

四川省德阳市 2023-2024 学年高一下学期期末教学质量监测考

试数学试卷

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, 集合 $B = \{x | x > 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
- A. $\{x | 0 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 < x < 0\}$
- C. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$
2. 若 $x < t$ 是 $x < 3$ 的充分不必要条件, 则 t 的取值范围是 $(\quad)$
- A. $(-\infty, 3]$ B. $(-\infty, 3)$ C. $[3, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$
3. 省教育厅复查验收省一级示范校之际, 某学校将从高一年级 21 个班中用分层抽样的方法抽 6 个班进行问卷调查, 已知 1—14 班为物理班, 15—21 班为历史班, 则抽到物理班的个数是 $(\quad)$
- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5
4. 下列说法正确的是 $(\quad)$
- A. 平面 α 、 β , 使得 α 、 β 有且只有一个公共点
- B. 若直线 $l \not\subset$ 平面 α , 则 $\forall P \in l, P \notin \alpha$
- C. 三平面最多把空间分成 7 部分
- D. 若 3 个平面两两相交, 且交线互不相同, 则 3 条交线互相平行或交于一点
5. $\frac{\left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right|^2}{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^2} = (\quad)$
- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
6. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 且 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\alpha = (\quad)$
- A. $\frac{2\sqrt{6}+1}{6}$ B. $\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$ C. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$
7. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+\pi) = f(x) + \sin x$, 当 $0 \leq x < \pi$ 时, $f(x) = \cos x$, 则

$$f\left(\frac{8\pi}{3}\right) = (\quad)$$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 0

8. 若 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-4, 2)$, $\vec{c} = (2, k)$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{c}$ 方向上的投影向量为 ()

- A. $\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)$ B. $\left(-\frac{6}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ C. $\left(-\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)$ D. $\left(\frac{6}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

二、多选题

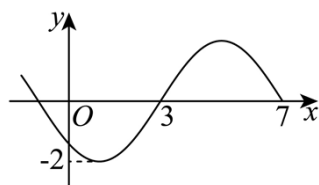
9. 下列函数为奇函数，且在定义域内单调递增的是 ()

- A. $f(x) = -\frac{1}{x}$ B. $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$
C. $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$ D. $f(x) = x^3 - x$

10. 关于中位数、方差、众数、标准差，下列说法正确的是 ()

- A. 将一组数据的每个数都增加 2，则这组数据的中位数也增加 2
B. 将一组数据的每个数都增加 2，则这组数据的方差也增加 2
C. 将一组数据的每个数都增加到 2 倍，则这组数据的众数也增加到 2 倍
D. 将一组数据的每个数都增加到 2 倍，则这组数据的标准差也增加到 2 倍

11. $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\pi < \varphi < 0$) 如图所示，则 ()



- A. $f(x)$ 在 $[1+8k, 5+8k]$, $k \in \mathbf{Z}$ 上单调递增
B. $A = 2, \omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = -\frac{\pi}{4}$
C. 若先把 $f(x)$ 的图象左移 2 个单位，再把横坐标伸长到原来的 2 倍得函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)$ 在 $[0, 8]$ 的值域为 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
D. 若先把 $f(x)$ 图象的横坐标伸长到原来的 2 倍，再左移 2 个单位得函数 $h(x)$ 的图象，则 $h(x)$ 是偶函数

12. 圆台的上下底分别是直径为 2、4 的圆，高为 2，则 ()

A. 圆台的表面积为 30π

B. 圆台的体积为 $\frac{14\pi}{3}$

C. 圆台外接球表面积为 $\frac{65\pi}{4}$

D. 圆台能装下最大球的体积为 $\frac{32\pi}{3}$

三、填空题

13. 若 $x = \log_2 3$, 则 $4^x =$ _____.

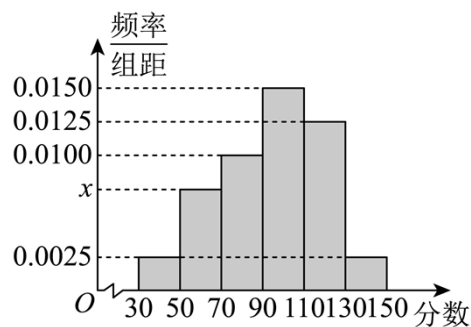
14. 正方体的棱与体对角线所成角的正切值为 _____.

15. 若函数 $y = \sin x + a \cos x$ 的最大值为 $\sqrt{5}$, 则实数 $a =$ _____.

16. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数满足 $f(2+x) = f(-x)$, $f(3+x) = -f(1-x)$, 则 $f(2024) =$ _____.

四、解答题

17. 在一次数学考试中, 某同学根据全年级 800 名同学的考试成绩, 绘制了如下频率分布直方图. 因失误第二组高度磨损, 用 x 代替. 请根据该频率分布图, 回答下列问题.



