

@考试必备

备考专用资料

科学规划内容－系统复习
备考题库训练－题海战术
多重模拟测试－强化记忆
高频考点汇编－精准高效
历年真题演练－考前冲刺

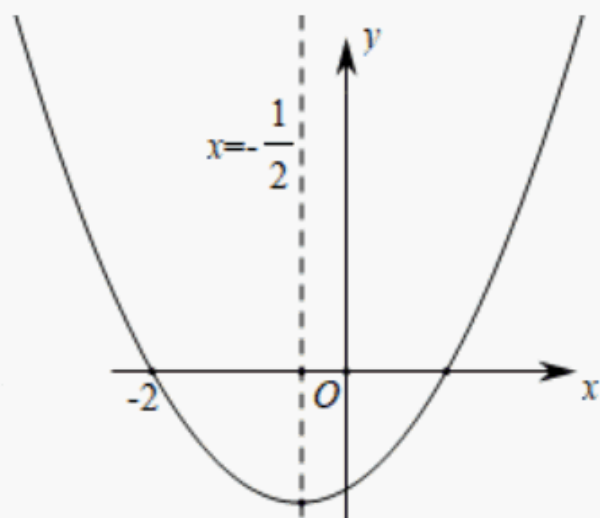
注：下载资料前请认真核对、仔细预览，确认无误后再点击下载。

祝您逢考必过，成功上岸，一战成名

专题 05 二次函数图像与系数的关系型问题

（中考数学特色专题训练卷）

1. （2021•攀枝花）如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$ ，且经过点 $(-2, 0)$ ，下列说法错误的是（ ）



A. $bc < 0$

B. $a = b$

C. 当 $x_1 > x_2 \geq -\frac{1}{2}$ 时， $y_1 > y_2$

D. 不等式 $ax^2+bx+c < 0$ 的解集是 $-2 < x < \frac{3}{2}$

【思路点拨】

根据函数图象和二次函数的性质，可以判断各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题.

【解题过程】

解：由图象可得，

$b > 0$ ， $c < 0$ ，则 $bc < 0$ ，故选项 A 正确；

$\because$ 该函数的对称轴为 $x = -\frac{1}{2}$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2},$$

化简得 $b = a$ ，故选项 B 正确；

$\because$ 该函数图象开口向上，该函数的对称轴为 $x = -\frac{1}{2}$ ，

$\therefore x \geq -\frac{1}{2}$ 时， y 随 x 的增大而增大，

当 $x_1 > x_2 \geq -\frac{1}{2}$ 时， $y_1 > y_2$ ，故选项 C 正确；

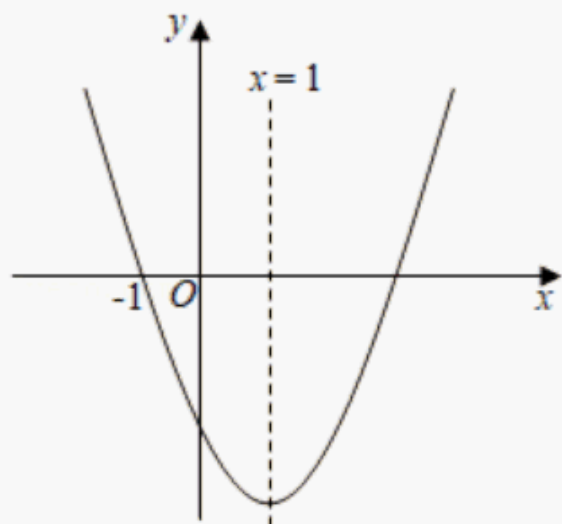
$\because$ 图象的对称轴为 $x = -\frac{1}{2}$ ，且经过点 $(-2, 0)$ ，

$\therefore$ 图象与 x 轴另一个交点为 $(1, 0)$ ，

不等式 $ax^2+bx+c < 0$ 的解集是 $-2 < x < 1$ ，故选项 D 错误；

故选：D.

2. (2021•毕节市) 如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 开口向上，与 x 轴的一个交点为 $(-1, 0)$ ，对称轴为直线 $x=1$. 下列结论错误的是 ()



- A. $abc > 0$ B. $b^2 > 4ac$ C. $4a + 2b + c > 0$ D. $2a + b = 0$

【思路点拨】

利用函数图象的开口，与 y 轴交点坐标，和对称轴，分别判断出 a ， b ， c 的正负，可以判断出 A 选项，由抛物线与 x 轴交点个数，可以判断 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的正负，可以判断出 B 选项，又当 $x=2$ 时， $y=4a+2b+c$ ，根据图象可以判断 C 选项，由对称轴为 $x=1$ ，可以判断 D 选项.

