# 安徽省合肥八中2023年高三下学期第二次阶段性考试数学试题试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．将函数$y=\sin 2x$的图像向左平移$\varphi(\varphi>0)$个单位得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图像，则$\varphi$的最小值为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{12}$　　C．$\frac{11\pi}{12}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

2．将函数$y=\sin(3x+\varphi)$的图象沿$x$轴向左平移$\frac{\pi}{9}$个单位长度后，得到函数$f(x)$的图象，则“$\varphi=\frac{\pi}{6}$”是“$f(x)$是偶函数”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．过双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F$作双曲线$C$的一条弦$AB$，且$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$，若以$AB$为直径的圆经过双曲线$C$的左顶点，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

4．我国著名数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界瞩目的成就，哥德巴赫猜想内容是“每个大于2的偶数可以表示为两个素数的和”（注：如果一个大于1的整数除了1和自身外无其他正因数，则称这个整数为素数），在不超过15的素数中，随机选取2个不同的素数$a$、$b$，则$|a-b|<3$的概率是（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{4}{15}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{5}$

5．已知倾斜角为$\theta$的直线$l$与直线$x+2y-3=0$垂直，则$\sin\theta=$（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6．已知集合$A=\{1,2,3,4,5,6\}$的所有三个元素的子集记为$B_1,B_2,B_3\ldots,B_n,n\in N^*$．记$b_i$为集合$B_i$中的最大元素，则$b_1+b_2+b_3+\ldots+b_n=$（　　）

A．45　　B．105　　C．150　　D．210

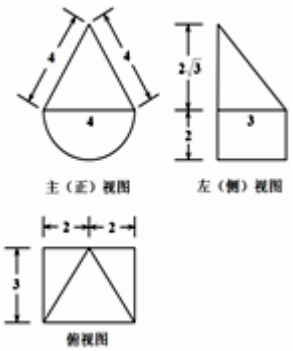
7．已知函数$f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=xe^{-x}$.若存在$x_1\in(0,+\infty)$，$x_2\in R$使得$f(x_1)=g(x_2)=k(k<0)$成立，则

$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 e^k$ 的最大值为（　　）

**A.** $e^2$　　**B.** $e$

**C.** $\frac{4}{e^2}$　　**D.** $\frac{1}{e^2}$

8．一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为（　　）




**A.** $\frac{32\sqrt{3}}{3}+6\pi$　　**B.** $8\sqrt{3}+6\pi$

**C.** $\frac{32\sqrt{3}}{3}+\frac{16\pi}{3}$　　**D.** $8\sqrt{3}+\frac{16\pi}{3}$

9．已知复数 $z_1=\cos 23^\circ+i\sin 23^\circ$ 和复数 $z_2=\cos 37^\circ+i\sin 37^\circ$，则 $z_1\cdot z_2$ 为

**A.** $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　**B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$　　**C.** $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　**D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

10．设 $y=f(x)$ 是定义域为 $R$ 的偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 单调递增，$a=\log_{0.2}0.3, b=\log_2 0.3$，则（　　）

**A.** $f(a+b)>f(ab)>f(0)$　　**B.** $f(a+b)>f(0)>f(ab)$

**C.** $f(ab)>f(a+b)>f(0)$　　**D.** $f(ab)>f(0)>f(a+b)$

11．设 $f'(x)$ 函数 $f(x)(x>0)$ 的导函数，且满足 $f'(x)>\frac{2f(x)}{x}$，若在 $\Delta ABC$ 中，$\angle A=\frac{3\pi}{4}$，则（　　）

**A.** $f(\sin A)\sin^2 B<f(\sin B)\sin^2 A$　　**B.** $f(\sin C)\sin^2 B<f(\sin B)\sin^2 C$

**C.** $f(\cos A)\sin^2 B>f(\sin B)\cos^2 A$　　**D.** $f(\cos C)\sin^2 B>f(\sin B)\cos^2 C$

12．集合 $A=\{x|x^2-x-2\le 0\}$，$B=\{x|x-1<0\}$，则 $A\cup B$=(　)

**A.** $\{x|x<1\}$　　**B.** $\{x|-1\le x<1\}$

C．$\{x|x\le 2\}$　　D．$\{x|-2\le x<1\}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在$(2-x)^5$的展开式中，$x^3$项的系数是_____（用数字作答）.

