Matlab矩阵的生成与运算

安徽工业大学数理学院
侯为根
wghou@ahut.edu.cn

一、MATLAB矩阵的生成

1、直接输入法

将矩阵的元素用方括号括起来，按矩阵行的顺序输入各元素，同一行的各元素之间用空格或逗号分隔，不同行的元素之间用分号分隔。

【例1-1】表示矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$

```
A=[1,2,3;4,5,6;7,8,0]
A=[1,2,3;4 5,6;7,8 0]
```

2、利用M文件建立矩阵

对于比较大且比较复杂的矩阵，可以为它专门建立一个M文件。

【例1-3】利用M文件建立mymat矩阵。

(1) 启动有关编辑程序或MATLAB文本编辑器，并输入待建矩阵.

(2) 把输入的内容以纯文本方式存盘(设文件名为mymat.m)。

(3) 运行该M文件，就会自动建立一个名为mymat的矩阵，可供以后使用。

```
A=[4 10 1 6 2;8 2 9 4 7;
    7 5 7 1 5;0 3 4 5 4;23 13 13 0 3]
```

3、利用MATLAB函数建立矩阵

几个产生特殊矩阵的函数：zeros、ones、 eye、rand、randn、pascal、 magic(n)、 vander(V)、 hilb(n) 、 toeplitz(x,y)、compan(P) 。

这几个函数的调用格式相似，下面以产生零矩阵的zeros函数为例进行说明。其调用格式是：

zeros(m)　　产生m×m零矩阵

zeros(m,n)　　产生m×n零矩阵。

zeros(size(A))　产生与矩阵A同样大小的零矩阵

相关的函数有：length(A)给出行数和列数中的较大者，即length(A)=max(size(A))；ndims(A)给出A的维数。

指令	说　　明
zeros(m,n)	产生阶为 m×n, 元素全为0的矩阵
ones(m,n)	产生阶为 m×n, 元素全为1的矩阵
eye(n)	产生阶为 n×n的单位阵
pascal(m,n)	产生阶为 m×n 的 Pascal 矩阵
vander(v)	产生阶为 length(v) 的 Vandermonde 矩阵
hilb(n)	产生阶为 n×n 的 Hilbert 矩阵
rand(m,n)	产生 [0,1]均匀分布m×n的随机数矩阵
randn(m,n)	产生$\mu=0,\sigma=1$正态分布的m×n随机数矩阵
magic(n)	产生阶为n×n的魔方阵
unidrnd(k,m,n)	产生在 1到k中随机选取的m×n矩阵
diag(v)	产生以向量v为对角元素的对角阵

【例1-4】 分别建立3×3、3×2和与矩阵A同样大小的零矩阵。

(1) 建立一个3×3零矩阵：zeros(3)

(2) 建立一个3×2零矩阵：zeros(3,2)

(3) 建立与矩阵A同样大小零矩阵：zeros(size(A))

【例1-5】 建立一个3×2的矩阵A，其元素为1到10中随机选取的整数。

A=unidrnd(10,2,3)

注：命令A=unifrnd(1,10,2,3)的元素为在区间[1,10]中随机选取的实数。

- 产生随机数矩阵指令rand 和 randn

【例1-6】产生10000个均匀均匀与正态分布的随机数

```
x1 = rand(10000, 1);
x2 = randn(10000, 1);
subplot(2,1,1);
hist(x1, 40);
title('均匀分布');
subplot(2,1,2);
hist(x2, 40);
title('高斯分布');
set(findobj(gcf,‘type’,
‘patch’),'EdgeColor', 'w');
% 改边线为白色
```

4、矩阵的合并

大矩阵可由方括号中的小矩阵建立起来。

【例1-8】使用小矩阵构造大矩阵

```
A=[1 2 3;4 5 6;7 8 0];
C=[A,eye(size(A));ones(size(A)),A]

A=[[A;[1 2 3]];[1;2;3;4]];
```

矩阵合并函数	描述
cat(A,B,…,k)	以指定的方向合并矩阵
horzcat(A,B,…)	以水平方向合并矩阵
vertcat(A,B,…)	以竖直方向合并矩阵
repmat(A,m,n)	将A作为块，排成m*n的大矩阵
blkdiag(A,B,…)	生成以A,B,..为对角块的矩阵

