浙江省嵊州市 2023 届高三仿真考数学试题试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

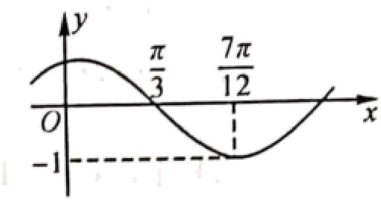
1．已知平面 $ABCD\perp$ 平面 $ADEF, AB\perp AD, CD\perp AD$，且 $AB=3, AD=CD=6, ADEF$ 是正方形，在正方形 $ADEF$ 内部有一点 M，满足 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，则点 M 的轨迹长度为（　　）

A． $\frac{4}{3}$　　**B．16**　　**C．** $\frac{4}{3}\pi$　　**D．** 8π

2．四人并排坐在连号的四个座位上，其中 A 与 B 不相邻的所有不同的坐法种数是（　　）

A．12　　**B．16**　　**C．20**　　**D．8**

3． $f\left(x\right)=A\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0\right)$ 的图象如图所示， $g\left(x\right)=-A\sin\left(\omega x-\varphi\right)$，若将 $y=f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $a\left(a>0\right)$ 个单位长度后所得图象与 $y=g\left(x\right)$ 的图象重合，则 a 可取的值的是（　　）



A． $\frac{1}{12}\pi$　　**B．** $\frac{5}{12}\pi$　　**C．** $\frac{7}{12}\pi$　　**D．** $\frac{11}{12}\pi$

4．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，“$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$”为“$|\vec{a}|\vec{a}=|\vec{b}|\vec{b}$”的（　　）

A． 充分不必要条件　　**B．** 充分必要条件

C． 必要不充分条件　　**D．** 既不充分也不必要条件

5．若集合 **M＝{1，3}，N＝{1，3，5}**，则满足 **M∪X＝N** 的集合 **X** 的个数为(　　)

A．1　　**B．2**

C．3　　**D．4**

6．设 $k>1$，则关于 x,y 的方程 $\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$ 所表示的曲线是（　）

A． 长轴在 y 轴上的椭圆　　**B．** 长轴在 x 轴上的椭圆

C． 实轴在 y 轴上的双曲线　　**D．** 实轴在 x 轴上的双曲线

7．已知α,β是空间中两个不同的平面，m,n是空间中两条不同的直线，则下列说法正确的是（　　）

A．若$m\subset\alpha,n\subset\beta$，且$\alpha\perp\beta$，则$m\perp n$

B．若$m\subset\alpha,n\subset\alpha$，且$m//\beta,n//\beta$，则$\alpha//\beta$

C．若$m\perp\alpha,n//\beta$，且$\alpha\perp\beta$，则$m\perp n$

D．若$m\perp\alpha,n//\beta$，且$\alpha//\beta$，则$m\perp n$

8．某装饰公司制作一种扇形板状装饰品，其圆心角为120°，并在扇形弧上正面等距安装7个发彩色光的小灯泡且在背面用导线相连(弧的两端各一个，导线接头忽略不计)，已知扇形的半径为30厘米，则连接导线最小大致需要的长度为（　　）

A．58厘米　　**B**．63厘米　　**C**．69厘米　　**D**．76厘米

9．在平面直角坐标系中，若不等式组$\begin{cases}x-4y+4\le 0\\2x+y-10\le 0\\5x-2y+2\ge 0\end{cases}$所表示的平面区域内存在点$\left(x_0,y_0\right)$，使不等式$x_0+my_0+1\le 0$成立，则实数$m$的取值范围为（　　）

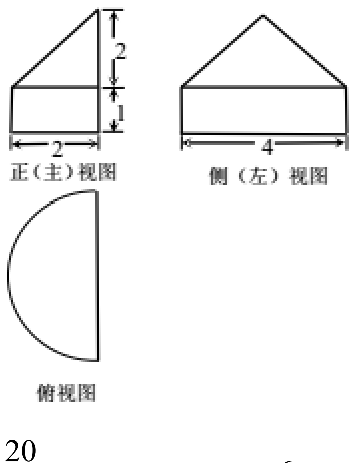
A．$(-\infty,-\frac{5}{2}]$　　**B**．$(-\infty,-\frac{1}{2}]$　　**C**．$[4,+\infty)$　　**D**．$(-\infty,-4]$

10．已知函数$f\left(x\right)$的定义域为$\left[0,2\right]$，则函数$g\left(x\right)=f\left(2x\right)+\sqrt{8-2^x}$的定义域为（ ）