【解题过程】

解：由图象可得，抛物线开口向上，故 $a > 0$ ，

由于抛物线与 y 轴交点坐标为 $(0, c)$ ，

由图象可得， $c < 0$ ，

对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore b < 0,$$

$$\therefore abc > 0,$$

故 A 选项正确；

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore b^2 > 4ac,$$

故 B 选项正确；

由图象可得，当 $x=2$ 时， $y<0$ ，

$$\therefore 4a+2b+c<0,$$

故 C 选项错误；

$\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ，

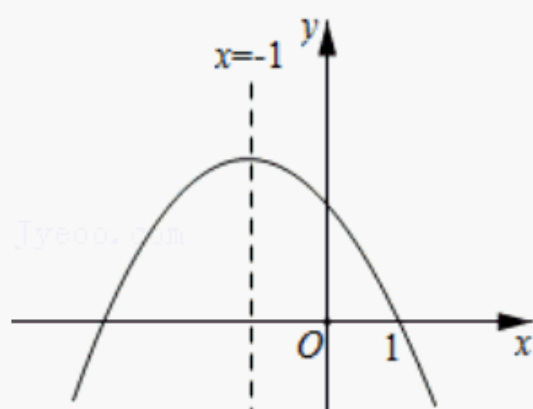
$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore 2a+b=0,$$

故 D 选项正确，

故选： C 。

3. （2021•凉山州）二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的图象如图所示，则下列结论中不正确的是（ ）



A. $abc>0$

B. 函数的最大值为 $a-b+c$

C. 当 $-3\leq x\leq 1$ 时， $y\geq 0$

D. $4a-2b+c<0$

【思路点拨】

利用抛物线开口方向得到 $a<0$ ，根据抛物线的对称性得到 $b=2a<0$ ，根据抛物线与 y 轴的交点位置得到 $c>0$ ，则可对 A 进行判断；利用二次函数的最值问题可对 B 进行判断；利用抛物线与 x 轴的交点与图象可对 C 进行判断；利用 $x=-2$ ， $y>0$ 可对 D 进行判断。

【解题过程】

解： $\because$ 抛物线开口向下，

$$\therefore a<0,$$

$$\because \text{抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore b=2a<0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点坐标在 x 轴上方，

$$\therefore c>0,$$

$\therefore abc > 0$ ，所以 A 不符合题意；

当 $x = -1$ 时，函数的最大值为： $a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = a - b + c$ ，故 B 不符合题意；

由图可知，抛物线与 x 轴的另一交点为 $(-3, 0)$ ，所以 $-3 \leq x \leq 1$ 时， $y \geq 0$ ，故 C 不符合题意；

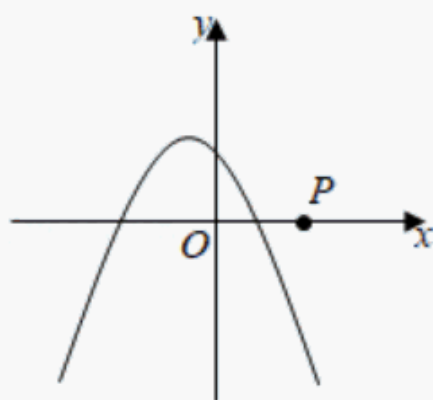
当 $x = -2$ 时， $y > 0$ ，

所以， $a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c > 0$ ，

即 $4a - 2b + c > 0$ ，故 D 符合题意，

故选： D 。

4. (2021·株洲) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，点 P 在 x 轴的正半轴上，且 $OP = 1$ ，设 $M = ac(a + b + c)$ ，则 M 的取值范围为 ()



- A. $M < -1$ B. $-1 < M < 0$ C. $M < 0$ D. $M > 0$

【思路点拨】

法一：由图象得 $x = 1$ 时， $y < 0$ 即 $a + b + c < 0$ ，当 $y = 0$ 时，得抛物线与 x 轴有两个交点， $x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0$ ，即可判断 M 的范围。

法二：根据抛物线开口方向和与 y 轴交点位置确定 a ， c 的取值范围，结合函数图象，当 $x = 1$ 时，函数值为负，求得 $a + b + c < 0$ ，从而求解。

【解题过程】

解：方法一：

$\because OP = 1$ ， P 不在抛物线上，

$\therefore$ 当抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，

$x = 1$ 时， $y = a + b + c < 0$ ，

当抛物线 $y = 0$ 时，得 $ax^2 + bx + c = 0$ ，

由图象知 $x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0$ ，

$\therefore ac < 0$ ，

$$\therefore ac(a+b+c) > 0,$$

$$\text{即 } M > 0,$$

方法二：

$\because$ 抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0;$$

$\because$ 与 y 轴的交点在正半轴，

$$\therefore c > 0;$$

由图象观察知，当 $x=1$ 时，函数值为负，

$$\text{即 } a+b+c < 0,$$

$$\therefore M = ac(a+b+c) > 0.$$

故选：D.