14．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(2x+\varphi)-\cos(2x+\varphi)(0\le\varphi<\pi)$是定义在$R$上的奇函数，则$f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$的值为_____.

15.已知三棱锥$P-ABC$中，$AB\perp BC$，$PA=PB=AB=2\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{2}$，且二面角$P-AB-C$的大小为$135°$，则三棱锥$P-ABC$外接球的表面积为_____.

16．已知复数$z=(m^2-2)+(m-1)i$对应的点位于第二象限，则实数$m$的范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$(1,\frac{\sqrt{6}}{2})$.

（Ⅰ）求椭圆$C$的方程；

（Ⅱ）设$Q$是椭圆$C$上且不在$x$轴上的一个动点，$O$为坐标原点，过右焦点$F$作$OQ$的平行线交椭圆于$M$、$N$两个不同的点，求$\frac{|MN|}{|OQ|^2}$的值.

18．（12 分）已知函数$f(x)=x\ln x+x$，$g(x)=\frac{x}{e^x}$.

（1）若不等式$f(x)g(x)\le ax^2$对$x\in[1,+\infty)$恒成立，求$a$的最小值；

（2）证明：$f(x)+1-x>g(x)$.

（3）设方程$f(x)-g(x)=x$的实根为$x_0$.令$F(x)=\begin{cases}f(x)-x, 1<x\le x_0,\\ g(x), x>x_0,\end{cases}$若存在$x_1$，$x_2\in(1,+\infty)$，$x_1<x_2$，使得$F(x_1)=F(x_2)$，证明：$F(x_2)<F(2x_0-x_1)$.

19．（12 分）已知$f(x)=|ax+2|$.

（1）当$a=2$时，求不等式$f(x)>3x$的解集；

（2）若$f(1)\geqslant M$，$f(2)\geqslant M$，证明：$M\leqslant\frac{2}{3}$.

20．（12 分）已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$|F_1F_2|=2$，$M$是椭圆$E$上的一个动点，且$\triangle MF_1F_2$的面积的最大值为$\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 $E$ 的标准方程，

（2）若 $A(a,0)$，$B(0,b)$，四边形 $ABCD$ 内接于椭圆 $E$，$AB//CD$，记直线 $AD$，$BC$ 的斜率分别为 $k_1$，$k_2$，求证：$k_1k_2$ 为定值.

21.（12 分）甲、乙两班各派三名同学参加知识竞赛，每人回答一个问题，答对得 10 分，答错得 0 分，假设甲班三名同学答对的概率都是 $\frac{2}{3}$，乙班三名同学答对的概率分别是 $\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$，且这六名同学答题正确与否相互之间没有影响.

（1）记“甲、乙两班总得分之和是 60 分”为事件 $A$，求事件 $A$ 发生的概率；

（2）用 $X$ 表示甲班总得分，求随机变量 $X$ 的概率分布和数学期望.

22.（10 分）设函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$.

（1）若 $|x|<\frac{\pi}{4}$，求函数 $f(x)$ 的值域；

（2）设 $A,B,C$ 为 $\triangle ABC$ 的三个内角，若 $f\left(\frac{A}{2}\right)=\frac{5}{2},\cos(A+C)=-\frac{5\sqrt{3}}{14}$，求 $\cos C$ 的值；

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据三角函数的平移求出函数的解析式，结合三角函数的性质进行求解即可.

【详解】

将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位，

得到 $y=\sin 2(x+\varphi)=\sin(2x+2\varphi)$，

此时与函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图象重合，

则 $2\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{6}$，即 $\varphi=k\pi+\frac{\pi}{12}$，$k\in Z$，

∴当$k=0$时，$\varphi$取得最小值为$\varphi=\frac{\pi}{12}$，

故选：$B$.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图象和性质，利用三角函数的平移关系求出解析式是解决本题的关键.

2、A

【解析】

求出函数$y=f\left(x\right)$的解析式，由函数$y=f\left(x\right)$为偶函数得出$\varphi$的表达式，然后利用充分条件和必要条件的定义判断即可.