A．$\left[0,1\right]$　　**B**．$\left[0,2\right]$

C．$\left[1,2\right]$　　**D**．$\left[1,3\right]$

11．某几何体的三视图如图所示，其俯视图是由一个半圆与其直径组成的图形，则此几何体的体积是（　　）



A．$\frac{20}{3}\pi$　　**B**．6π　　**C**．$\frac{10}{3}\pi$　　**D**．$\frac{16}{3}\pi$

12．若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线与直线$6x-3y+1=0$垂直，则该双曲线的离心率为（　　）

A. 2　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 **F** 为抛物线 **C**：$x^2=8y$ 的焦点，**P** 为 **C** 上一点，**M**（- 4，3），则△**PMF** 周长的最小值是_____.

14．已知 $f(x)=e^x+e^{ax}$ 是偶函数，则 $f(x)$ 的最小值为___________.

15．小李参加有关“学习强国”的答题活动，要从 4 道题中随机抽取 2 道作答，小李会其中的三道题，则抽到的 2 道题小李都会的概率为_____.

16．设 $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数，且 $f(x)>0$，对任意 $a>0,b>0$，若经过点 $(a,f(a)),(b,-f(b))$ 的一次函数与 x 轴的交点为 $(c,0)$，且 a、b、c 互不相等，则称 c 为 a,b 关于函数 $f(x)$ 的平均数，记为 $M_f(a,b)$.当 $f(x)=$_________ $(x>0)$ 时，$M_f(a,b)$ 为 a,b 的几何平均数 $\sqrt{ab}$.（只需写出一个符合要求的函数即可）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知函数 $f(x)=|x-2|+|x-4|$.

（1）解关于 x 的不等式 $f(x)\le 4$；

（2）若函数 $f(x)$ 的图象恒在直线 $y=|m-1|$ 的上方，求实数 m 的取值范围

18.（12 分）已知点 A、B 分别在 x 轴、y 轴上运动，$|AB|=3$，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$.

（1）求点 M 的轨迹 C 的方程；

（2）过点 $N\left(0,-\frac{3}{5}\right)$ 且斜率存在的直线 l 与曲线 C 交于 P、Q 两点，$E(0,1)$，求 $|EP|^2+|EQ|^2$ 的取值范围.

19.（12 分）设函数 $f(x)=\frac{1+\ln(x+1)}{x}(x>0)$.

（1）若 $f(x)>\frac{k}{x+1}$ 恒成立，求整数 k 的最大值；

（2）求证：$(1+1\times2)\cdot(1+2\times3)\cdots[1+n\times(n+1)]>e^{2n-3}$.

20.（12 分）在平面直角坐标系中，$A(-2,0)$，$B(2,0)$，且 ΔABC 满足 $\tan A\tan B=\frac{1}{2}$

（1）求点 C 的轨迹 E 的方程；

（2）过 $F(-\sqrt{2}$，$0)$ 作直线 MN 交轨迹 E 于 M，N 两点，若 ΔMAB 的面积是 ΔNAB 面积的 2 倍，求直线 MN 的方程.

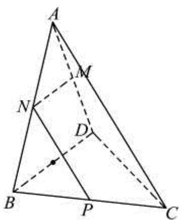
21.（12 分）椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，椭圆 E 上两动点 P,Q 使得四边形 PF_1QF_2

为平行四边形，且平行四边形PF_1QF_2的周长和最大面积分别为**8**和$2\sqrt{3}$.

（**1**）求椭圆E的标准方程；

（**2**）设直线PF_2与椭圆E的另一交点为M，当点F_1在以线段PM为直径的圆上时，求直线PF_2的方程.

22．（10 分）已知三棱锥$A-BCD$中侧面ABD与底面BCD都是边长为**2**的等边三角形，且面$ABD\perp$面BCD，M、N分别为线段AD、AB的中点.P为线段BC上的点，且$MN\perp NP$.