5. (2021•天津) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 经过点 $(-1, -1)$, $(0, 1)$, 当 $x = -2$ 时, 与其对应的函数值 $y > 1$. 有下列结论: ① $abc > 0$; ② 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c-3=0$ 有两个不等的实数根; ③ $a+b+c > 7$. 其中, 正确结论的个数是 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【思路点拨】

① 当 $x=0$ 时, $c=1$, 由点 $(-1, -1)$ 得 $a=b-2$, 由 $x=-2$ 时, 与其对应的函数值 $y > 1$ 可得 $b > 4$, 进而得出 $abc > 0$;

② 将 $a=b-2$, $c=1$ 代入方程, 根据根的判别式即可判断;

③ 将 $a=b-2$, $c=1$ 代入 $a+b+c$, 求解后即可判断.

【解题过程】

解: ① $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 经过点 $(-1, -1)$, $(0, 1)$,

$$\therefore c=1, a-b+c=-1,$$

$$\therefore a=b-2,$$

$\because$ 当 $x=-2$ 时, 与其对应的函数值 $y > 1$.

$$\therefore 4a-2b+1 > 1,$$

$$\therefore 4(b-2)-2b+1 > 1, \text{ 解得: } b > 4,$$

$$\therefore a=b-2 > 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ 故①正确;}$$

② $\because a=b-2, c=1,$

$\therefore (b-2)x^2+bx+1-3=0$, 即 $\therefore (b-2)x^2+bx-2=0$,

$\therefore \Delta=b^2-4\times(-2)\times(b-2)=b^2+8b-16=b(b+8)-16,$

$\because b>4,$

$\therefore \Delta>0,$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c-3=0$ 有两个不等的实数根, 故②正确;

③ $\because a=b-2, c=1,$

$\therefore a+b+c=b-2+b+1=2b-1,$

$\because b>4,$

$\therefore 2b-1>7,$

$\therefore a+b+c>7.$

故③正确;

故选: D .

6. (2021•丹东) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$), 且 $a+b+c=-\frac{1}{2}$, $a-b+c=-\frac{3}{2}$. 判断下列结论: ① $abc<0$; ② $2a+2b+c>0$; ③ 抛物线与 x 轴正半轴必有一个交点; ④ 当 $2\leq x\leq 3$ 时, $y_{\text{最小}}=3a$; ⑤ 该抛物线与直线 $y=x-c$ 有两个交点, 其中正确结论的个数 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【思路点拨】

由题意易知 $b=\frac{1}{2}$, $c=-1-a$, 则有 $c<0$, 进而可判定①②; 当 $x=1$ 时, 则 $y=a+b+c=-\frac{1}{2}$, 当 $x=-1$ 时,

则有 $y=a-b+c=-\frac{3}{2}$, 然后可判定③; 由题意可知抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{4a}<0$, 则有当 $2\leq x\leq 3$

时, y 随 x 的增大而增大, 故可得④; 联立抛物线及直线解析式即可判断⑤.

【解题过程】

解: $\because a+b+c=-\frac{1}{2}$, $a-b+c=-\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 两式相减得 $b=\frac{1}{2}$, 两式相加得 $c=-1-a$,

$\therefore c<0$,

$\because a>0, b>0, c<0$,

$\therefore abc<0$, 故①正确;

$\therefore 2a+2b+c=2a+2\times\frac{1}{2}-1-a=a>0$ ，故②正确；

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，则 $y=a+b+c=-\frac{1}{2}$ ，当 $x=-1$ 时，则有 $y=a-b+c=-\frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 当 $y=0$ 时，则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根一个小于 -1 ，一个根大于 1 ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴正半轴必有一个交点，故③正确；

由题意知抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{4a}<0$ ，

$\therefore$ 当 $2\leq x\leq 3$ 时， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，有最小值，即为 $y=4a+2b+c=4a+1-1-a=3a$ ，故④正确；

联立抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 及直线 $y=x-c$ 可得： $x-c=ax^2+bx+c$ ，整理得： $ax^2-\frac{1}{2}x+2c=0$ ，

$\therefore \Delta=\frac{1}{4}-8ac>0$ ，

$\therefore$ 该抛物线与直线 $y=x-c$ 有两个交点，故⑤正确；

$\therefore$ 正确的个数有 5 个；

故选：D.

