

云南省开远市第二中学校 2024 届数学高三上期末复习检测试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

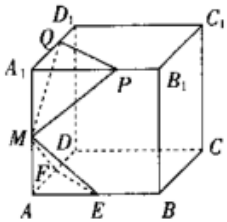
1. 设 i 是虚数单位，则 $(2+3i)(3-2i) = (\quad)$

- A. $12+5i$ B. $6-6i$ C. $5i$ D. 13

2. 设平面 α 与平面 β 相交于直线 m ，直线 a 在平面 α 内，直线 b 在平面 β 内，且 $b \perp m$ 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的 (\quad)

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 即不充分不必要条件

3. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 、 F 、 M 分别是 AB 、 AD 、 AA_1 的中点，又 P 、 Q 分别在线段 A_1B_1 、 A_1D_1 上，且 $A_1P = A_1Q = m (0 < m < a)$ ，设平面 $MEF \perp$ 平面 $MPQ = l$ ，则下列结论中不成立的是 (\quad)



- A. $l \parallel$ 平面 BDD_1B_1 B. $l \perp MC$
C. 当 $m = \frac{a}{2}$ 时，平面 $MPQ \perp MEF$ D. 当 m 变化时，直线 l 的位置不变

4. 已知抛物线 $y^2=20x$ 的焦点与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点重合，且抛物线的准线被双曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$ ，那么该双曲线的离心率为 (\quad)

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\sqrt{5}$

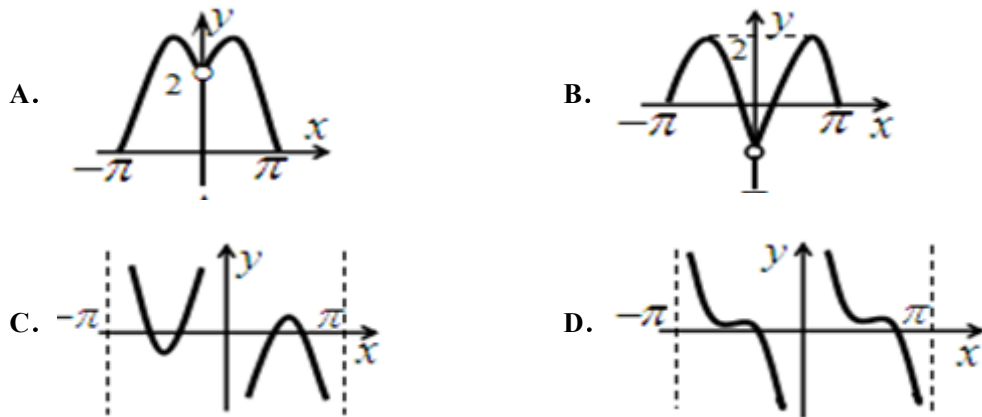
5. 一小商贩准备用 50 元钱在一批发市场购买甲、乙两种小商品，甲每件进价 4 元，乙每件进价 7 元，甲商品每卖出去 1 件可赚 1 元，乙商品每卖出去 1 件可赚 1.8 元. 该商贩若想获取最大收益，则购买甲、乙两种商品的件数应分别为 (\quad)

- A. 甲 7 件，乙 3 件 B. 甲 9 件，乙 2 件 C. 甲 4 件，乙 5 件 D. 甲 2 件，乙 6 件

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{\overrightarrow{BD}}{DC} = \frac{1}{2}$, 则 $\overrightarrow{AD} =$ ()

- A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
 C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

7. 函数 $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right)\sin x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$ 且 $x \neq 0$) 的图象是 ()



8. 抛物线 $x^2 = 3ay$ 的准线方程是 $y = 1$, 则实数 $a =$ ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

9. 若直线 $2x + y + m = 0$ 与圆 $x^2 + 2x + y^2 - 2y - 3 = 0$ 相交所得弦长为 $2\sqrt{5}$, 则 $m =$ ()

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 3

10. 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$, $\tan(\alpha - \pi) = -\frac{3}{4}$, 则 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 等于 ()

- A. $\pm\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{7}{5}$

11. 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则“ $|\vec{a} + 2\vec{b}| = |2\vec{a} - \vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 已知平面向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 且 $(\sqrt{2}\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 \vec{a}, \vec{b} 所夹的锐角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 0

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若函数 $f(x) = ax + \ln x$ ($a \in \mathbf{R}$) 的图象与直线 $y = 3x - 1$ 相切, 则 $a =$ _____.