(1) 求 x 的值;

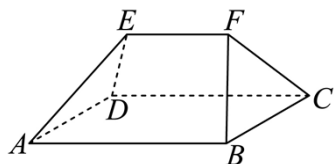
(2) 估计这次考试全年级由高到低前 240 名同学的平均分 (精确到整数).

18. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $A = 30^\circ, b = 2$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 有两解, 求边长 a 的取值范围;

(2) 若 $b \cos C + c \cos B = \sqrt{13}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

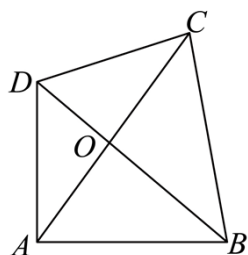
19. 我国古代数学名著《九章算术》中记载的“刍甍”(chumeng)是指底面为矩形, 顶部只有一条棱的五面体, 如图, 五面体 $ABCDEF$ 是一个刍甍, 其中底面 $ABCD$ 是矩形, 侧面 $VBCF$ 是直角三角形, $BC \perp BF$. 求证:



(1) $AB \parallel EF$;

(2) $AD \perp AE$.

20. 如图, 四边形 $ABCD$ 的三边 $AB = AD = CD = 2$, $AB \perp AD$, $\angle ADC = 120^\circ$, 对角线 AC 交 BD 于 O .



(1) 若 $\vec{AC} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AD}$, 求 $\lambda + \mu$ 的值;

(2) 求 $\angle COD$ 的余弦值.

21. 已知函数 $f(x) = e^x + me^{-x}$ ($m \in \mathbf{R}$), 且 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称.

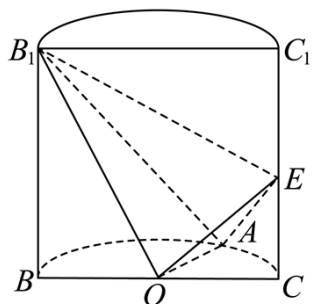
(1) 求 m 的值并证明 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增;

(2) 若不等式 $f(\sin x) < f(n - \cos x)$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求实数 n 的取值范围.

22. 如图, 已知平面 BCC_1B_1 是圆柱的轴截面, 底面直径 $BC = 2$, 母线 $CC_1 = \sqrt{3}$, O 为底面圆

心, A 为底面半圆弧 BC 上的动点 (不含端点), E 为母线 CC_1 上的动点 (含端点),

$\angle AOC = \alpha$, $\angle EOC = \beta$.



(1) 请用 α 、 β 的三角函数值表示三棱锥 $B_1 - AOE$ 的体积 V , 求 α 、 β 的取值范围并求 V 的最大值;

(2)若三棱锥 $B_1 - AOE$ 的体积为 $\frac{1}{2}$ ，当 $\left(2\sin\alpha + \frac{1}{2}\tan\beta\right)$ 最小时，求直线 AE 与半圆柱底面所成角的大小.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	D	B	B	C	D	BC	ACD
题号	11	12								
答案	AD	BC								

1. A

【分析】先求出集合 A，再求两集合的交集.

【详解】由 $x^2 - x - 2 < 0$ ，得 $(x+1)(x-2) < 0$ ，解得 $-1 < x < 2$ ，

所以 $A = \{x | -1 < x < 2\}$ ，

因为 $B = \{x | x > 0\}$ ，

所以 $A \cap B = \{x | 0 < x < 2\}$.

故选：A

2. B

【分析】利用充分不必要条件的判断方法，借助于数轴理解即得 t 的取值范围.

【详解】因 $x < t$ 是 $x < 3$ 的充分不必要条件，可得， $(-\infty, t) \subseteq (-\infty, 3)$ 但 $(-\infty, t) \neq (-\infty, 3)$ ，

故得 $t < 3$ ，即 t 的取值范围是 $(-\infty, 3)$.

故选：B.

3. C

【分析】利用分层抽样的定义结合题意直接求解即可.

【详解】由题意得抽到物理班的个数为

$$\frac{14}{21} \times 6 = 4.$$

故选：C

4. D

【分析】对于 A，利用基本事实 3 分析即得；对于 B，由直线 $l \not\subset$ 平面 α 的情况 $l \parallel \alpha = P$ 即可排除；对于 C，结合长方体的模型即可排除；对于 D，对于符合条件的情况，结合模型即可分析得到.

【详解】对于 A，利用基本事实 3 知，平面 α 、 β 如果有一个公共点，那么它们必有一条含该公共点的直线，故 A 错误；

对于 B，由直线 $l \not\subset$ 平面 α ，则 $l \parallel \alpha$ 或 l 与 α 相交，当 $l \parallel \alpha = P$ 时，则有 $P \in l, P \in \alpha$

，故 B 错误；

对于 C，当三个平面是长方体中两两垂直的平面时，可以将空间分成 8 部分，故 C 错误；

对于 D，当 3 个平面两两相交，且交线互不相同，则这 3 个平面可看成一个三棱柱或三棱锥的三个侧面，

利用棱柱与棱锥的定义可得，3 条交线互相平行或交于一点，故 D 正确。

故选：D.