7. (2021•荆门) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数) 开口向下且过点 $A(1, 0)$ ， $B(m, 0)$ ($-2<m<-1$)，下列结论：① $2b+c>0$ ；② $2a+c<0$ ；③ $a(m+1)-b+c>0$ ；④ 若方程 $a(x-m)(x-1)-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 $4ac-b^2<4a$ 。其中正确结论的个数是 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【思路点拨】

根据题意得出 $x=-2$ 时函数值的符号和 $x=1$ 时函数的值，以及顶点的纵坐标即可得出答案.

【解题过程】

解：根据题意得 $a+b+c=0$ ，

$\therefore b=-a-c$ ，

当 $x=-2$ 时，有 $4a-2b+c<0$ ，

$\therefore 4a-2(-a-c)+c<0$ ，

$\therefore 2a+c<0$ ，

$\therefore$ ②正确，

由 $2a+c<0$ ，得 $-2a-c>0$ ，

$\therefore 2(-a-c)+c>0$ ，

$$\therefore 2b+c>0,$$

$\therefore$ ①正确,

$$\text{若 } a(m+1) - b+c>0,$$

$$\text{则 } a - b+c> - am,$$

$$\text{取 } x=-1, \text{ 则 } y=a - b+c>0,$$

又 $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a<0, m<0,$$

$$\therefore - am<0$$

$$\therefore - am<a - b+c,$$

$$\text{即 } a(m+1) - b+c>0 \text{ 成立,}$$

$\therefore$ ③正确,

若方程 $a(x-m)(x-1) - 1=0$ 有两个不相等的实数根,

即 $a(x-m)(x-1)=1$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \text{顶点的纵坐标 } \frac{4ac-b^2}{4a} > 1,$$

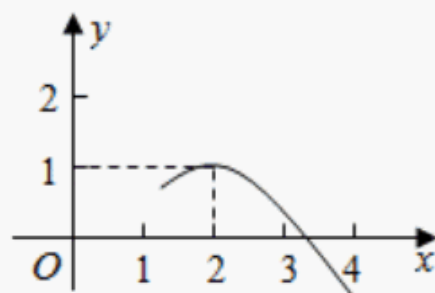
$$\because a<0,$$

$$\therefore 4ac - b^2 < 4a,$$

$\therefore$ ④正确,

故选: A.

8. (2020•广安) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 图象顶点的坐标为 $(2, 1)$, 与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和点 $(4, 0)$ 之间, 有下列结论: ① $abc < 0$; ② $a - b+c > 0$; ③ $c - 4a=1$; ④ $b^2 > 4ac$; ⑤ $am^2+bm+c \leq 1$ (m 为任意实数). 其中正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【思路点拨】

①抛物线的开口方向, 对称轴以及与 y 轴的交点即可判断;

②根据 $x=-1$ 时, $y < 0$, 即可判断.

$$\therefore 2b+c>0,$$

$\therefore$ ①正确,

$$\text{若 } a(m+1) - b+c>0,$$

$$\text{则 } a - b+c> - am,$$

$$\text{取 } x=-1, \text{ 则 } y=a - b+c>0,$$

又 $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a<0, m<0,$$

$$\therefore - am<0$$

$$\therefore - am<a - b+c,$$

$$\text{即 } a(m+1) - b+c>0 \text{ 成立,}$$

$\therefore$ ③正确,

若方程 $a(x-m)(x-1) - 1=0$ 有两个不相等的实数根,

即 $a(x-m)(x-1)=1$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \text{顶点的纵坐标 } \frac{4ac-b^2}{4a} > 1,$$

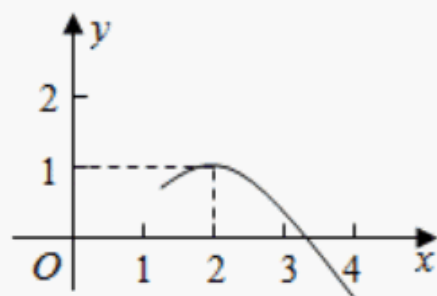
$$\because a<0,$$

$$\therefore 4ac - b^2 < 4a,$$

$\therefore$ ④正确,

故选: A.

8. (2020•广安) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 图象顶点的坐标为 $(2, 1)$, 与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和点 $(4, 0)$ 之间, 有下列结论: ① $abc < 0$; ② $a - b+c > 0$; ③ $c - 4a = 1$; ④ $b^2 > 4ac$; ⑤ $am^2+bm+c \leq 1$ (m 为任意实数). 其中正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【思路点拨】

①抛物线的开口方向, 对称轴以及与 y 轴的交点即可判断;

②根据 $x=-1$ 时, $y < 0$, 即可判断.

