

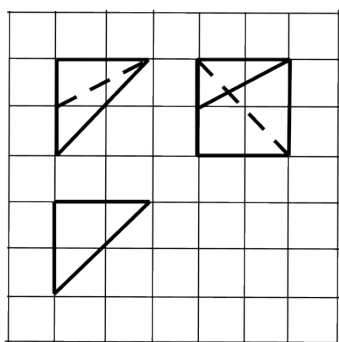
江西省临川二中 2024 年高三第一次综合练习数学试题试卷

注意事项：

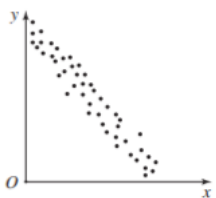
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图所示，网络纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某四棱锥的三视图，则该几何体的体积为 ()

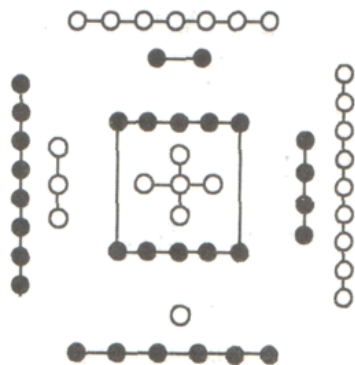


- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. 6 D. 8
2. 若不等式 $2x \ln x - x^2 + ax$ 对 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
3. 我国古代有着辉煌的数学研究成果，其中的《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《缉古算经》，有丰富多彩的内容，是了解我国古代数学的重要文献。这 5 部专著中有 3 部产生于汉、魏、晋、南北朝时期。某中学拟从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，则所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的概率为 ()
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{9}{10}$
4. 已知集合 $M = \{x | -1 \leq x < 5\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$ ，则 $M \cap N =$ ()
- A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < 5\}$ C. $\{x | -1 \leq x < 5\}$ D. $\{x | 0 < x < 2\}$
5. 为研究某咖啡店每日的热咖啡销售量 y 和气温 x 之间是否具有线性相关关系，统计该店 2017 年每周六的销售量及当天气温得到如图所示的散点图 (x 轴表示气温， y 轴表示销售量)，由散点图可知 y 与 x 的相关关系为 ()



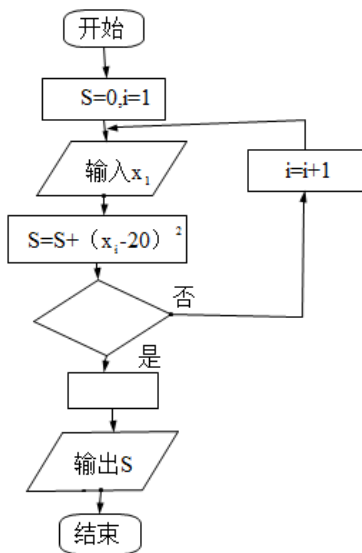
- A. 正相关，相关系数 r 的值为 0.85
- B. 负相关，相关系数 r 的值为 0.85
- C. 负相关，相关系数 r 的值为 -0.85
- D. 正相关，相关系数 r 的值为 -0.85

6. 《易·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中华文化，阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中，如图，白圈为阳数，黑点为阴数，若从阴数和阳数中各取一数，则其差的绝对值为 5 的概率为



- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{6}{25}$
- C. $\frac{8}{25}$
- D. $\frac{2}{5}$

7. 框图与程序是解决数学问题的重要手段，实际生活中的一些问题在抽象为数学模型之后，可以制作框图，编写程序，得到解决，例如，为了计算一组数据的方差，设计了如图所示的程序框图，其中输入 $x_1 = 15$ ， $x_2 = 16$ ， $x_3 = 18$ ， $x_4 = 20$ ， $x_5 = 22$ ， $x_6 = 24$ ， $x_7 = 25$ ，则图中空白框中应填入（ ）



- A. $i > 6, S = \frac{S}{7}$ B. $i \leq 6, S = \frac{S}{7}$ C. $i > 6, S = 7S$ D. $i \leq 6, S = 7S$