14. 已知二项式 $(\square\square - \frac{1}{\square})^6$ 的展开式中的常数项为 -160 , 则 $\square =$ _____.

15. 函数 $f(x) = \sqrt{1-2^x}$ 的定义域是_____.

16. 古代“五行”学认为：“物质分金、木、土、水、火五种属性，金克木，木克土，土克水，水克火，火克金。”将五种不同属性的物质任意排成一列，但排列中属性相克的两种物质不相邻，则这样的排列方法有_____种. (用数字作答)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, $\forall x \in \mathbb{R}$, 不等式 $|x-1| - |x-2| \leq a+b+c$ 恒成立.

(1) 求证: $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$

(2) 求证: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq \sqrt{2}$.

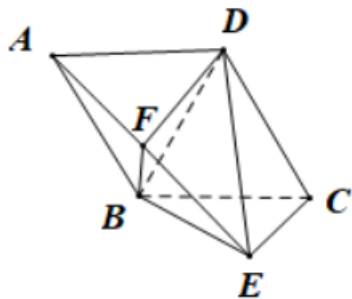
18. (12 分) 以直角坐标系 xOy 的原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 且两坐标系取相同的长度单位. 已知曲线 C 的

参数方程: $\begin{cases} x = 4 + 3\cos\theta \\ y = 3 + 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的极坐标方程: $\theta = \alpha$ ($\alpha \in [0, \pi), \rho \in \mathbb{R}$)

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|OA| + |OB|$ 的最大值.

19. (12 分) 如图, 四棱锥 $E-ABCD$ 中, 平面 $ABCD \perp$ 平面 BCE , 若 $\angle BCE = \frac{\pi}{2}$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $AE \perp BD$.



(I) 求证: $AB = AD$;

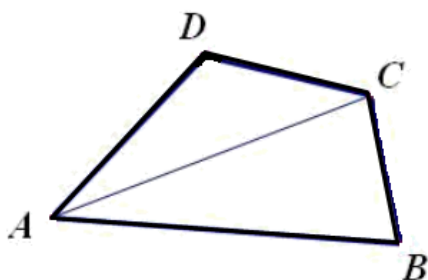
(II) 若点 F 在线段 AE 上, 且 $EC \parallel$ 平面 BDF , $\angle BCD = 60^\circ$, $BC = CE$, 求二面角 $A-BF-D$ 的余弦值.

20. (12 分) 已知 $x \in \mathbb{R}$, 设 $\vec{m} = (2\cos x, \sin x + \cos x)$, $\vec{n} = (\sqrt{3}\sin x, \sin x - \cos x)$, 记函数 $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 取最小值时 x 的取值范围;

(2) 设 $\triangle ABC$ 的角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $f(C) = 2$, $c = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 的最大值.

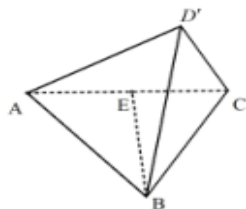
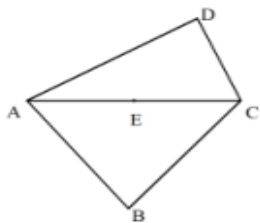
21. (12分) 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = \frac{2\pi}{3}$, $\sin \angle BAC = \cos \angle B = \frac{5}{13}$, $AB = 13$.



(1) 求 AC ;

(2) 求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

22. (10分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = \frac{\pi}{2}$, $AD = AB = BC = 2CD$, $AE = EC$, 沿对角线 AC 将 $\triangle ACD$ 翻折成 $\triangle ACD'$, 使得 $BD' = BC$.



(1) 证明: $BE \perp CD'$;

(2) 求直线 BE 与平面 ABD' 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

利用复数的乘法运算可求得结果.

【详解】

由复数的乘法法则得 $(2+3i)(3-2i) = 6+5i-6i^2 = 12+5i$.

故选: A.

【点睛】

本题考查复数的乘法运算,考查计算能力,属于基础题.

2、A

【解析】

试题分析: $\alpha \perp \beta, b \perp m \Rightarrow b \perp \alpha$, 又直线 a 在平面 α 内, 所以 $a \perp b$, 但直线 a, m 不一定相交, 所以“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的充分不必要条件, 故选 A.