$$\therefore 2b+c>0,$$

$\therefore$ ①正确,

$$\text{若 } a(m+1) - b+c>0,$$

$$\text{则 } a - b+c> - am,$$

$$\text{取 } x=-1, \text{ 则 } y=a - b+c>0,$$

又 $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a<0, m<0,$$

$$\therefore - am<0$$

$$\therefore - am<a - b+c,$$

$$\text{即 } a(m+1) - b+c>0 \text{ 成立,}$$

$\therefore$ ③正确,

若方程 $a(x-m)(x-1) - 1=0$ 有两个不相等的实数根,

即 $a(x-m)(x-1)=1$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \text{顶点的纵坐标 } \frac{4ac-b^2}{4a} > 1,$$

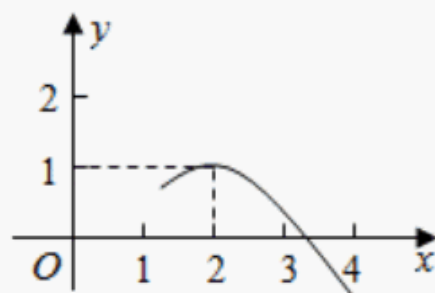
$$\because a<0,$$

$$\therefore 4ac - b^2 < 4a,$$

$\therefore$ ④正确,

故选: A.

8. (2020•广安) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 图象顶点的坐标为 $(2, 1)$, 与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和点 $(4, 0)$ 之间, 有下列结论: ① $abc<0$; ② $a - b+c>0$; ③ $c - 4a=1$; ④ $b^2>4ac$; ⑤ $am^2+bm+c \leq 1$ (m 为任意实数). 其中正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【思路点拨】

①抛物线的开口方向, 对称轴以及与 y 轴的交点即可判断;

②根据 $x=-1$ 时, $y<0$, 即可判断.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【思路点拨】

根据抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标、增减性以及过特殊点时系数 a 、 b 、 c 满足的关系综合判断即可.

【解题过程】

解：对于①：二次函数开口向下，故 $a < 0$ ，与 y 轴的交点在 y 的正半轴，故 $c > 0$ ，故 $ac < 0$ ，因此①错误；

对于②：二次函数的图象与 x 轴相交于 $A(-2, 0)$ 、 $B(1, 0)$ ，由对称性可知，其对称轴为： $x = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$ ，因此②错误；

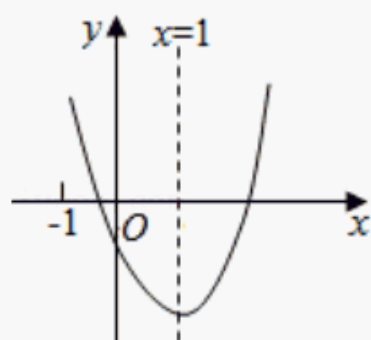
对于③：设二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的交点式为 $y = a(x+2)(x-1) = ax^2 + ax - 2a$ ，比较一般式与交点式的系数可知： $b = a$ ， $c = -2a$ ，故 $2a + c = 0$ ，因此③正确；

对于④：当 $x = -1$ 时对应的 $y = a - b + c$ ，观察图象可知 $x = -1$ 时对应的函数图象的 y 值在 x 轴上方，故 $a - b + c > 0$ ，因此④正确.

∴只有③④是正确的.

故选：C.

11. (2020•滨州) 对称轴为直线 $x=1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 为常数，且 $a \neq 0$) 如图所示，小明同学得出了以下结论：① $abc < 0$ ，② $b^2 > 4ac$ ，③ $4a + 2b + c > 0$ ，④ $3a + c > 0$ ，⑤ $a + b \leq m(am + b)$ (m 为任意实数)，⑥当 $x < -1$ 时， y 随 x 的增大而增大. 其中结论正确的个数为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【思路点拨】

由抛物线的开口方向判断 a 的符号，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断.

【解题过程】

解：①由图象可知： $a > 0$ ， $c < 0$ ，

$$\because -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a < 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ 故①错误;}$$

② $\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore b^2 > 4ac, \text{ 故②正确;}$$

③当 $x=2$ 时, $y=4a+2b+c < 0$, 故③错误;

$$\text{④当 } x=-1 \text{ 时, } y=a-b+c=a-(-2a)+c > 0,$$

$$\therefore 3a+c > 0, \text{ 故④正确;}$$

⑤当 $x=1$ 时, y 取到值最小, 此时, $y=a+b+c$,

$$\text{而当 } x=m \text{ 时, } y=am^2+bm+c,$$

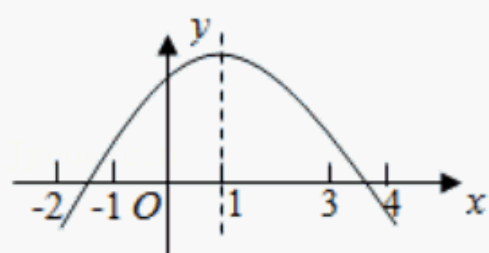
$$\text{所以 } a+b+c \leq am^2+bm+c,$$

$$\text{故 } a+b \leq am^2+bm, \text{ 即 } a+b \leq m(am+b), \text{ 故⑤正确,}$$

⑥当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故⑥错误,

故选: A.