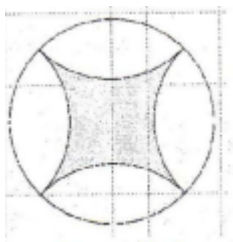
8. 盒中有 6 个小球，其中 4 个白球，2 个黑球，从中任取 $i (i=1,2)$ 个球，在取出的球中，黑球放回，白球则涂黑后放回，此时盒中黑球的个数 $X_i (i=1,2)$ ，则()

- A. $P(X_1=3) > P(X_2=3), EX_1 > EX_2$ B. $P(X_1=3) < P(X_2=3), EX_1 > EX_2$
 C. $P(X_1=3) > P(X_2=3), EX_1 < EX_2$ D. $P(X_1=3) < P(X_2=3), EX_1 < EX_2$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 2x, & x > 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图像上有且仅有四个不同的关于直线 $y = -1$ 对称的点在 $g(x) = kx - 1$ 的图像上，则 k 的取值范围是()

- A. $(\frac{1}{3}, \frac{3}{4})$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

10. 下图中的图案是我国古代建筑中的一种装饰图案，形若铜钱，寓意富贵吉祥。在圆内随机取一点，则该点取自阴影区域内（阴影部分由四条四分之一圆弧围成）的概率是()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{\pi} - 1$ D. $2 - \frac{4}{\pi}$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{(x-1)\pi}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 2f(x-2), & 3 < x \leq 100 \end{cases}$ ，若函数 $f(x)$ 的极大值点从小到大依次记为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，并记相应的

极大值为 $b_1, b_2, \dots, b_n$ ，则 $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)$ 的值为 ()

- A. $2^{50} + 2449$ B. $2^{50} + 2549$ C. $2^{49} + 2449$ D. $2^{49} + 2549$

12. 已知函数 $f(x) = \ln x + ax + b$ 的图象在点 $(1, a+b)$ 处的切线方程是 $y = 3x - 2$ ，则 $a - b =$ ()

- A. 2 B. 3 C. -2 D. -3

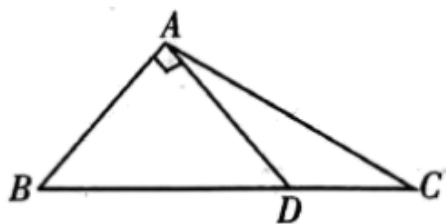
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 关于函数 $f(x) = \ln(2+x) - \ln(4-x)$ 有下列四个命题：

- ①函数 $y = f(x)$ 在 $(-2, 4)$ 上是增函数；
 ②函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $(1, 0)$ 中心对称；
 ③不存在斜率小于 $\frac{2}{3}$ 且与函数 $y = f(x)$ 的图象相切的直线；
 ④函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 不存在极小值。

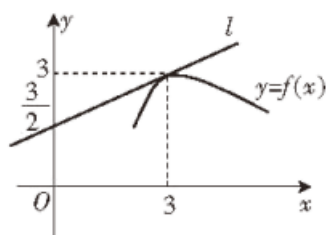
其中正确的命题有_____。(写出所有正确命题的序号)

14. 如图， $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 $2\sqrt{3}$ ， D 为 BC 边上一点，且 $BD = 2DC = 4$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。



15. 函数 $f(x) = \sqrt{\log_2 x - 2}$ 的定义域是_____。

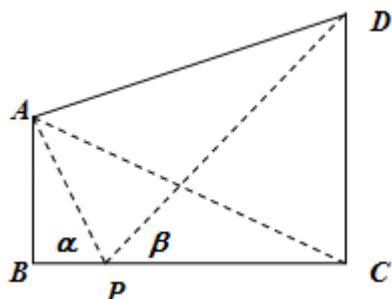
16. 如图，直线 l 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 3$ 处的切线，则 $f'(3) =$ _____。



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，两座建筑物 AB ， CD 的底部都在同一个水平面上，且均与水平面垂直，它们的高度分别是 $10m$

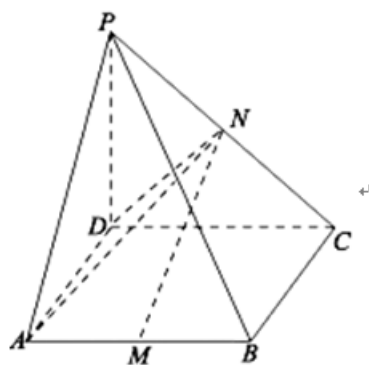
和 $20m$ ，从建筑物 AB 的顶部 A 看建筑物 CD 的视角 $\angle CAD=60^\circ$ 。



