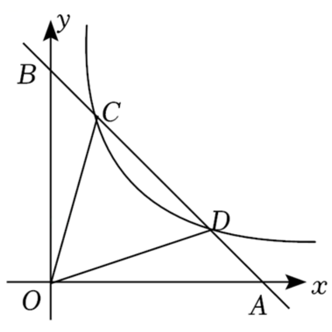
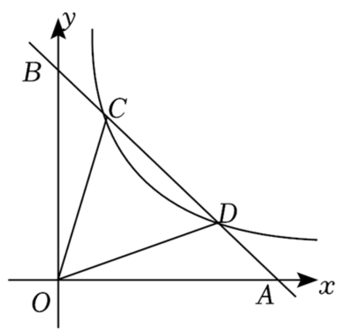


图1



备用图

专题 18 反比例函数核心考点分类突破（解析版）

第一部分 典例剖析

考点一 分比例函数的图像和性质

类型 1 比较函数值的大小

典例 1（2023 春•上蔡县期中）已知双曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k<0$），过点（1，y_1），（3，y_2），（﹣2，y_3），则下列结论正确的是（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_3<y_1<y_2$　　C．$y_2<y_3<y_1$　　D．$y_3<y_2<y_1$

思路引领：根据 k 的符号确定反比例函数图象所在的象限，根据反比例函数的性质即可得出答案．

解：∵$k<0$，

∴反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k<0$）的图象在第二、四象限，

∵反比例函数的图象过点（1，y_1）、（3，y_2）、（﹣2，y_3），

∴点（1，y_1）、（3，y_2）在第四象限，（﹣2，y_3）在第二象限，

∴$y_1<y_2<0$，$y_3>0$，

∴$y_1<y_2<y_3$．

故选：A．

总结提升：本题考查了反比例函数的图象和性质的应用，注意：当 $k<0$ 时，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k<0$）的图象在第二、四象限，在每个象限内 y 随 x 的增大而增大．

典例 2（2023 秋•惠城区校级期末）已知点 A（3，y_1），B（﹣6，y_2），C（﹣5，y_3）都在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，则（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_3<y_2<y_1$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_2<y_1<y_3$

思路引领：根据反比例函数的性质得出反比例函数的图象在第一、三象限，且在每个象限内，y 随 x 的增大而减小，再根据点的坐标特点得出即可．

解：∵反比例函数$y=\frac{4}{x}$中，$k=4>0$，

∴反比例函数的图象在第一、三象限，且在每个象限内，y 随 x 的增大而减小，

∵点 A（3，y_1），B（﹣6，y_2），C（﹣5，y_3）都在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，

∴B、C 在第三象限内，A 在第一象限内，

∴$y_1>0$，$y_3<y_2<0$

$\therefore y_3<y_2<y_1$，

故选：B．

总结提升：本题考查了反比例函数图象和性质，能熟记反比例函数的性质的内容是解此题的关键．

类型2 与反比例函数有关的多结论选择题

典例3（2023秋•蓬莱市期末）一次函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）中变量 x 与 y 的部分对应值如下表

x	…	－1	0	1	2	3	…
y	…	8	6	4	2	0	…

下列结论：

①y 随 x 的增大而减小；②点（6，－6）一定在函数 $y=kx+b$ 的图象上；

③当 $x>3$ 时，$y>0$；④当 $x<2$ 时，$(k-1)x+b<0$．其中正确的个数为（　　）

A．4　　　　B．3　　　　C．2　　　　D．1

思路引领：根据待定系数法求得解析式，然后根据一次函数的特点进行选择即可．

解：由题意得，当 $x=1$ 时，$y=4$，当 $x=0$ 时，$y=6$，

则 $\begin{cases}k+b=4\\b=6\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-2\\b=6\end{cases}$，