【详解】

将函数$y=\sin\left(3x+\varphi\right)$的图象沿$x$轴向左平移$\frac{\pi}{9}$个单位长度，得到的图象对应函数的解析式为

$$f\left(x\right)=\sin\left[3\left(x+\frac{\pi}{9}\right)+\varphi\right]=\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}+\varphi\right),$$

若函数$y=f\left(x\right)$为偶函数，则$\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}\left(k\in Z\right)$，解得$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{6}\left(k\in Z\right)$，

当$k=0$时，$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

因此，“$\varphi=\frac{\pi}{6}$”是“$y=f\left(x\right)$是偶函数”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】

本题考查充分不必要条件的判断，同时也考查了利用图象变换求三角函数解析式以及利用三角函数的奇偶性求参数，考查运算求解能力与推理能力，属于中等题.

3、C

【解析】

由$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$得$F$是弦$AB$的中点.进而得$AB$垂直于$x$轴，得$\frac{b^2}{a}=a+c$，再结合$a,b,c$关系求解即可

【详解】

因为$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$，所以$F$是弦$AB$的中点.且$AB$垂直于$x$轴.因为以$AB$为直径的圆经过双曲线$C$的左顶点，所以

$\frac{b^2}{a}=a+c$，即$\frac{c^2-a^2}{a}=a+c$，则$c-a=a$，故$e=\frac{c}{a}=2$.

故选：C

【点睛】

本题是对双曲线的渐近线以及离心率的综合考查，是考查基本知识，属于基础题.

4、B

【解析】

先列举出不超过15的素数，并列举出所有的基本事件以及事件“在不超过15的素数中，随机选取2个不同的素数$a$、$b$，满足$|a-b|<3$”所包含的基本事件，利用古典概型的概率公式可求得所求事件的概率.

【详解】

不超过15的素数有：2、3、5、7、11、13，

在不超过15的素数中，随机选取2个不同的素数，所有的基本事件有：$(2,3)$、$(2,5)$、$(2,7)$、$f(x_1)-f(x_2)$、$(2,13)$、$(3,5)$、$(3,7)$、$(3,11)$、$(3,13)$、$(5,7)$、$(5,11)$、$(5,13)$、$(7,11)$、$(7,13)$、$(11,13)$，共15种情况，

其中，事件“在不超过15的素数中，随机选取2个不同的素数$a$、$b$，且$|a-b|<3$”包含的基本事件有：$(2,3)$、$(3,5)$、$(5,7)$、$(11,13)$，共4种情况，

因此，所求事件的概率为$P=\frac{4}{15}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查古典概型概率的计算，一般利用列举法列举出基本事件，考查计算能力，属于基础题.

5、D

【解析】

倾斜角为$\theta$的直线$l$与直线$x+2y-3=0$垂直，利用相互垂直的直线斜率之间的关系，同角三角函数基本关系式即可得出结果.

【详解】

解：因为直线$l$与直线$x+2y-3=0$垂直，所以$\tan\theta\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$，$\tan\theta=2$.

又$\theta$为直线倾斜角，解得$\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了相互垂直的直线斜率之间的关系，同角三角函数基本关系式，考查计算能力，属于基础题.

6、B

【解析】

分类讨论，分别求出最大元素为 3,4,5,6 的三个元素子集的个数，即可得解.

【详解】

集合 $M$ 含有 3 个元素的子集共有 $C_6^3=20$，所以 $k=20$.

在集合 $B_i(i=1,2,3,\ldots,k)$ 中：

最大元素为 3 的集合有 $C_2^2=1$ 个；

最大元素为 4 的集合有 $C_3^2=3$；

最大元素为 5 的集合有 $C_4^2=6$；

最大元素为 6 的集合有 $C_5^2=10$；

所以 $b_1+b_2+b_3+b_4+b_5=3\times1+4\times3+5\times6+6\times10=105$.

故选：$B$.

【点睛】

此题考查集合相关的新定义问题，其本质在于弄清计数原理，分类讨论，分别求解.

7、C

【解析】

由题意可知，$g(x)=f(e^x)$，由 $f(x_1)=g(x_2)=k(k<0)$ 可得出 $0<x_1<1$，$x_2<0$，利用导数可得出函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，函数 $y=g(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增，进而可得出 $x_1=e^{x_2}$，由此可得出 $\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_2}{e^{x_2}}=g(x_2)=k$，可得出 $\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2e^k=k^2e^k$，构造函数 $h(k)=k^2e^k$，利用导数求出函数 $y=h(k)$ 在 $k\in(-\infty,0)$ 上的最大值即可得解.