12. (2020•广东) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=1$, 下列结论: ① $abc > 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $8a+c < 0$; ④ $5a+b+2c > 0$, 正确的有 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【思路点拨】

根据抛物线的开口方向、对称轴、与坐标轴的交点判定系数符号及运用一些特殊点解答问题.

【解题过程】

解: 由抛物线的开口向下可得: $a < 0$,

根据抛物线的对称轴在 y 轴右边可得: a, b 异号, 所以 $b > 0$,

根据抛物线与 y 轴的交点在正半轴可得: $c > 0$,

$$\therefore abc < 0, \text{ 故①错误;}$$

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 故②正确;}$$

∵ 直线 $x=1$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴, 所以 $-\frac{b}{2a}=1$, 可得 $b=-2a$,

由图象可知, 当 $x=-2$ 时, $y<0$, 即 $4a-2b+c<0$,

$$\therefore 4a-2 \times (-2a)+c<0,$$

即 $8a+c<0$, 故③正确;

由图象可知, 当 $x=2$ 时, $y=4a+2b+c>0$; 当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c>0$,

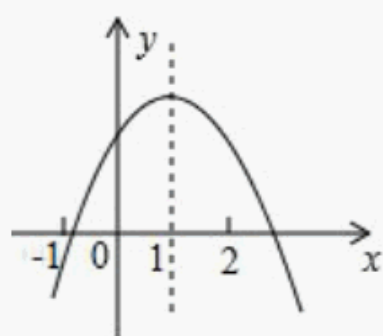
两式相加得, $5a+b+2c>0$, 故④正确;

∴ 结论正确的是②③④3 个,

故选: B.

13. (2020•湘西州) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的对称轴为 $x=1$, 其图象如图所示, 现有下列结论:

① $abc>0$, ② $b-2a<0$, ③ $a-b+c>0$, ④ $a+b>n(an+b)$, ($n \neq 1$), ⑤ $2c<3b$. 正确的是 ()



A. ①③

B. ②⑤

C. ③④

D. ④⑤

【思路点拨】

由抛物线的开口方向判断 a 的符号, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解题过程】

解: ①由图象可知: $a<0$, $b>0$, $c>0$, $abc<0$, 故①错误;

②由于 $a<0$, 所以 $-2a>0$.

又 $b>0$,

所以 $b-2a>0$,

故②错误;

③当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c<0$, 故③错误;

④当 $x=1$ 时, y 的值最大. 此时, $y=a+b+c$,

而当 $x=n$ 时, $y=an^2+bn+c$,

所以 $a+b+c>an^2+bn+c$,

故 $a+b>an^2+bn$, 即 $a+b>n(an+b)$, 故④正确;

∵ 直线 $x=1$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴, 所以 $-\frac{b}{2a}=1$, 可得 $b=-2a$,

由图象可知, 当 $x=-2$ 时, $y<0$, 即 $4a-2b+c<0$,

$$\therefore 4a-2 \times (-2a)+c<0,$$

即 $8a+c<0$, 故③正确;

由图象可知, 当 $x=2$ 时, $y=4a+2b+c>0$; 当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c>0$,

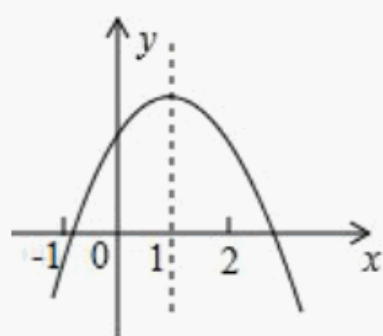
两式相加得, $5a+b+2c>0$, 故④正确;

∴ 结论正确的是②③④3 个,

故选: B.

13. (2020•湘西州) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的对称轴为 $x=1$, 其图象如图所示, 现有下列结论:

① $abc>0$, ② $b-2a<0$, ③ $a-b+c>0$, ④ $a+b>n(an+b)$, ($n \neq 1$), ⑤ $2c<3b$. 正确的是 ()



A. ①③

B. ②⑤

C. ③④

D. ④⑤

【思路点拨】

由抛物线的开口方向判断 a 的符号, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解题过程】

解: ①由图象可知: $a<0$, $b>0$, $c>0$, $abc<0$, 故①错误;

②由于 $a<0$, 所以 $-2a>0$.