函数解析式为：$y=-2x+6$，

①$\because k=-2<0$，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，正确；

②当 $x=6$ 时，$y=-2\times6+6=-6$，

$\therefore$点（6，－6）一定在函数 $y=kx+b$ 的图象上，正确；

③由表格得出当 $x>3$ 时，$y<0$，故错误；

④由表格得出当 $x<2$ 时，$kx+b>x$，

$\therefore (k-1)x+b>0$，故错误；

故选：C．

总结提升：本题主要考查对一次函数图象上点的坐标特征，用待定系数法求一次函数的解析式等知识点的理解和掌握，能求出一次函数的解析式是解此题的关键．

类型 3　由性质逆推函数解析式

典例 4（2023•泰州）已知点（－3，y_1）、（－1，y_2）、（1，y_3）在下列某一函数图象上，且 y_3＜y_1＜y_2，那么这个函数是（　　）

A．$y=3x$　　B．$y=3x^2$　　C．$y=\frac{3}{x}$　　D．$y=-\frac{3}{x}$

思路引领：根据所学知识可判断每个选项中对应的函数的增减性，进而判断 y_3，y_1，y_2 之间的关系，再判断即可．

解：*A*．$y=3x$，因为 $3>0$，所以 y 随 x 的增大而增大，所以 $y_1<y_2<y_3$，不符合题意；

B．$y=3x^2$，当 $x=1$ 和 $x=-1$ 时，y 相等，即 $y_3=y_2$，故不符合题意；

C．$y=\frac{3}{x}$，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小，$x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，所以 $y_2<y_1<y_3$，不符合题意；

D．$y=-\frac{3}{x}$，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大，$x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，所以 $y_3<y_1<y_2$，符合题意；

故选：*D*．

总结提升：本题主要考查一次函数的性质，反比例函数的性质及二次函数的性质，掌握相关函数的性质是解题关键，也可直接代入各个选项中的函数解析中，再判断 y 的大小．

考点二　反比例函数图像上点的坐标的特征

类型 1　求比例系数 k 的值

典例 5（2023•南通）平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A（m，$6m$），B（$3m$，$2n$），C（－$3m$，－$2n$）是函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）图象上的三点．若 $S_{\triangle ABC}=2$，则 k 的值为 ____．

思路引领：连接 OA，作 $AD\perp x$ 轴于 D，$BE\perp x$ 轴于 E，由 B、C 点的坐标可知 B、C 关于原点对称，则 $BO=CO$，即可求得 $S_{\triangle AOB}=1$，根据反比例函数系数 k 的几何意义得出 $S_{\triangle AOB}=S_{梯形ADEB}+S_{\triangle AOD}-S_{\triangle BOE}=S_{梯形ADEB}$，即可得出$\frac{1}{2}|6n+2m|\cdot|3m-m|=1$，求得 $m^2=\frac{1}{8}$，由于 $k=6m^2$，即可求得 $k=\frac{3}{4}$．

解：如图，连接 OA，作 $AD\perp x$ 轴于 D，$BE\perp x$ 轴于 E，

∵点 A（m，$6m$），B（$3m$，$2n$），C（－$3m$，－$2n$）是函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）图象上的三点．

∴$k=6m^2=6mn$，

∴$n=m$，

∴B（$3m$，$2m$），C（－$3m$，－$2m$），

$\therefore B$、C 关于原点对称，

$\therefore BO=CO$，

$\because S_{\triangle ABC}=2$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=1$，

$\because S_{\triangle AOB}=S_{梯形ADEB}+S_{\triangle AOD}-S_{\triangle BOE}=S_{梯形ADEB}$，

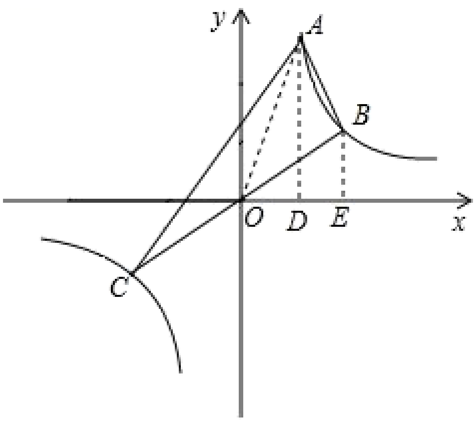
$\therefore \frac{1}{2}|6m+2m|\cdot|3m-m|=1$，

$\therefore m^2=\frac{1}{8}$，

$\because k=6\times\frac{1}{8}$，

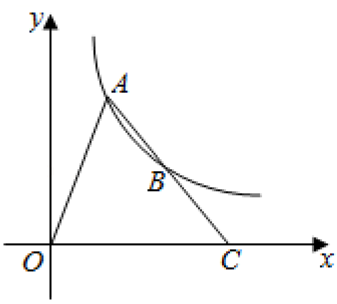
$\therefore k=\frac{3}{4}$，

故答案为：$\frac{3}{4}$.