（**1**）证明：P为线段BC的中点；

（**2**）求二面角$A-NP-M$的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**C**

【解析】

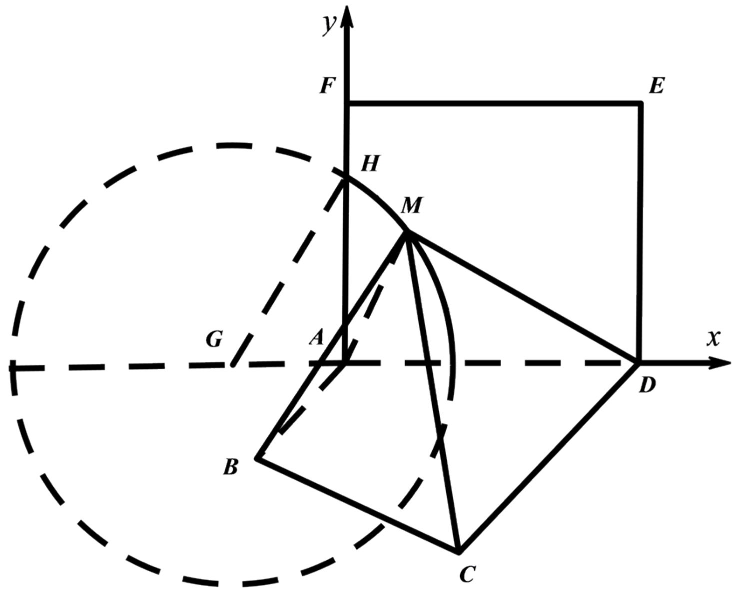
根据MB,MC与平面$ADEF$所成的角相等，判断出$MD=2AM$，建立平面直角坐标系，求得M点的轨迹方程，由此求得点M的轨迹长度.

【详解】

由于平面$ABCD\perp$平面$ADEF$，且交线为AD，$AB\perp AD,CD\perp AD$，所以$AB\perp$平面$ADEF$，$CD\perp$平面$ADEF$.所以$\angle$BMA 和$\angle CMD$分别是直线MB,MC与平面$ADEF$所成的角，所以$\angle BMA=\angle CMD$，所以$\tan\angle BMA=\tan\angle CMD$，即$\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{CD}{MD}$，所以$MD=2AM$.以$A$为原点建立平面直角坐标系如下图所示，则$A(0,0)$，$D(6,0)$，设$M(x,y)$（点$M$在第一象限内），由$MD=2AM$得$MD^2=4AM^2$，即$(x-6)^2+y^2=4(x^2+y^2)$，化简得$(x+2)^2+y^2=4^2$，由于点$M$在第一象限内，所以$M$点的轨迹是以$G(-2,0)$

为圆心，半径为4的圆在第一象限的部分.令$x=0$代入原的方程，解得$y=\pm 2\sqrt{3}$，故$H\left(0,2\sqrt{3}\right)$，由于$GA=2$，所以$\angle HGA=\dfrac{\pi}{3}$，所以点$M$的轨迹长度为$\dfrac{\pi}{3}\times 4=\dfrac{4\pi}{3}$.

故选：C



【点睛】

本小题主要考查线面角的概念和运用，考查动点轨迹方程的求法，考查空间想象能力和逻辑推理能力，考查数形结合的数学思想方法，属于难题.

2．A

【解析】

先将除*A*，*B*以外的两人先排，再将*A*，*B*在**3**个空位置里进行插空，再相乘得答案.

【详解】

先将除*A*，*B*以外的两人先排，有$A_2^2=2$种；再将*A*，*B*在**3**个空位置里进行插空，有$A_3^2=3\times 2=6$种，所以共有$2\times 6=12$种.

故选：A

【点睛】

本题考查排列中不相邻问题，常用插空法，属于基础题.

3．B

【解析】

根据图象求得函数$y=f\left(x\right)$的解析式，即可得出函数$y=g\left(x\right)$的解析式，然后求出变换后的函数解析式，结合题意可得出关于a的等式，即可得出结果.

【详解】

由图象可得 $A=1$，函数 $y=f\left(x\right)$ 的最小正周期为 $T=4\times\left(\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}\right)=\pi$，$\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，

$\because f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(2\times\frac{7\pi}{12}+\varphi\right)=\cos\left(\frac{7\pi}{6}+\varphi\right)=-1$，

则 $\frac{7\pi}{6}+\varphi=\pi+2k\pi\left(k\in Z\right)$，$\therefore\varphi=-\frac{\pi}{6}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，取 $\varphi=-\frac{\pi}{6}$，

$\therefore f\left(x\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，则 $g\left(x\right)=-\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

$\therefore g\left(x\right)=f\left(x+a\right)=\cos\left(2x+2a-\frac{\pi}{6}\right)$，$2a-\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，可得 $a=\frac{5\pi}{12}+k\pi\left(k\in Z\right)$，

当 $k=0$ 时，$a=\frac{5\pi}{12}$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查利用图象求函数解析式，同时也考查了利用函数图象变换求参数，考查计算能力，属于中等题.