又 $b>0$,

所以 $b-2a>0$,

故②错误;

③当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c<0$, 故③错误;

④当 $x=1$ 时, y 的值最大. 此时, $y=a+b+c$,

而当 $x=n$ 时, $y=an^2+bn+c$,

所以 $a+b+c>an^2+bn+c$,

故 $a+b>an^2+bn$, 即 $a+b>n(an+b)$, 故④正确;

∵ 直线 $x=1$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴, 所以 $-\frac{b}{2a}=1$, 可得 $b=-2a$,

由图象可知, 当 $x=-2$ 时, $y<0$, 即 $4a-2b+c<0$,

$$\therefore 4a-2 \times (-2a)+c<0,$$

即 $8a+c<0$, 故③正确;

由图象可知, 当 $x=2$ 时, $y=4a+2b+c>0$; 当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c>0$,

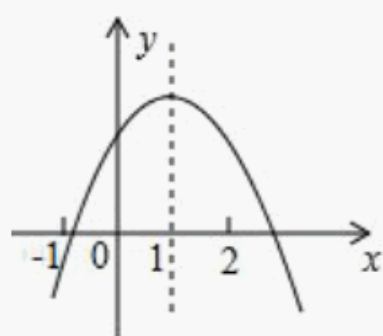
两式相加得, $5a+b+2c>0$, 故④正确;

∴ 结论正确的是②③④3 个,

故选: B.

13. (2020•湘西州) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的对称轴为 $x=1$, 其图象如图所示, 现有下列结论:

① $abc>0$, ② $b-2a<0$, ③ $a-b+c>0$, ④ $a+b>n(an+b)$, ($n \neq 1$), ⑤ $2c<3b$. 正确的是 ()



A. ①③

B. ②⑤

C. ③④

D. ④⑤

【思路点拨】

由抛物线的开口方向判断 a 的符号, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解题过程】

解: ①由图象可知: $a<0$, $b>0$, $c>0$, $abc<0$, 故①错误;

②由于 $a<0$, 所以 $-2a>0$.

又 $b>0$,

所以 $b-2a>0$,

故②错误;

③当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c<0$, 故③错误;

④当 $x=1$ 时, y 的值最大. 此时, $y=a+b+c$,

而当 $x=n$ 时, $y=an^2+bn+c$,

所以 $a+b+c>an^2+bn+c$,

故 $a+b>an^2+bn$, 即 $a+b>n(an+b)$, 故④正确;

$$\therefore 9a+3b > -\frac{3}{2},$$

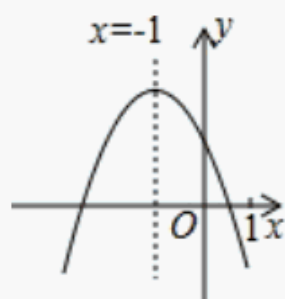
$$\therefore 3a > -\frac{3}{2},$$

$$\therefore a > -\frac{1}{2},$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < a < 0, \text{ 故④正确;}$$

故选：D.

16. (2020•日照) 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的对称轴为直线 $x=-1$ ，下列结论：① $abc < 0$ ；② $3a < -c$ ；③ 若 m 为任意实数，则有 $a-bm \leq am^2+b$ ；④ 若图象经过点 $(-3, -2)$ ，方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 的两根为 x_1, x_2 ($|x_1| < |x_2|$)，则 $2x_1 - x_2 = 5$. 其中正确的结论的个数是 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【思路点拨】

由图象可知 $a < 0$, $c > 0$, 由对称轴得 $b=2a < 0$, 则 $abc > 0$, 故①错误；当 $x=1$ 时, $y=a+b+c=a+2a+c=3a+c < 0$, 得②正确；由 $x=-1$ 时, y 有最大值, 得 $a-b+c \geq am^2+bm+c$, 得③错误；由题意得二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-2$ 的一个交点为 $(-3, -2)$, 另一个交点为 $(1, -2)$, 即 $x_1=1, x_2=-3$, 进而得出④正确, 即可得出结论.