总结提升：本题考查了反比例函数的性质，反比例函数系数 k 的几何意义，三角形的面积，求得$\triangle AOB$ 的面积为 1 是解题的关键.

典例 6（2023•鄞州区校级一模）如图，点 A、B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上，延长 AB 交 x 轴于 C 点，若$\triangle AOC$ 的面积是 24，且点 B 是 AC 的中点，则 k 的值为（　　）

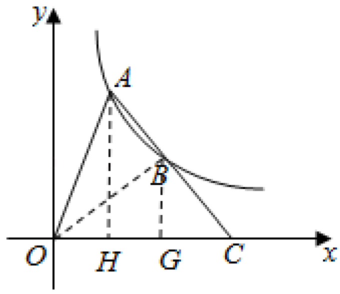


A．$\frac{40}{3}$　　B．16　　C．8　　D．$\frac{20}{3}$

思路引领：先根据 B 是 AC 的中点，表示出$\triangle BOC$ 的面积，再利用 k 的几何意义表示出$\triangle AOH$ 和$\triangle BOG$ 的面积，即可得出$\triangle AHC$ 和$\triangle BGC$ 的面积，易证$\triangle AHC\backsim\triangle BGC$

，根据面积的比等于相似比的平方，列方程即可求出 k 的值．

解：连接 OB，过点 A 作 $AH\perp x$ 轴于点 H，过点 B 作 $GB\perp x$ 轴于点 G，如图所示：



∵B 是 AC 的中点，

∴$S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times 24=12$，

根据 k 的几何意义，

$S_{\triangle AOH}=S_{\triangle BOG}=\frac{1}{2}k$，

∴$S_{\triangle AHC}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle AOH}=24-\frac{1}{2}k$，

$S_{\triangle BGC}=S_{\triangle BOC}-S_{\triangle BOG}=12-\frac{1}{2}k$，

∵$\angle AHC=\angle BGC=90°$，

$\angle ACH=\angle BCG$，

∴$\triangle AHC\backsim\triangle BGC$，

∵B 是 AC 的中点，

∴相似比为 1：2，

∴面积的比为 1：4，

即 $S_{\triangle BGC}$：$S_{\triangle AHC}=1$：4，

∴（$12-\frac{1}{2}k$）：（$24-\frac{1}{2}k$）＝1：4，

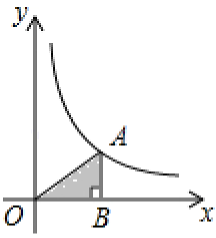
解得 $k=16$．

故选：B．

总结提升：本题考查了反比例函数的几何意义，运用三角形中线的性质以及相似三角形的性质是解决本题的关键．

类型 2 判断变化趋势

典例 7（2023•丹东一模）如图，在平面直角坐标系中，点 A 是双曲线 $y=\frac{3}{x}$（$x>0$）上的一个动点，过点 A 作 x 轴的垂线，交 x 轴于点 B，点 A 运动过程中$\triangle AOB$ 的面积将会（　　）



A．逐渐增大　　B．逐渐减小

C．先增大后减小　　D．不变

思路引领：比例系数 k 的几何意义：在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是$\frac{1}{2}|k|$，且保持不变，所以点 A 运动过程中$\triangle AOB$ 的面积将会不变，都是$\frac{1}{2}\times3=1.5$，据此解答即可．

解：根据反比例函数系数 k 的几何意义，可得

点 A 运动过程中$\triangle AOB$ 的面积将会不变，

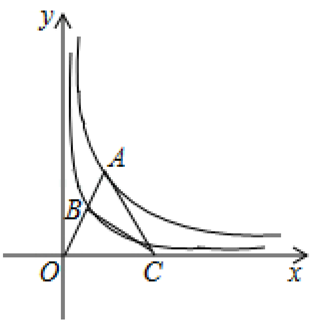
$\triangle AOB$ 的面积为：$\frac{1}{2}\times3=1.5$．

故选：D．

总结提升：此题主要考查了反比例函数系数 k 的几何意义的应用，解答此题的关键是要明确：在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是$\frac{1}{2}|k|$，且保持不变．