5、冒号表达式（序列生成方法）

冒号表达式的一般格式：**v=s1:s2:s3**

还可以用linspace函数产生行向量：linspace(a,b,n)

linspace(a,b,n)与a:(b-a)/(n-1):b等价

【例1-9】 用不同的步距生成 (0,p) 间向量

```
V1=0:0.2:pi
V2=0:pi
V3=pi:-1:0
V4=[0:0.2:pi,pi]
V5=linspace(0,pi,100)
V6=0:pi/100:pi
```

6、矩阵变形

常用改变矩阵形状函数如下表

函数	描述
reshape	更改矩阵的形状
rot90	将矩阵旋转90度
fliplr	将矩阵左右翻转
flipud.	将矩阵上下翻转
flipdim.	将矩阵沿指定方向翻转

函数reshape(A,m,n)，它在矩阵总元素保持不变的前提下，将矩阵A重新排成m×n的二维矩阵。

【例1-5】 将4阶魔方阵形变为2行8列的矩阵

```
reshaps(magic(4),2,8)
```

【例1-6】 将矩阵形A进行各类翻转变化

A = [1 4 7 10; 2 5 8 11; 3 6 9 12]

旋转 90°: **rot90(A)**

左右翻转: **fliplr(A)**

上下翻转: **flipud(A)**

flipdim(A,1)其等价于**flipud(A)**

flipdim(A,2)其等价于**fliplr(A)**

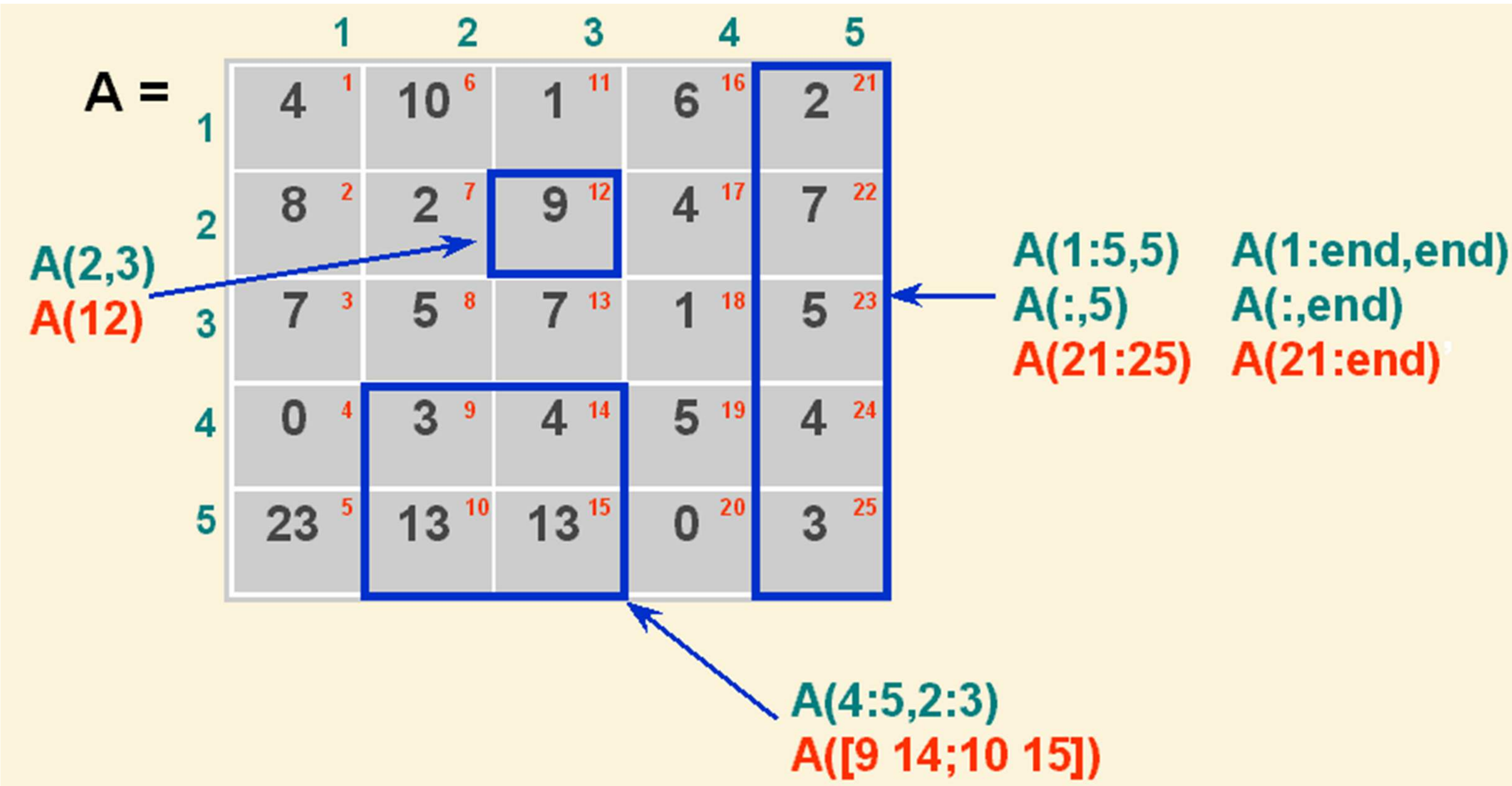
二、对矩阵元素的操作

1、矩阵的索引或下标

- 矩阵**A**中，位于第**i**行、第**j**列的元素可表示为**A(i,j)**
  - ☞i与j即是此元素的下标（**Subscript**）或索引（**Index**）

- **MATLAB**中所有矩阵的内部表示法都是以列为主的一维向量
  - ☞**A(i,j)**和**A(i+(j-1)*m)**是完全一样的~**m**为矩阵**A**的列数

我们可以使用一维或二维下标来存取矩阵




```
A=[4  10  1  6  2;8  2  9  4  7;
   7  5  7  1  5;0  3  4  5  4;23  13  13  0  3]
```

2、矩阵元素

- MATLAB允许用户对一个矩阵的单个元素进行赋值和操作。例如

A(3,2)=200

- 可以借用矩阵可赋值的属性对矩阵进行扩充。例如A为前面给出的矩阵，若将其扩充为6×7矩阵，可这样赋值：