(1) 求 BC 的长度；

(2) 在线段 BC 上取一点 P (点 P 与点 B, C 不重合)，从点 P 看这两座建筑物的视角分别为 $\angle APB=\alpha$, $\angle DPC=\beta$ ，问点 P 在何处时， $\alpha+\beta$ 最小？

18. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形， $PA=PC=5$ ，点 M, N 分别是 AB, PC 的中点。



(1) 求证： $MN \parallel$ 平面 PAD ；

(2) 若 $\cos \angle PCD = \frac{4}{5}$, $\angle DAB=60^\circ$ ，求直线 AN 与平面 PAD 所成角的正弦值。

19. (12 分) 已知 $f(x)=|x+3|-|x-2|$

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值 m ；

(2) 正数 a, b, c 满足 $a+2b+3c=m$ ，求证： $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq \frac{36}{5}$ 。

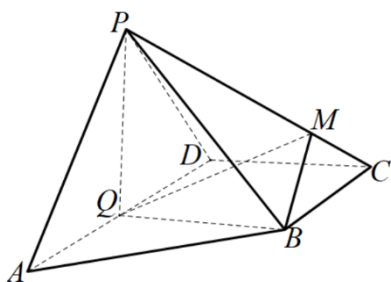
20. (12 分) 已知函数 $f(x)=2|x+1|-|x-m| (m>0)$

(1) 当 $m=2$ 时，求不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集；

(2) $g(x)=f(x)-2$, $g(x)$ 的图象与两坐标轴的交点分别为 A, B, C ，若三角形 ABC 的面积大于 12，求参数 m 的取值范围。

21. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形， $AD \parallel BC$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，平面 $PAD \perp$ 底面

$ABCD$ ， Q 为 AD 的中点， M 是棱 PC 上的点且 $PM = 3MC$ ， $PA = PD = 2$ ， $BC = \frac{1}{2}AD = 1$ ， $CD = 2$ 。



(1) 求证：平面 $PQB \perp$ 平面 PAD ；

(2) 求二面角 $M - BQ - C$ 的大小。

22. (10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{2a_1 - 5} + \frac{2}{2a_2 - 5} + \frac{3}{2a_3 - 5} + \dots + \frac{n}{2a_n - 5} = \frac{n}{3}$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n ，证明： $T_n < \frac{1}{6}$ 。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

先由三视图确定该四棱锥的底面形状，以及四棱锥的高，再由体积公式即可求出结果。

【详解】

由三视图可知，该四棱锥为斜着放置的四棱锥，四棱锥的底面为直角梯形，上底为 1，下底为 2，高为 2，四棱锥的高为 2，

所以该四棱锥的体积为 $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (1+2) \times 2 \times 2 = 2$ 。

故选 A

【点睛】

本题主要考查几何的三视图，由几何体的三视图先还原几何体，再由体积公式即可求解，属于常考题型。

2、B

【解析】

转化 $2x \ln x - x^2 + ax, x \in [1, +\infty)$ 为 $a \geq 2 \ln x + x$ ，构造函数 $h(x) = 2 \ln x + x, x \in [1, +\infty)$ ，利用导数研究单调性，求函数最值，即得解。

【详解】

由 $2x \ln x - x^2 + ax, x \in [1, +\infty)$ ，可知 $a \geq 2 \ln x + x$ 。

设 $h(x) = 2 \ln x + x, x \in [1, +\infty)$ ，则 $h'(x) = \frac{2}{x} + 1 > 0$ ，

所以函数 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增，

所以 $h(x)_{\min} = h(1) = 1$ 。

所以 $a \geq h(x)_{\min} = 1$ 。

故 a 的取值范围是 $(-\infty, 1]$ 。

故选：B

【点睛】

本题考查了导数在恒成立问题中的应用，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题。

3、D

【解析】

利用列举法，从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，基本事件有 10 种情况，所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的基本事件有 9 种情况，由古典概型概率公式可得结果。