类型 3 求几何图形的面积

典例 8（2023•如皋市模拟）如图，点 A 为函数 $y=\frac{4}{x}$（x＞0）图象上一点，连接 OA，交函数 $y=\frac{1}{x}$（x＞0）的图象于点 B，点 C 是 x 轴上一点，且 $AO=AC$，则$\triangle ABC$ 的面积为_____．



思路引领：根据题意可以分别设点 A、点 B 的坐标，根据点 O、A、B 在同一条直线上可以得到 A、B 的坐标之间的关系，由 $AO=AC$ 可知点 C 的横坐标是点 A 横坐标的两倍，从而可以得到$\triangle ABC$ 的面积

解：

设点 A 的坐标为（a，$\frac{4}{a}$），点 B 的坐标为（b，$\frac{1}{b}$）

∵点 C 是 x 轴上一点，且 $AO=AC$

∴点 C 的坐标为（$2a$，0）

设过点 O、点 A 的解析式为 $y=kx$，则$\frac{4}{a}=ka$

∴$k=\frac{4}{a^2}$

∴直线 OA 的解析式为：$y=\frac{4}{a^2}x$

又∵点 B 在直线 OA 上，

∴$\frac{1}{b}=\frac{4}{a^2}\cdot b$

∴$\frac{a^2}{b^2}=4$

∴$\frac{a}{b}=\pm 2$（负值不合题意，舍去）

∴$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}\times 2a\times\frac{4}{a}-\frac{1}{2}\times 2a\times\frac{1}{b}=4-2=2$

故答案为：2

总结提升：此题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征．通过一次函数，三角形面积的计算，突出考查的目的．

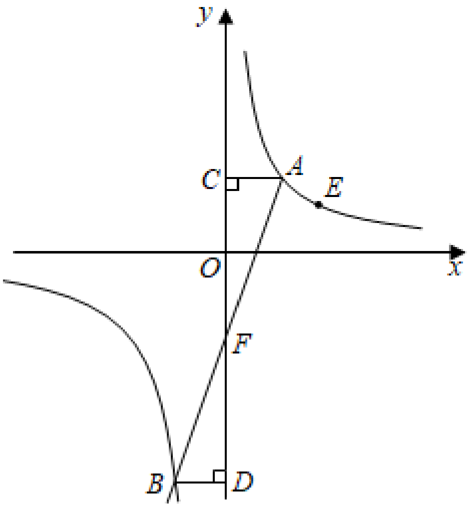
类型 4 求点的坐标或字母的值

典例 9（2023 春•宝应县期末）如图，点 A 和点 E（2，1）是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）图象上的两点，点 B 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$（$x<0$）的图象上，分别过点 A、B 作 y 较的垂线，垂足分别为点 C、D，$AC=BD$，连接 AB 交 y 轴于点 F．

（1）求 k；

（2）设点 A 的横坐标为 a，点 F 的纵坐标为 m，求证：$am=-2$．

（3）连接 CE、DE，当∠$CED=90°$时，求 A 的坐标．



思路引领：（1）将点 E 的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$），即可得出答案；

（2）首先表示出 A，B 的坐标，再利用 ASA 证明$\triangle ACF\cong\triangle BDF$，得 $CF=DF$，从而得出 F 的纵坐标；

（3）根据$\angle CED=90°$，得 $CD=2EF$，则$\frac{8}{a}=2\sqrt{2^2+(1-m)^2}$，由（2）知，$\frac{2}{a}=-m$，代入解关于 m 的方程即可．