考点: 充分条件、必要条件.

3、C

【解析】

根据线面平行与垂直的判定与性质逐个分析即可.

【详解】

因为 $A_1P = A_1Q = m$, 所以 $PQ \parallel B_1D_1$, 因为 E, F 分别是 AB, AD 的中点, 所以 $EF \parallel BD$, 所以 $PQ \parallel EF$, 因为面 $MEF \perp$ 面 $MPQ = l$, 所以 $PQ \parallel EF \parallel l$. 选项 A、D 显然成立;

因为 $BD \parallel EF \parallel l, BD \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $l \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 因为 $MC \subset$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $l \perp MC$, 所以 B 项成立;

易知 $AC_1 \perp$ 平面 $MEF, A_1C \perp$ 平面 MPQ , 而直线 AC_1 与 A_1C 不垂直, 所以 C 项不成立.

故选: C

【点睛】

本题考查直线与平面的位置关系. 属于中档题.

4、A

【解析】

由抛物线 $y^2 = 20x$ 的焦点 $(5, 0)$ 得双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦点 $(\pm 5, 0)$, 求出 $c = 5$, 由抛物线准线方程

$x = -5$ 被曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$, 由焦半径公式 $\frac{2b^2}{a} = \frac{9}{2}$, 联立求解.

【详解】

解: 由抛物线 $y^2 = 20x$, 可得 $2p = 20$, 则 $p = 10$, 故其准线方程为 $x = -5$,

Q 抛物线 $y^2 = 20x$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点,

$\therefore c = 5$.

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线被双曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$,

$$\therefore \frac{2b^2}{a} = \frac{9}{2}, \text{ 又 } c^2=25=a^2+b^2,$$

$$\therefore a=4, b=3,$$

$$\text{则双曲线的离心率为 } e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查抛物线的性质及利用过双曲线的焦点的弦长求离心率. 弦过焦点时, 可结合焦半径公式求解弦长.

5、D

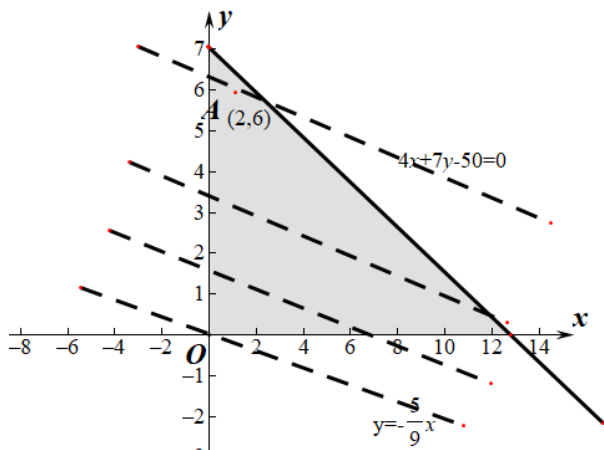
【解析】

由题意列出约束条件和目标函数, 数形结合即可解决.

【详解】

设购买甲、乙两种商品的件数应分别 x , y 利润为 z 元, 由题意 $\begin{cases} 4x+7y \leq 50, \\ x, y \in N^*, \end{cases} z = x + 1.8y,$

画出可行域如图所示,



显然当 $y = -\frac{5}{9}x + \frac{5}{9}z$ 经过 $A(2, 6)$ 时, z 最大.

故选: D.

【点睛】

本题考查线性目标函数的线性规划问题, 解决此类问题要注意判断 x , y 是否是整数, 是否是非负数, 并准确的画出可行域, 本题是一道基础题.

6、B

【解析】

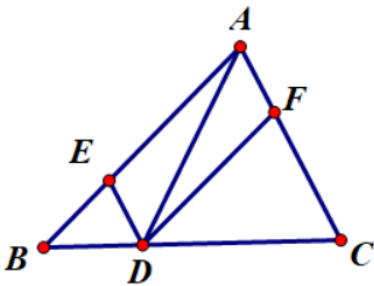
在 AB, AC 上分别取点 E, F , 使得 $AE = 2EB, AF = \frac{1}{2}FC$,

可知 $AEDF$ 为平行四边形, 从而可得到 $AD = AE + AF = \frac{2}{3}AB + \frac{1}{3}AC$, 即可得到答案.