4．**B**

【解析】

由数量积的定义可得 $\vec{a}^2=\left|\vec{a}\right|^2>0$,为实数,则由 $\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$ 可得 $\left|\vec{a}\right|^2\vec{b}=\left|\vec{b}\right|^2\vec{a}$,根据共线的性质,可判断 $\vec{a}=\vec{b}$；再根据 $\left|\vec{a}\right|\vec{a}=\left|\vec{b}\right|\vec{b}$ 判断 $\vec{a}=\vec{b}$,由等价法即可判断两命题的关系.

【详解】

若 $\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$ 成立,则 $\left|\vec{a}\right|^2\vec{b}=\left|\vec{b}\right|^2\vec{a}$,则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同,且 $\left|\vec{a}\right|^2\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{b}\right|^2\left|\vec{a}\right|$,从而 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$,所以 $\vec{a}=\vec{b}$；

若 $\left|\vec{a}\right|\vec{a}=\left|\vec{b}\right|\vec{b}$,则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相同,且 $\left|\vec{a}\right|^2=\left|\vec{b}\right|^2$,从而 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$,所以 $\vec{a}=\vec{b}$.

所以“$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$”为“$\left|\vec{a}\right|\vec{a}=\left|\vec{b}\right|\vec{b}$”的充分必要条件.

故选:**B**

【点睛】

本题考查充分条件和必要条件的判定,考查相等向量的判定,考查向量的模、数量积的应用.

5．**D**

【解析】

X 可以是 $\{5\},\{1,5\},\{3,5\},\{1,3,5\}$ 共 **4** 个，选 **D.**

6．**C**

【解析】

根据条件，方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$．即$\dfrac{y^2}{k^2-1}-\dfrac{x^2}{k+1}=1$，结合双曲线的标准方程的特征判断曲线的类型．

【详解】

解：∵*k*＞1，∴1+*k*>0，*k*²-1＞0，

方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$，即$\dfrac{y^2}{k^2-1}-\dfrac{x^2}{k+1}=1$，表示实轴在***y***轴上的双曲线，

故选 ***C***.

【点睛】

本题考查双曲线的标准方程的特征，依据条件把已知的曲线方程化为$\dfrac{y^2}{k^2-1}-\dfrac{x^2}{k+1}=1$是关键．

7．**D**

【解析】

利用线面平行和垂直的判定定理和性质定理,对选项做出判断，举出反例排除.

【详解】

解：对于A，当$m\subset\alpha,n\subset\beta$，且$\alpha\perp\beta$，则$m$与$n$的位置关系不定，故错；

对于B，当$m//n$时，不能判定$\alpha//\beta$，故错；

对于C，若$m\perp\alpha,n//\beta$，且$\alpha\perp\beta$，则m与n的位置关系不定，故错；

对于D，由$m\perp\alpha,\alpha//\beta$可得$m\perp\beta$，又$n//\beta$，则$m\perp n$故正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查空间线面位置关系.判断线面位置位置关系利用好线面平行和垂直的判定定理和性质定理. 一般可借助正方体模型，以正方体为主线直观感知并准确判断.

8．**B**

【解析】

由于实际问题中扇形弧长较小，可将导线的长视为扇形弧长，利用弧长公式计算即可.

【详解】

因为弧长比较短的情况下分成 **6** 等分，

所以每部分的弦长和弧长相差很小，可以用弧长近似代替弦长，

故导线长度约为$\frac{2\pi}{3}\times 30=20\pi\approx$**63(厘米).**

故选：*B*.

【点睛】

本题主要考查了扇形弧长的计算，属于容易题.

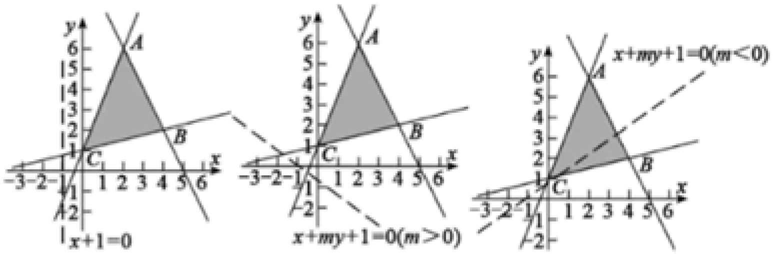
9．**B**

【解析】

依据线性约束条件画出可行域，目标函数$x_0+my_0+1\le 0$恒过$D\left(-1,0\right)$，再分别讨论m的正负进一步确定目标函数与可行域的基本关系，即可求解

