

(培优)

题号	一	二	三	总分
得分				

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

评卷人	得分

解析: 函数 $y = \log_2|x|$ 为偶函数, 且当 $x > 0$ 时, 函数 $y = \log_2|x| = \log_2 x$ 为增函数, 所以在 $(1, 2)$ 上也 为 增 函 数 , 选 B.

3. (2009 北京文) 若 $(1+\sqrt{2})^4 = a+b\sqrt{2}$ (a, b 为有理数), 则 $a+b=$ ()
- A. 33 B. 29 C. 23 D. 19

解析: B

【解析】 本题主要考查二项式定理及其展开式. 属于基础知识、基本运算的考查.

$$\begin{aligned} \because (1+\sqrt{2})^4 &= C_4^0(\sqrt{2})^0 + C_4^1(\sqrt{2})^1 + C_4^2(\sqrt{2})^2 + C_4^3(\sqrt{2})^3 + C_4^4(\sqrt{2})^4 \\ &= 1 + 4\sqrt{2} + 12 + 8\sqrt{2} + 4 = 17 + 12\sqrt{2}, \end{aligned}$$

由已知, 得 $17+12\sqrt{2} = a+b\sqrt{2}$, $\therefore a+b=17+12=29$. 故选 B.

4. 一张节目单中原有 6 个节目, 若保持这些节目原有相对顺序不变, 在增加 3 个节目, 则不同的添加方法有 ()
- A. 210 种 B. 252 种 C. 504 种 D. 505 种

解析:

5. 设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数 (如 $[2]=2$, $[\frac{5}{4}]=1$), 对于给定的 $n \in \mathbf{N}^*$, 定义

$$C_n^x = \frac{n(n-1)\mathbf{L} (n-[x]+1)}{x(x-1)\mathbf{L} (x-[x]+1)}, x \in [1, +\infty), \text{ 则当 } x \in \left[\frac{3}{2}, 3\right) \text{ 时, 函数 } C_n^x \text{ 的值域是 (D)}$$

- A. $\left[\frac{16}{3}, 28\right]$ B. $\left[\frac{16}{3}, 56\right)$
- C. $\left(4, \frac{28}{3}\right) \cup [28, 56)$ D. $\left(4, \frac{16}{3}\right] \cup \left(\frac{28}{3}, 28\right]$

解析:

评卷人	得分

二、填空题 (共 17 题, 总计 0 分)

6. 对于数列 $\{a_n\}$, 定义数列 $\{\Delta a_n\}$ 满足: $\Delta a_n = a_{n+1} - a_n, (n \in \mathbf{N}^*)$, 定义数列 $\{\Delta^2 a_n\}$ 满足: $\Delta^2 a_n = \Delta a_{n+1} - \Delta a_n, (n \in \mathbf{N}^*)$, 若数列 $\{\Delta^2 a_n\}$ 中各项均为 1, 且 $a_{21} = a_{2012} = 0$, 则 $a_1 =$ ☆.

答

案

:

2011014. 解：由数列 $\{\Delta^2 a_n\}$ 中各项均为1，知数列 $\{\Delta a_n\}$ 是首项为 Δa_1 ，公差为1的等差数列，累加 $a_n = \dots$ 所以， $a_n = a_1 + (n-1)\Delta a_1 + \frac{(n-2)(n-1)}{2}$.

解析：2011014. 解：由数列 $\{\Delta^2 a_n\}$ 中各项均为1，知数列 $\{\Delta a_n\}$ 是首项为 Δa_1 ，公差为1的等差数列， $a_{n+1} - a_n = \Delta a_1 + (n-1)$ ，累加 $a_n = \dots$

所以， $a_n = a_1 + (n-1)\Delta a_1 + \frac{(n-2)(n-1)}{2}$.

这说明， a_n 是关于 n 的二次函数，且二次项系数为 $\frac{1}{2}$ ，由 $a_{21} = a_{2012} = 0$

$$\therefore a_n = \frac{1}{2}(n-21)(n-2012)$$

故 $a_1 = 20110$

7. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ 值域是

答案：；

解析： $\{y \mid y \geq \sqrt{2}\}$ ；

8. 设 V 是已知平面 M 上所有向量的集合，对于映射 $f: V \rightarrow V, a \in V$ ，记 a 的象为

$f(a)$ 。若映射 $f: V \rightarrow V$ 满足：对所有 $a, b \in V$ 及任意实数 λ, μ 都有

$f(\lambda a + \mu b) = \lambda f(a) + \mu f(b)$ ，则 f 称为平面 M 上的线性变换。现有下列命题：

① 设 f 是平面 M 上的线性变换， $a, b \in V$ ，则 $f(a+b) = f(a) + f(b)$

② 若 e 是平面 M 上的单位向量，对 $a \in V$ ，设 $f(a) = a + e$ ，则 f 是平面 M 上的线性变换；

③ 对 $a \in V$ ，设 $f(a) = -a$ ，则 f 是平面 M 上的线性变换；

④ 设 f 是平面 M 上的线性变换， $a \in V$ ，则对任意实数 k 均有 $f(ka) = kf(a)$ 。

其中的真命题是_____（写出所有真命题的编号）

答案 ①③④

解析 ①：令 $\lambda = \mu = 1$ ，则 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 故①是真命题