【详解】

《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《缉古算经》，这 5 部专著中有 3 部产生于汉、魏、晋、南北朝时期。记这 5 部专著分别为 a, b, c, d, e ，其中 a, b, c 产生于汉、魏、晋、南北朝时期。从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，基本事件有 $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$ ，共 10 种情况，所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的基本事件有 $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce$ ，共 9 种情况，所以所选 2 部专著中至少有一部是汉、魏、晋、南北朝时期专著的概率为 $P = \frac{m}{n} = \frac{9}{10}$ 。故选 D。

【点睛】

本题主要考查古典概型概率公式的应用，属于基础题，利用古典概型概率公式求概率时，找准基本事件个数是解题的关键，基本事件的探求方法有 (1)枚举法：适合给定的基本事件个数较少且易一一列举出的；(2)树状图法：适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求.在找基本事件个数时，一定要按顺序逐个写出：先 (A_1, B_1) ， (A_1, B_2) (A_1, B_n) ，再 (A_2, B_1) ， (A_2, B_2) (A_2, B_n) 依次 (A_3, B_1) (A_3, B_2) (A_3, B_n) ... 这样才能避免多写、漏写现象的发生.

4、A

【解析】

考虑既属于 M 又属于 N 的集合，即得.

【详解】

$$Q N = \{x | -2 < x < 2\}, \therefore M \cap N = \{x | -1 \leq x < 2\}.$$

故选：A

【点睛】

本题考查集合的交运算，属于基础题.

5、C

【解析】

根据正负相关的概念判断.

【详解】

由散点图知 y 随着 x 的增大而减小，因此是负相关. 相关系数为负.

故选：C.

【点睛】

本题考查变量的相关关系，考查正相关和负相关的区别. 掌握正负相关的定义是解题基础.

6、A

【解析】

阳数：1,3,5,7,9，阴数：2,4,6,8,10，然后分析阴数和阳数差的绝对值为5的情况数，最后计算相应概率.

【详解】

因为阳数：1,3,5,7,9，阴数：2,4,6,8,10，所以从阴数和阳数中各取一数差的绝对值有： $5 \times 5 = 25$ 个，满足差的绝对值为5的有： $(1,6), (3,8), (5,10), (7,2), (9,4)$ 共5个，则 $P = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查实际背景下古典概型的计算，难度一般.古典概型的概率计算公式： $P = \frac{\text{目标事件的个数}}{\text{基本本事件的总个数}}$ 。

7、A

【解析】

依题意问题是 $S = \frac{1}{7}[(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_7 - 20)^2]$ ，然后按直到型验证即可。

【详解】

根据题意为了计算 7 个数的方差，即输出的 $S = \frac{1}{7}[(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_7 - 20)^2]$ ，

观察程序框图可知，应填入 $i > 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ ，

故选：A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图，考查推理论证能力以及转化与化归思想，属于基础题。

8、C

【解析】

根据古典概型概率计算公式，计算出概率并求得数学期望，由此判断出正确选项。

【详解】

$X_1 = 3$ 表示取出的为一个白球，所以 $P(X_1 = 3) = \frac{C_4^1}{C_6^1} = \frac{2}{3}$ 。 $X_1 = 2$ 表示取出一个黑球， $P(X_1 = 2) = \frac{C_2^1}{C_6^1} = \frac{1}{3}$ ，所以

$$E(X_1) = 3 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}.$$

$X_2 = 3$ 表示取出两个球，其中一黑一白， $P(X_2 = 3) = \frac{C_4^1 C_2^1}{C_6^2} = \frac{8}{15}$ ， $X_2 = 2$ 表示取出两个球为黑球，

$P(X_2) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{15}$ ， $X_2 = 4$ 表示取出两个球为白球， $P(X_2 = 4) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{6}{15}$ ，所以

$$E(X_2) = 3 \times \frac{8}{15} + 2 \times \frac{1}{15} + 4 \times \frac{6}{15} = \frac{10}{3}. \text{ 所以 } P(X_1 = 3) > P(X_2 = 3), EX_1 < EX_2.$$

故选：C

【点睛】

本小题主要考查离散型随机变量分布列和数学期望的计算，属于中档题。

9、D

【解析】

根据对称关系可将问题转化为 $f(x)$ 与 $y = -kx - 1$ 有且仅有四个不同的交点；利用导数研究 $f(x)$ 的单调性从而得到

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/846054011222011000>