【详解】

作出不等式对应的平面区域，如图所示：



其中$A\left(2,6\right)$，直线$x+my+1=0$过定点$D\left(-1,0\right)$，

当$m=0$时，不等式$x+1\le 0$表示直线$x+1=0$及其左边的区域，不满足题意；

当$m>0$时，直线$x+my+1=0$的斜率$-\frac{1}{m}<0$，

不等式$x+my+1\le 0$表示直线$x+my+1=0$下方的区域，不满足题意；

当$m<0$时，直线$x+my+1=0$的斜率$-\frac{1}{m}>0$，

不等式$x+my+1\le 0$表示直线$x+my+1=0$上方的区域，

要使不等式组所表示的平面区域内存在点$\left(x_0,y_0\right)$，

使不等式$x_0+my_0+1\le 0$成立，只需直线$x+my+1=0$的斜率$-\frac{1}{m}\le k_{AD}=2$，解得$m\le-\frac{1}{2}$.

综上可得实数m的取值范围为$(-\infty,-\frac{1}{2}]$，

故选：B.

【点睛】

本题考查由目标函数有解求解参数取值范围问题，分类讨论与数形结合思想，属于中档题

10．**A**

【解析】

试题分析：由题意，得$\begin{cases}0\le 2x\le 2\\ 8-2^x\ge 0\end{cases}$，解得$0\le x\le 1$，故选 **A.**

考点：函数的定义域.

11．**C**

【解析】

由三视图可知，该几何体是下部是半径为 **2**，高为 **1** 的圆柱的一半，上部为底面半径为 **2**，高为 **2** 的圆锥的一半，所以，半圆柱的体积为$V_1=\frac{1}{2}\times 2^2\times\pi\times 1=2\pi$，上部半圆锥的体积为$V_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times 2\pi\times 2^2=\frac{4\pi}{3}$，所以该几何体的体积为$V=V_1+V_2=2\pi+\frac{4\pi}{3}=\frac{10\pi}{3}$，故应选$C$.

12．**B**

【解析】

由题中垂直关系，可得渐近线的方程，结合$c^2=a^2+b^2$，构造齐次关系即得解

【详解】

双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线与直线$6x-3y+1=0$垂直.

∴双曲线的渐近线方程为$y=\pm\frac{1}{2}x$.

$\therefore\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，得$4b^2=a^2,c^2-a^2=\frac{1}{4}a^2$.

则离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：**B**

【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线和离心率，考查了学生综合分析，概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$\mathbf{5}+\sqrt{17}$

【解析】

$\Delta \boldsymbol{PMF}$ 的周长最小，即求$|PM|+|PF|$最小，过P做抛物线准线的垂线，垂足为Q，转化为求$|PM|+|PQ|$最小，数形结合即可求解.

【详解】

如图，F 为抛物线 C：$x^2=8y$ 的焦点，P 为 C 上一点，M（﹣ 4，3），

抛物线 C：$x^2=8y$ 的焦点为 F（0，2），准线方程为 $y=$﹣ 2.

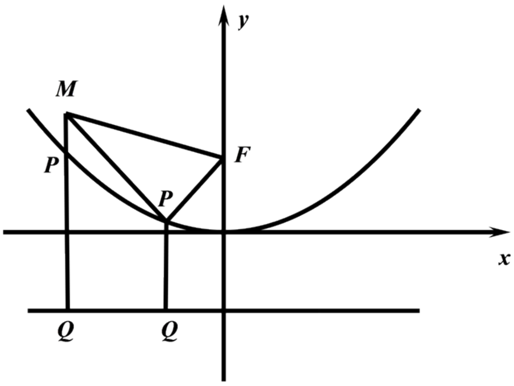
过 P 作准线的垂线，垂足为 Q，则有 $|PF|=|PQ|$

$|PM|+|PF|=|PM|+|PQ|\geq|MQ|=5$，

当且仅当 M,P,Q 三点共线时，等号成立，

所以△PMF 的周长最小值为 $5+\sqrt{(-4)^2+(3-2)^2}=5+\sqrt{17}$.

故答案为：$5+\sqrt{17}$.



【点睛】

本题考查抛物线定义的应用，考查数形结合与数学转化思想方法，属于中档题.

14．2

【解析】

由偶函数性质可得 $f(1)=f(-1)$，解得 $a=-1$，再结合基本不等式即可求解

【详解】

令 $f(1)=f(-1)$ 得 $a=-1$，所以 $f(x)=e^x+e^{-x}\geq 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}=2$，当且仅当 $x=0$ 时取等号.

故答案为：2

【点睛】

考查函数的奇偶性、基本不等式，属于基础题

15．$\dfrac{1}{2}$

【解析】

从四道题中随机抽取两道共 6 种情况，抽到的两道全都会的情况有 3 种，即可得到概率.

【详解】