（1）解：∵点 E（2，1）是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）图象上的点，

∴$k=1\times2=2$；

（2）证明：∵点 A 的横坐标为 a，

∴点 A 的纵坐标为$\frac{2}{a}$，

∵$AC=BD$，

∴B（－ a，$-\frac{6}{a}$），

∵$AC\parallel BD$，

∴$\angle CAF=\angle DBF$，$\angle ACF=\angle BDF$，

∵$AC=BD$，

∴$\triangle ACF\cong\triangle BDF$（$ASA$），

∴$CF=DF$，

∴$m=-\frac{2}{a}$，

∴$am=-2$；

（3）解：∵$\angle CED=90°$，$CF=DF$，

∴$CD=2EF$，

∴$\frac{8}{a}=2\sqrt{2^2+(1-m)^2}$，

由（2）知，$\frac{2}{a}=-m$，

∴－ 4m＝2$\sqrt{2^2+(1-m)^2}$，

解得 m＝1 或$-\frac{5}{3}$，

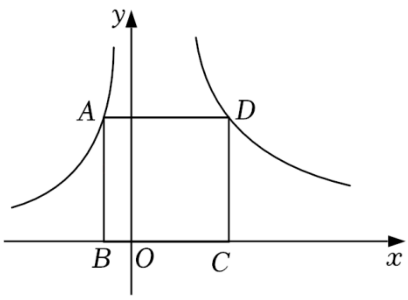
当 m＝1 时，a＝－ 2（舍去），

当 $m=-\frac{5}{3}$时，$a=\frac{6}{5}$，

∴A（$\frac{6}{5}$，$\frac{5}{3}$）．

总结提升：本题是反比例函数综合题，主要考查了反比例函数图象上点的坐标的特征，全等三角形的判定与性质，直角三角形的性质等知识，运用方程思想是解题的关键．

典例 10（2023 春•新吴区期末）如图，点 A、D 分别在函数 $y=-\frac{1}{x}$，$y=\frac{3}{x}$的图象上，点 B、C 在 x 轴上，若四边形 $ABCD$ 为正方形，点 A 在第二象限，则 A 的坐标为 _____．



思路引领：设点 B（b，0），点 C（a，0）利用反比例函数图象上点的坐标特征表示 AB、BC、CD，再根据正方形的性质求出 b 的值即可．

解：设点 B（b，0），点 C（a，0），

∵点 A 在反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$的图象上，

∴点 A（b，$-\frac{1}{b}$），即 OB＝－ b，$AB=-\frac{1}{b}$，

∵点 C 在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$的图象上，

∴点 D（a，$\frac{3}{a}$），即 OC＝a，$CD=\frac{3}{a}$，

又∵$ABCD$ 是正方形，

∴AB＝BC＝CD，

即$-\frac{1}{b}=a-b=\frac{3}{a}$，

解得 $a=\frac{3}{2}$，$b=-\frac{1}{2}$，

∴点 A（$-\frac{1}{2}$，2），

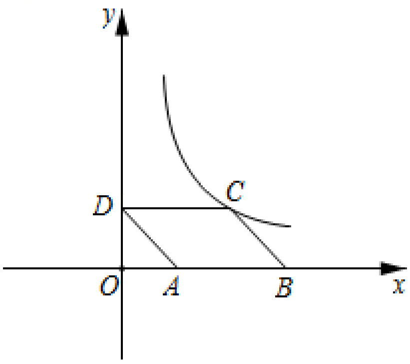
故答案为：$(-\frac{1}{2}, 2)$．

总结提升：本题考查反比例函数图象上点的坐标特征以及正方形的性质，理解反比例函数图象上点的坐标特征以及正方形的性质是正确解答的前提，设出点 B，点 C 坐标，分别表示出正方形的边长是解决问题的关键..

考点 3 反比例系数的几何意义

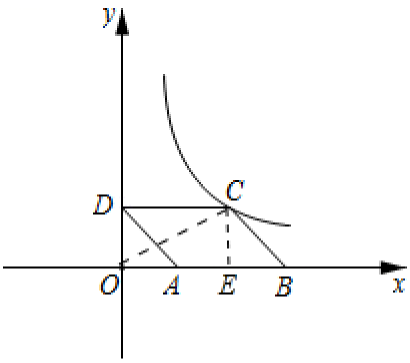
类型 1 求反比例系数

典例 11（2023•宝应县一模）如图，▱$ABCD$ 的顶点 A、B 在 x 轴上，顶点 D 在 y 轴上，顶点 C 在第一象限，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的分支过点 C，若▱$ABCD$ 的面积为 3，则 k ＝_____．



思路引领：过 C 作 $CE\perp AB$，通过说明△DOA≌△CEB，可得矩形 $ODCE$ 的面积等于平行四边形 $ABCD$ 的面积，设出点 C 的坐标，用坐标表示出线段 CE，OE，结论可求．

解：如图，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，连接 OC，



∵▱$ABCD$ 的面积为 3，

∴AB•CE＝3．

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴AD＝BC，$AD\parallel BC$．

∴∠DAO＝∠CBA．

∵$DO\perp AO$，$CE\perp AB$，

∴∠DOA＝∠CEB＝90°．

∴△DOA≌△CEB（AAS）.

∴$S_{\triangle ODA}$＝$S_{\triangle CEB}$.