【解题过程】

解：由图象可知： $a < 0$, $c > 0$, $-\frac{b}{2a} = -1$,

$$\therefore b=2a < 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ 故① } abc < 0 \text{ 错误;}$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y=a+b+c=a+2a+c=3a+c < 0,$$

$$\therefore 3a < -c, \text{ 故② } 3a < -c \text{ 正确;}$$

$$\because x=-1 \text{ 时, } y \text{ 有最大值,}$$

$$\therefore a-b+c \geq am^2+bm+c \text{ (} m \text{ 为任意实数),}$$

$$\text{即 } a-b \geq am^2+bm, \text{ 即 } a-bm \geq am^2+b, \text{ 故③错误;}$$

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象经过点 $(-3, -2)$ ，方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 的两根为 x_1, x_2 ($|x_1| < |x_2|$)，

∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-2$ 的一个交点为 $(-3, -2)$ ，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=-1$ ，

∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-2$ 的另一个交点为 $(1, -2)$ ，

即 $x_1=1, x_2=-3$ ，

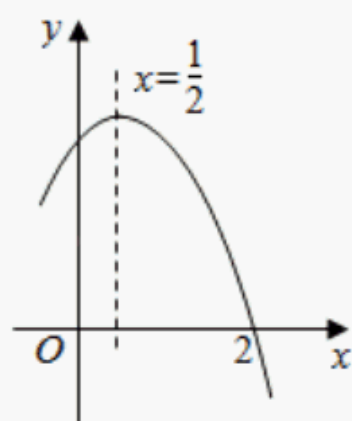
∴ $2x_1 - x_2 = 2 - (-3) = 5$ ，故④正确.

所以正确的是②④；

故选：C.

17. (2021•枣庄) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$ ，且经过点 $(2, 0)$. 下列说法：① $abc < 0$ ；② $-2b+c=0$ ；③ $4a+2b+c < 0$ ；④若 $(-\frac{1}{2}, y_1)$ ， $(\frac{5}{2}, y_2)$ 是抛物线上的两点，

则 $y_1 < y_2$ ；⑤ $\frac{1}{4}b+c > m(am+b) + c$ (其中 $m \neq \frac{1}{2}$) . 正确的结论有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【思路点拨】

抛物线开口向下，且交 y 轴于正半轴及对称轴为 $x=\frac{1}{2}$ ，推导出 $a < 0$ ， $b > 0$ 、 $c > 0$ 以及 a 与 b 之间的关系：

$b = -a$ ；根据二次函数图象经过点 $(2, 0)$ ，可得出 $0 = 4a + 2b + c$ ；再由二次函数的对称性，当 $a < 0$ 时，距

离对称轴越远 x 所对应的 y 越小；由抛物线开口向下，对称轴是 $x=\frac{1}{2}$ ，可知当 $x=\frac{1}{2}$ 时， y 有最大值.

【解题过程】

解：∵抛物线开口向下，且交 y 轴于正半轴，

∴ $a < 0$ ， $c > 0$ ，

∵对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ ，即 $b = -a$ ，

∴ $b > 0$ ，

∴ $abc < 0$ ，

故①正确；

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $(2, 0)$ ，

$$\therefore 0=4a+2b+c,$$

故③不正确；

又可知 $b=-a$ ，

$$\therefore 0=-4b+2b+c, \text{ 即 } -2b+c=0,$$

故②正确；

∵抛物线开口向下，对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$ ，且 $\frac{1}{2}-(-\frac{1}{2})=1$ ， $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=2$ ，

$$\therefore y_1 > y_2,$$

故选④不正确；

∵抛物线开口向下，对称轴是 $x=\frac{1}{2}$ ，

$$\therefore \text{当 } x=\frac{1}{2} \text{ 时，抛物线 } y \text{ 取得最大值 } y_{\max} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 a + \frac{1}{2} b + c = \frac{1}{4} b + c,$$

当 $x=m$ 时， $y_m = am^2 + bm + c = m(am+b) + c$ ，且 $m \neq \frac{1}{2}$ ，

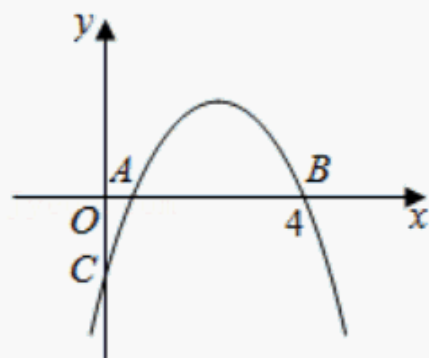
$$\therefore y_{\max} > y_m,$$

故⑤正确，

综上，结论①②⑤正确，

故选：B.

18. (2020•牡丹江) 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴正半轴交于 A, B 两点，与 y 轴负半轴交于点 C . 若点 $B(4, 0)$ ，则下列结论中，正确的个数是 () ① $abc > 0$ ；② $4a+b > 0$ ；③ $M(x_1, y_1)$ 与 $N(x_2, y_2)$ 是抛物线上两点，若 $0 < x_1 < x_2$ ，则 $y_1 > y_2$ ；④若抛物线的对称轴是直线 $x=3$ ， m 为任意实数，则 $a(m-3)(m+3) \leq b(3-m)$ ；⑤若 $AB \geq 3$ ，则 $4b+3c > 0$.



A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

【思路点拨】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/838106044112006132>