A(6,7)=1

- 也可以采用矩阵元素的序号来引用矩阵元素。矩阵元素按列编号，先第一列，再第二列，依次类推。
- 以m×n矩阵A为例，矩阵元素A(i,j)的序号为：(j-1) *m+i。其相互转换关系也可利用sub2ind和ind2sub函数求得。

3. 子矩阵提取

(1) 利用冒号表达式获得子矩阵

① $A(:,j)$表示取A矩阵的第j列全部元素；$A(i,:)$表示A矩阵第i行的全部元素；$A(i,j)$表示取A矩阵第i行、第j列的元素。

② $A(i:i+m,:)$表示取A矩阵第i~$i+m$行的全部元素；$A(:,k:k+m)$表示取A矩阵第k~$k+m$列的全部元素，$A(i:i+m,k:k+m)$表示取A矩阵第i~$i+m$行内，并在第k~$k+m$列中的所有元素。

③ 利用一般向量和end运算符等来表示矩阵下标，从而获得子矩阵。end表示某一维的末尾元素下标。

【例2-1】子矩阵提取

提取矩阵*A* 全部奇数行，所有列

```
B1=A(1:2:end,:)
```

提取矩阵*A*的 3,2,1 行、2,3,4 列构成子矩阵

```
B2=A([3,2,1],2:4)
```

将矩阵*A* 左右翻转

```
B3=A(:,end:-1:1])
```

将矩阵*A* 2,4列全变为1

```
A(:,[2,4])=ones(4,2)
```

注意：**A(:)**是按一维索引顺序列出**A**的全部元素

4、利用空矩阵删除矩阵的元素

- 在MATLAB中，定义[ ]为空矩阵。给变量X赋空矩阵的语句为X=[ ]。

【注意】X=[ ]与clear X不同，clear是将X从工作空间中删除，而空矩阵则存在于工作空间，只是维数为0。

将某些元素从矩阵中删除，采用将其置为空矩阵的方法就是一种有效的方法。

【例2-2】将矩阵*A* 2,4行删去

```
A([2,3],:)=[]
```

6 选取对角元素

```
A=[1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12]
A1=diag(A)
A2=diag(A,1)
A3=diag(A,-1)
B1=diag(A1,1)
B2=diag(A3,1)
```

7 选取上（下）三角元阵

```
c1=tril(A)
c2=tril(A,1)
c3=tril(A,-1)
d1=triu(A)
d2=triu(A,1)
D3=triu(A,-1)
```