同理，④：令 $\lambda = k, \mu = 0$ ，则 $f(ka) = kf(a)$ 故④是真命题

③ : ∴ $f(a) = -a$, 则 有 $f(b) = -b$

$f(\lambda a + \mu b) = -(\lambda a + \mu b) = \lambda \cdot (-a) + \mu \cdot (-b) = \lambda f(a) + \mu f(b)$ 是线性变换，故③是真命题

②：由 $f(a) = a + e$ ，则有 $f(b) = b + e$

$$f(\lambda a + \mu b) = (\lambda a + \mu b) + e = \lambda \cdot (a + e) + \mu \cdot (b + e) - e = \lambda f(a) + \mu f(b) - e$$

$\because e$ 是单位向量， $e \neq 0$ ，故②是假命题

【备考提示】 本小题主要考查函数，对应及高等数学线性变换的相关知识，试题立意新颖，

突出创新能力和数学阅读能力，具有选拔性质。

解析：

9. 阅读下列算法语句：

Read S $\leftarrow$ 1

For I from 1 to 5 step 2

S $\leftarrow$ S+I

End for

Print S

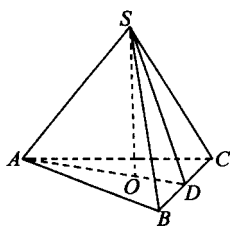
End

输出的结果是 ▲。

答案：10

解析：10

10. 如图，在正三棱锥 $S-ABC$ 中，点 O 是 $\triangle ABC$ 的中心，点 D 是棱 BC 的中点，则平面 ABC 的一个法向量可以是_____，平面 SAD 的一个法向量可以是_____。

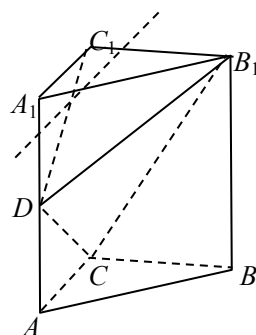


解析： $\overrightarrow{OS}; \overrightarrow{BC}$

11. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，

$\angle ACB = 90^\circ$, $AA_1 = BC = 2AC = 2$, D 为 AA_1 中点.

(I) 求 证 : $CD \perp B_1C_1$;



(II) 求证: 平面 $B_1CD \perp$ 平面 B_1C_1D ;

(III) 求三棱锥 C_1-B_1CD 的体积.

【解析】 (I) $\because \angle A_1C_1B_1 = \angle ACB = 90^\circ$

$\therefore B_1C_1 \perp A_1C_1$ 又由直三棱柱性质知 $B_1C_1 \perp CC_1$

$\therefore B_1C_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 又 $CD \subset$ 平面 $ACC_1A_1 \therefore B_1C_1 \perp CD$.

(II) 由 $AA_1 = BC = 2AC = 2$, D 为 AA_1 中点, 可知 $DC = DC_1 = \sqrt{2}$,

$\therefore DC^2 + DC_1^2 = CC_1^2 = 4$ 即 $CD \perp DC_1$.

又 $B_1C_1 \perp CD \therefore CD \perp$ 平面 B_1C_1D

又 $CD \subset$ 平面 B_1CD , 故平面 $B_1CD \perp$ 平面 B_1C_1D .

(III)

答案: .

解析: $V_{C_1-DCB_1} = V_{B_1-DCC_1} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta DCC_1} \cdot B_1C_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$.

12. 在 ΔABC 中, $|\overrightarrow{AB}| = 4, |\overrightarrow{AC}| = 2, \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$, 若 $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{6}$, 求 $|\overrightarrow{BC}|$ 的值为 _____.

答案: 3

解析: 3

13. 在平面直角坐标系中, 设三角形 ABC 的顶点分别为 $A(0,a), B(b,0), C(c,0)$, 点 P

$(0, p)$ 在线段 AO 上 (异于端点), 设 a, b, c, p 均为非零实数, 直线 BP, CP 分别交

AC, AB 于点 E, F , 一同学已正确算的 OE 的方程: $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)x + \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{a}\right)y = 0$, 请你求

OF 的方程: $(\quad)x + \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{a}\right)y = 0$

【答案】 $\frac{1}{c} - \frac{1}{b}$

【解析】

试题分析： $l_{AB} : \frac{x}{b} + \frac{y}{a} =$

显然直线 AB 与 CP 的交点

直线就是直线 OP 的方程，

考点：1.归纳推理；2.直线

解析：

14. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ ，则下列

不等式：① $a + b < ab$ ；

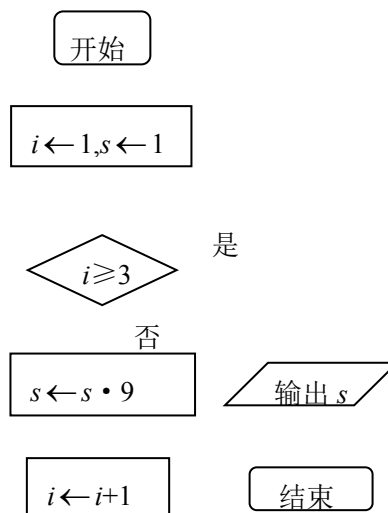
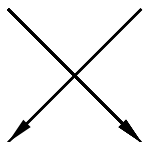
② $|a| > |b|$ ； ③ $a < b$ ； ④ $-\frac{b}{a}$

$+\frac{a}{b} > 2$ 中，正确的不等

式是_____.