∴$S_{\text{矩形}DOEC}$＝$S_{\text{平行四边形}ABCD}$＝3.

∴OE•CE＝3.

设 C（a，b），

∵C 在第一象限，

∴a＞0，b＞0.

∴OE＝a，CE＝b.

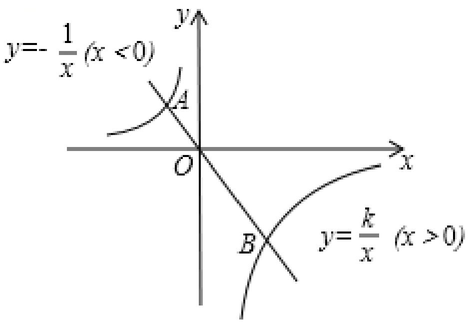
∴OE•CE＝ab＝3.

∴k＝ab＝3.

故答案为：3.

总结提升：本题主要考查了反比例函数的系数 k 的几何意义，反比例函数的图象上的点的坐标的特征，平行四边形的性质，三角形全等的判定和性质．用点的坐标表示相应线段的长度是解题的关键．

典例 12 如图，在平面直角坐标系中，过原点的一条直线分别与反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$（x＜0）和反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）的图象交于 A、B 两点，且 OB＝2OA，则 k 的值为_____.



思路引领：过点 A 作 AC⊥x 轴于点 C，过点 B 作 BD⊥x 轴于点 D，则可证出△AOC∽△BOD，根据相似三角形的性质结合反比例函数系数 k 的几何意义即可求出 k 值，再根据反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）的图象在第四象限，可确定 k 值，此题得解．

解：过点 A 作 AC⊥x 轴于点 C，过点 B 作 BD⊥x 轴于点 D，如图所示．

∵AC⊥x 轴，BD⊥x 轴，

∴∠ACO＝∠BDO＝90°.

又∵∠AOC＝∠BOD，

∴△AOC∽△BOD，

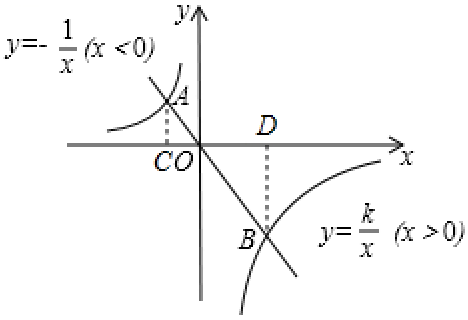
∴$\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle AOC}}=\left(\frac{BO}{AO}\right)^2$＝4，即$\frac{|k|}{1}=4$，

∴k＝±4.

∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象在第四象限，

∴$k=-4$.

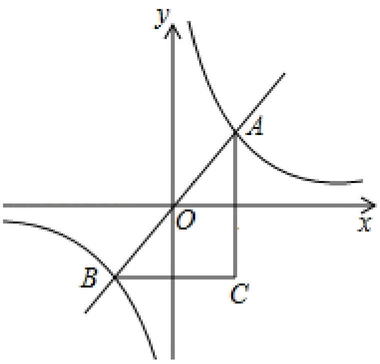
故答案为：﹣4.



总结提升：本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、相似三角形的判定与性质以及反比例函数系数 k 的几何意义，根据相似三角形的性质结合反比例函数系数 k 的几何意义求出 k 值是解题的关键.

类型 2 求几何图形的面积

典例 13（2023 春•雨花区校级月考）如图，正比例函数 $y=kx$ 与函数$y=\frac{4}{x}$的图象交于 A，B 两点，$BC\parallel x$ 轴，$AC\parallel y$ 轴，则 $S_{\triangle ABC}=$_____.



思路引领：先设 A 点坐标，根据反比例函数正比例函数的中心对称性再确定 B 点坐标，于是可得到 C 点坐标，然后根据三角形面积公式进行计算.

解：设 A 点坐标为（m，$\frac{4}{m}$），则 B 点坐标为（﹣m，$-\frac{4}{m}$），

∴C 点坐标为（m，$-\frac{4}{m}$），

∴$AC=\frac{8}{m}$，$BC=2m$，

∴△ABC 的面积 $=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot\frac{8}{m}=8$.

故答案为：8.

总结提升：本题考查了反比例函数一次函数的交点问题，根据函数的性质得出 A、B、C 的坐标是解题的关键.