5. B

【分析】根据复数的运算法则即可求解.

$$\text{【详解】} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{3}{4}i^2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \text{ 又因为 } \left|\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right|^2 = \left(\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right)^2 = 1,$$

$$\text{所以 } \frac{\left|\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right|^2}{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2} = \frac{1}{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

故选：B

6. B

【分析】先由已知条件求出 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ ，再由 $\cos\alpha = \cos\left[\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6}\right]$ 化简后可求得结果.

【详解】因为 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ，所以 $\alpha - \frac{\pi}{6} \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ ，

因为 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} > 0$ ，所以 $\alpha - \frac{\pi}{6} \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ ，

$$\text{所以 } \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3},$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \cos\alpha &= \cos\left[\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6}\right] \\ &= \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6} - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{6} - 1}{6}. \end{aligned}$$

故选：B

7. C

【分析】利用函数的递推公式 $f(x+\pi)=f(x)+\sin x$, 将 $f\left(\frac{8\pi}{3}\right)$ 转化为 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{5\pi}{3}$,

再由 $0\leq x<\pi$ 时, $f(x)=\cos x$ 计算 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, 代入即得.

【详解】因 $f(x+\pi)=f(x)+\sin x$, 则 $f\left(\frac{8\pi}{3}\right)=f\left(\frac{5\pi}{3}\right)+\sin\frac{5\pi}{3}=f\left(\frac{5\pi}{3}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\text{又 } f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\sin\frac{2\pi}{3}=\cos\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{故 } f\left(\frac{8\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{1}{2}.$$

故选: C.

8. D

【分析】由 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$ 求得 k 值, 根据投影向量的定义公式计算即得.

【详解】由 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$ 可得, $-4k=2\times 2$, 解得 $k=-1$, 则 $\vec{c}=(2,-1)$,

$$\vec{a} \text{ 在 } \vec{c} \text{ 方向上的投影向量为 } \frac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{|\vec{c}|^2}\cdot\vec{c}=\frac{3}{5}\vec{c}=\left(\frac{6}{5},-\frac{3}{5}\right).$$

故选: D.

9. BC

【分析】首先求出各函数的定义域, 根据奇函数的定义判断函数的奇偶性, 再结合函数单调性的定义和复合函数的单调性判断即可.

【详解】对于 A, 定义域为 $(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$,

$$f(-x)=\frac{1}{-x}=-f(x), \text{ 所以 } f(x)=-\frac{1}{x} \text{ 为奇函数,}$$

$f(x)=-\frac{1}{x}$ 在 $(-\infty, 0)$, $(0, +\infty)$ 上单调递增, 但在定义域内不是单调递增, 故 A 错误;

对于 B, 定义域为 $\mathbb{R}$,

$$f(-x)=\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}=-\frac{e^x-1}{e^x+1}=-f(x),$$

所以 $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$ 为奇函数,

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a>b$,

$$f(a)-f(b)=\frac{e^a-1}{e^a+1}-\frac{e^b-1}{e^b+1}=\frac{(e^a-1)(e^b+1)-(e^b-1)(e^a+1)}{(e^a+1)(e^b+1)}$$

$$= \frac{2(e^a + e^b)}{(e^a + 1)(e^b + 1)} > 0,$$

所以 $f(a) > f(b)$,

所以 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增, 故 B 正确;

对于 C, 定义域为 $(-1, 1)$,

$$f(-x) = \lg \frac{1-x}{1+x} = -\lg \frac{1+x}{1-x} = -f(x), \text{ 所以 } f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x} \text{ 为奇函数,}$$

$$f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x} = \lg \left(-1 + \frac{2}{1-x} \right),$$

令 $t = -1 + \frac{2}{1-x}$, 因为 $y = 1-x$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递减,

所以 $y = \frac{1}{1-x}$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递增,

所以 $t = -1 + \frac{2}{1-x}$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递增,

又 $y = \lg t$ 为增函数, 所以 $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递增, 故 C 正确;

对于 D, 定义域为 $\mathbb{R}$,

$$f(-x) = (-x)^3 + x = -x^3 - x = -f(x),$$

所以 $f(x) = x^3 - x$ 为奇函数,

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a > b$,

$$f(a) - f(b) = a^3 - a - b^3 + b = (a-b)(a^2 + ab + b^2) - (a-b)$$

$$= (a-b)(a^2 + ab + b^2 - 1),$$

$a^2 + ab + b^2 - 1$ 不恒大于 0, 故 $f(x) = x^3 - x$ 在定义域内不单调递增, 故 D 错误.

故选: BC.

10. ACD

【分析】对于 A, 根据中位数的定义分析判断, 对于 B, 根据方差的性质分析判断, 对于 C, 根据众数的定义分析判断, 对于 D, 根据标准差的性质分析判断.

【详解】对于 A, 将一组数据的每个数都增加 2, 则可知这一组数的最中间的数或最中间两个数的平均数也增加 2,

所以这组数据的中位数也增加 2, 所以 A 正确,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/845234012244011313>