解析：

15. 右图是一个算法流程图，则执行该算法后输出的 $s = \blacktriangle$.



答案：81

解析：81

16. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = kn + b$ ，（ k, b 为常数）是该数列为等差数列的

条件（填“充分不必要”，“必要不充分”，“充要”，“既不充分也不必要”中的一个）.

答案：充要

解析：____充要

17. 函数 $f(x) = x^3 + \sin x$ 的导函数是 ☆ ；

解析： $f'(x) = 3x^2 + \cos x$

18. 若把英语单词“book”的字母顺序写错了，则可能出现的错误共有 ▲ 种(用数字作答).

解析： 5、11

19. 若将推理“四边形的内角和为 360° ，所以平行四边形的内角和为 360° ”改为三段论的形式，

则它的小前提是 ▲.

答案：平行四边形是四边形

解析：平行四边形是四边形

20. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数。当 $x > 0$ 时， $f(x) = x^2 - 5x$ ，则不等式 $f(x) \leq x$ 的解集用区间表示为 $_{(-\infty, -6] \cup [0, 6]}$

解析：

21. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，其前 n 项和为 S_n ，若 $a_3 = 6$ ， $S_3 = 12$ ，则公差 d 等于 ▲.

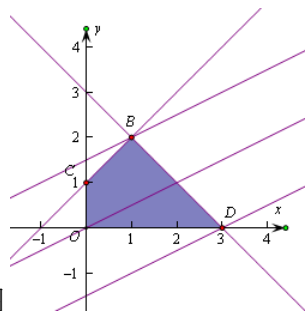
答案：2

解析：2

22. 设 x, y 满足约束条件：
$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x - y \geq -1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$$
；则 $z = x - 2y$ 的取值范围为

答案：【2012 高考真题新课标理 14】**【解析】**做出不等式所表示的区域如图，由得，平移直线，由图象可知当直线经过点时，直线的截距最小，此时最大为，当直线经过点时，直线截距最大，此时最小，由，解得，即，此时

解 析： $[-3, 3]$ 【 2012 高 考 真 题 新 课 标 理 14 】



【解析】做出不等式所表示的区域如图，由 $z = x - 2y$ 得 $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z$ ，平移直线 $y = \frac{1}{2}x$ ，由图象可知当直线经过点 $D(3,0)$ 时，直线 $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z$ 的截距最小，此时 z 最大为 $z = x - 2y = 3$ ，当直线经过 B 点时，直线截距最大，此时 z 最小，由 $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ，即 $B(1,2)$ ，此时 $z = x - 2y = 1 - 4 = -3$ ，所以 $-3 \leq z \leq 3$ ，即 z 的取值范围是 $[-3,3]$ 。

评卷人	得分

三、解答题（共 8 题，总计 0 分）

23. 某商场从生产厂家以每件 20 元购进一批商品。若该商品零售价定为 P 元，则销售量 Q （单位：件）与零售价 P （单位：元）有如下关系： $Q=8300-170P-P^2$ ，问该商品零售价定为多少时毛利润 L 最大，并求出最大毛利润。（毛利润=销售收入-进货支出）（本题满分 15 分）

解析：解：设毛利润为 $L(p)$ ，

由题意知 $L(p) = (p-20)Q = (8300-170P-P^2)(P-20) \dots\dots\dots 4$ 分

$= -P^3 - 150P^2 + 11700P - 166000, \dots\dots\dots 3$ 分

$\therefore L'(P) = -3P^2 - 300P + 11700 \dots\dots\dots 3$ 分

令 $L'(P) = 0$ ，解得 $p = 30$ 或 $p = -130$ (舍去). 此时, $L(30) = 23000$.

$\dots\dots\dots 2$ 分

」在 $p = 30$ 附近的左侧 $L'(p) > 0$, 右侧 $L'(p) < 0$,

$\therefore L(30)$ 是极大值，根据实际问题的意义知， $L(30)$ 是最大值，即零售价定为每件 30 元时，最大毛利润为 23000 元

$\dots \dots \dots 3$ 分

24. 设函数 $f(x) = x^2 - (a-2)x - a \ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间； (2) 若函数有两个零点，求满足条件的最小正整数 a 的值；

(3) 若方程 $f(x) = c$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ，求证： $f'(\frac{x_1+x_2}{2}) > 0$. (本小题满分 16 分)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/846033142211011103>