三、 Matlab基本运算

1. 数学运算
2. 逻辑运算
3. 比较运算
4. 集合运算

一、数学运算

1. 基本算术运算

MATLAB的基本算术运算有：
＋(加)、－(减)、*(乘)、/(右除)、\(左除)、^(乘方)、共轭转置（'）正号（+）,负号（-）

【注意】运算是在矩阵意义下进行的，单个数据的算术运算只是一种特例。

2. 点运算

点运算符有.*、./、.\和.^。两矩阵进行点运算是指它们的对应元素进行相关运算，要求两矩阵的维参数相同。

数学运算符之优先级:

1.转置（.'）,幂次（.^）.共轭转置（'）,矩阵幂次（^）
2.正号（+）,负号（-）
3.乘法（.*）,元素右除（./）,元素左除（.\）,矩阵乘法（*）,矩阵右除（/）,矩阵左除（\）
4.加法（+）,减法（-）
5.冒号（:）（例如： x = 1:2:5 等）

同一类的运算符均具有相同的优先度(Priority),因此在计算上，是由左至右依次完成

矩阵的数学运算

矩阵的加减法运算

矩阵的加减与一般标量（Scalar）的加减类似
相加或相减的矩阵必需具有相同的维度

例1: 加减法运算

```
A = [12 34 56 20];
B = [1 3 2 4];
C = A + B
C1= A-B
```

矩阵与纯量可以直接进行加减，MATLAB 会直接将加减应用到每一个元素

```
A=[1 2 3 2 1] + 5
```

矩阵的乘法与除法

标量对矩阵的乘或除，可比照一般写法

```
A = [1 2 3; 4 4 2];
C = A/3
B = 2*A
```

欲进行矩阵相乘，必需确认第一个矩阵的列数（Column Dimension） 必需等于第二个矩阵的行数（Row Dimension）

例2:矩阵的乘法

```
A = [1; 2];
B = [3, 4, 5];
C = A*B
```

矩阵除法

矩阵左除：**AX = B**，求 **X**

MATLAB 求解：**X=A\B**

最小二乘解

若A为非奇异方阵，则$X=A^{-1}B$

矩阵右除：**XA** ＝ **B**，求 **X**

MATLAB求解：**X**=**B/A**最小二乘解

若**A**为非奇异方阵，则$X=BA^{-1}$

注：若**A**为非奇异方阵，则A^{-1}在**Matlab**中为 **inv(*A*)**

矩阵的次方运算

矩阵的次方运算，可由“^”来达成，但矩阵必需是方阵，其次方运算才有意义

例3：
```
A = magic(3);
B = A^2
```

转置和共轭转置矩阵

复数矩阵**z**，其“共轭转置”矩阵（**Conjugate Transpose**）可表示成矩阵**z'**

例4: 矩阵共轭转置

```
i = sqrt(-1);            % 单位虚数
z = [1+i, 2; 3, 1+2i];
w = z'       % 共轭转置(注意z后面的单引号)
```

想得到任何矩阵z的转置（Transpose），则可表示成矩阵矩阵z.′

例5:矩阵的转置

```
i = sqrt(-1);                    % 单位虚数
z = [1+i, 2; 3, 1+2i];
w = z.′  % 单纯转置(注意z后面的句点及单引号
)
```

若z为实数，则z′和z.′的结果是一样的

2、点运算

矩阵对应元素的直接运算

$$C = A.*B \qquad c_{ij} = a_{ij}b_{ij}$$

- 例如

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = A.\wedge A$$

```
A =[1 2 3; 4 5 6; 7 8 0]

B = A.^A
```

3. MATLAB数组运算函数

1. 规则：设$X=(x_{ij})_{m\times n}$，则$f(X)=(f(x_{ij}))_{m\times n}$

2. 常用数学函数

三角与反三角函数	`sin cos tan cot sec csc` `asin acos atan acot asec acsc`
指数与对数	`exp log log10 sqrt pow2`
复变函数	`abs angle conj imag real`
取整函数	`ceil fix floor round rem sign`
坐标转换	`cart2sph cart2pol pol2cart sph2pol`

注：若要对函数进行矩阵运算，方法为：

`funm(X,@f)`

4 矩阵分析计算命令

norm	求矩阵或向量的模
rank	求矩阵的秩
det	求矩阵行列式的值
trace	求矩阵对角元素的和
null	求矩阵的零空间
orth	正交化矩阵
rref	将矩阵化为梯形形式
subspace	两个子空间的夹角