【详解】

如下图, $BD = \frac{1}{2}DC$, 在 AB, AC 上分别取点 E, F , 使得 $AE = 2EB, AF = \frac{1}{2}FC$,

则 $AEDF$ 为平行四边形, 故 $AD = AE + AF = \frac{2}{3}AB + \frac{1}{3}AC$, 故答案为 B.



【点睛】

本题考查了平面向量的线性运算, 考查了学生逻辑推理能力, 属于基础题.

7、B

【解析】

先判断函数的奇偶性, 再取特殊值, 利用零点存在性定理判断函数零点分布情况, 即可得解.

【详解】

由题可知 $f(x)$ 定义域为 $[-\pi, 0) \cup (0, \pi]$,

$$f(-x) = \left(-x - \frac{1}{-x}\right) \sin(-x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \sin x = f(x),$$

$\therefore f(x)$ 是偶函数, 关于 y 轴对称,

\therefore 排除 C, D.

$$\text{又 } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{6}{\pi}\right) \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\pi^2 - 36}{12\pi} < 0, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}\right) \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} > 0,$$

$\therefore f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 必有零点, 排除 A.

故选: B.

【点睛】

本题考查了函数图象的判断, 考查了函数的性质, 属于中档题.

8、C

【解析】

根据准线的方程写出抛物线的标准方程,再对照系数求解即可.

【详解】

因为准线方程为 $y=1$, 所以抛物线方程为 $x^2 = -4y$, 所以 $3a = -4$, 即 $a = -\frac{4}{3}$.

故选: C

【点睛】

本题考查抛物线与准线的方程,属于基础题.

9、A

【解析】

将圆的方程化简成标准方程,再根据垂径定理求解即可.

【详解】

圆 $x^2 + 2x + y^2 - 2y - 3 = 0$ 的标准方程 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$, 圆心坐标为 $(-1, 1)$, 半径为 $\sqrt{5}$, 因为直线 $2x + y + m = 0$

与圆 $x^2 + 2x + y^2 - 2y - 3 = 0$ 相交所得弦长为 $2\sqrt{5}$, 所以直线 $2x + y + m = 0$ 过圆心, 得 $2 \times (-1) + 1 + m = 0$, 即 $m = 1$.

故选: A

【点睛】

本题考查了根据垂径定理求解直线中参数的方法,属于基础题.

10、B

【解析】

由已知条件利用诱导公式得 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, 再利用三角函数的平方关系和象限角的符号, 即可得到答案.

【详解】

由题意得 $\tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha = -\frac{3}{4}$,

又 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$, 所以 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\cos \alpha < 0, \sin \alpha > 0$, 结合 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 解得 $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}$,

所以 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$,

故选 B.

【点睛】

本题考查三角函数的诱导公式、同角三角函数的平方关系以及三角函数的符号与位置关系, 属于基础题.

11、C

【解析】

根据向量的数量积运算，由向量的关系 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = |2\vec{a} - \vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ ，可得选项。

【详解】

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = |2\vec{a} - \vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = |2\vec{a} - \vec{b}|^2 \Leftrightarrow \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 4\vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2,$$

$$Q|\vec{a}| = |\vec{b}| \neq 0, \therefore \text{等价于 } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b},$$

故选：C.

【点睛】

本题考查向量的数量积运算和命题的充分、必要条件，属于基础题。

12、B

【解析】

根据题意可得 $(\sqrt{2}\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$ ，利用向量的数量积即可求解夹角。

【详解】

$$\text{因为 } (\sqrt{2}\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b} \Rightarrow (\sqrt{2}\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$$

$$\text{即 } \sqrt{2}\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2$$

$$\text{而 } \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{所以 } \vec{a}, \vec{b} \text{ 夹角为 } \frac{\pi}{4}$$

故选：B

【点睛】

本题考查了向量数量积求夹角，需掌握向量数量积的定义求法，属于基础题。

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、2

【解析】

$$\text{设切点 } A(x_0, y_0) \text{ 由已知可得 } \begin{cases} f'(x_0) = a + \frac{1}{x_0} = 3 \\ f(x_0) = ax_0 + \ln x_0 = 3x_0 - 1 \end{cases}, \text{即可解得所求.}$$

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/846105011052010105>