【详解】

Q $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=\frac{x}{e^x}=\frac{\ln e^x}{e^x}=f(e^x)$，

由于 $f(x_1)=\frac{\ln x_1}{x_1}=k<0$，则 $\ln x_1<0\Rightarrow0<x_1<1$，同理可知，$x_2<0$，

函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}>0$ 对 $\forall x\in(0,1)$ 恒成立，所以，函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，同理可知，函数 $y=g(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增，

$\therefore f\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)=f\left(e^{x_2}\right)$，则$x_1=e^{x_2}$，$\therefore \dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{x_2}{e^{x_2}}=g\left(x_2\right)=k$，则$\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)^2 e^k=k^2e^k$，

构造函数$h\left(k\right)=k^2e^k$，其中$k<0$，则$h'\left(k\right)=\left(k^2+2k\right)e^k=k\left(k+2\right)e^k$.

当$k<-2$时，$h'\left(k\right)>0$，此时函数$y=h\left(k\right)$单调递增；当$-2<k<0$时，$h'\left(k\right)<0$，此时函数$y=h\left(k\right)$单调递减.

所以，$h\left(k\right)_{\max}=h\left(-2\right)=\dfrac{4}{e^2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查代数式最值的计算，涉及指对同构思想的应用，考查化归与转化思想的应用，有一定的难度.

8、B

【解析】

还原几何体可知原几何体为半个圆柱和一个四棱锥组成的组合体，分别求解两个部分的体积，加和得到结果.

【详解】

由三视图还原可知，原几何体下半部分为半个圆柱，上半部分为一个四棱锥

半个圆柱体积为：$V_1=\dfrac{1}{2}\pi r^2h=\dfrac{1}{2}\pi\times2^2\times3=6\pi$

四棱锥体积为：$V_2=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\times4\times3\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

原几何体体积为：$V=V_1+V_2=8\sqrt{3}+6\pi$

本题正确选项：$B$

【点睛】

本题考查三视图的还原、组合体体积的求解问题，关键在于能够准确还原几何体，从而分别求解各部分的体积.

9、C

【解析】

利用复数的三角形式的乘法运算法则即可得出.

【详解】

$z_1z_2$=（cos23°+$i$sin23°）•（cos37°+$i$sin37°）=cos60°+$i$sin60°=$\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

故答案为C.

【点睛】

熟练掌握复数的三角形式的乘法运算法则是解题的关键，复数问题高考必考，常见考点有：点坐标和复数的对应关系，点的象限和复数的对应关系，复数的加减乘除运算，复数的模长的计算.

10、C

【解析】

根据偶函数的性质，比较$|a+b|,|ab|$即可.

【详解】

解：$|a+b|=|\log_{0.2}0.3+\log_2 0.3|=\left|\frac{\lg 0.3}{\lg 0.2}+\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\right|$

$=\left|\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{5}{2}}{-\lg 5\times\lg 2}\right|=-\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{5}{2}}{\lg 5\times\lg 2}$

$|ab|=|\log_{0.2}0.3\times\log_2 0.3|=\left|\frac{\lg 0.3}{\lg 0.2}\times\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\right|$

$=\left|\frac{-\lg 0.3\times\lg 0.3}{\lg 5\times\lg 2}\right|=\frac{\lg 0.3\times\lg 0.3}{\lg 5\times\lg 2}$

$=\frac{-\lg 0.3\times(-\lg 0.3)}{\lg 5\times\lg 2}$

$=-\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{10}{3}}{\lg 5\times\lg 2}$

显然$\lg\frac{5}{2}<\lg\frac{10}{3}$，所以$|a+b|<|ab|$

$y=f(x)$是定义域为$R$的偶函数，且在$[0,+\infty)$单调递增，

所以$f(ab)>f(a+b)>f(0)$

故选：C

【点睛】

本题考查对数的运算及偶函数的性质，是基础题.

11、D

【解析】

根据$f'(x)>\frac{2f(x)}{x}$的结构形式，设$g(x)=\frac{f(x)}{x^2}$，求导$g'(x)=\frac{xf'(x)-2f(x)}{x^3}$，则$g'(x)>0$，$g(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数，再根据在$\Delta ABC$中，$\angle A=\frac{3\pi}{4}$，得到$0<\angle B<\frac{\pi}{4}$，$0<\angle C<\frac{\pi}{4}$，利用余弦函数的单调性，得到$\cos\angle C>\sin\angle B$，再利用$g(x)$的单调性求解.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/846011044043010105