

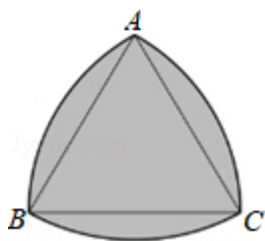
2023-2024 学年浙江省新昌县联考中考四模数学试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 如图，分别以等边三角形 ABC 的三个顶点为圆心，以边长为半径画弧，得到的封闭图形是莱洛三角形，若 $AB=2$ ，则莱洛三角形的面积（即阴影部分面积）为（ ）



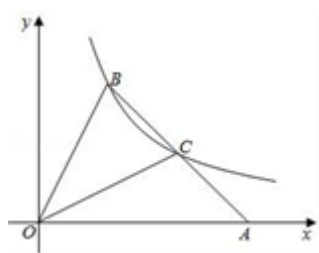
- A. $\pi + \sqrt{3}$ B. $\pi - \sqrt{3}$ C. $2\pi - \sqrt{3}$ D. $2\pi - 2\sqrt{3}$

2. 小华在做解方程作业时，不小心将方程中的一个常数弄脏了而看不清楚，被弄脏的方程是

$\frac{1}{3}(-\frac{x-1}{2} + x) = 1 - \frac{x-\blacktriangle}{3}$ ， 这该怎么办呢？他想了一想，然后看了一下书后面的答案，知道此方程的解是 $x=5$ ，于是，他很快便补好了这个常数，并迅速地做完了作业。同学们，你能补出这个常数吗？它应该是（ ）

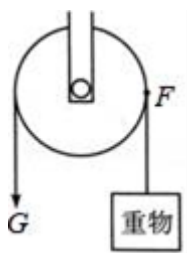
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle OAB$ 的顶点 A 在 x 轴正半轴上， OC 是 $\triangle OAB$ 的中线，点 B 、 C 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，则 $\triangle OAB$ 的面积等于（ ）



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

4. 如图，用一个半径为 6cm 的定滑轮带动重物上升，假设绳索（粗细不计）与滑轮之间没有滑动，绳索端点 G 向下移动了 $3\pi\text{cm}$ ，则滑轮上的点 F 旋转了（ ）



- A. 60° B. 90° C. 120° D. 45°

5. 某厂进行技术创新，现在每天比原来多生产 30 台机器，并且现在生产 500 台机器所需时间与原来生产 350 台机器所需时间相同。设现在每天生产 x 台机器，根据题意可得方程为（ ）

- A. $\frac{500}{x} = \frac{350}{x-30}$ B. $\frac{500}{x-30} = \frac{350}{x}$ C. $\frac{500}{x} = \frac{350}{x+30}$ D. $\frac{500}{x+30} = \frac{350}{x}$

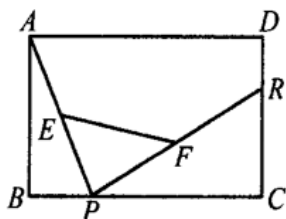
6. 已知 a 为整数，且 $\sqrt{3} < a < \sqrt{5}$ ，则 a 等于（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 2022 年冬奥会，北京、延庆、张家口三个赛区共 25 个场馆，北京共 12 个，其中 11 个为 2008 年奥运会遗留场馆，唯一一个新建的场馆是国家速滑馆，可容纳 12000 人观赛，将 12000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 12×10^3 B. 1.2×10^4 C. 1.2×10^5 D. 0.12×10^5

8. 如图，已知四边形 ABCD，R，P 分别是 DC，BC 上的点，E，F 分别是 AP，RP 的中点，当点 P 在 BC 上从点 B 向点 C 移动而点 R 不动时，那么下列结论成立的是（ ）。

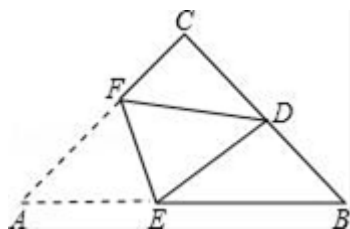


- A. 线段 EF 的长逐渐增大 B. 线段 EF 的长逐渐减少
C. 线段 EF 的长不变 D. 线段 EF 的长不能确定

9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $BC=3$ ，则 $\angle A$ 的正切值为（ ）

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

10. 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，D 为 BC 的中点，将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 A 与点 D 重合，EF 为折痕，则 $\sin \angle BED$ 的值是（ ）

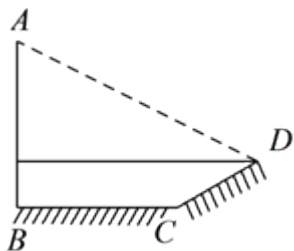


- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

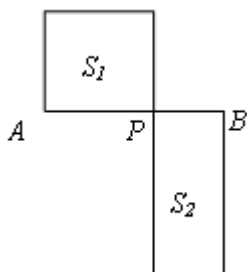
二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11. $a(a+b) - b(a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图，小阳发现电线杆 AB 的影子落在土坡的坡面 CD 和地面 BC 上，量得 $CD = 8$ ， $BC = 20$ 米， CD 与地面成 30° 角，且此时测得 1 米的影长为 2 米，则电线杆的高度为 _____ 米。

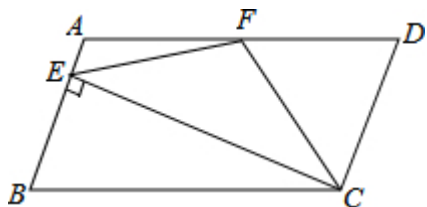


13. 如图，已知 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $PA > PB$ 。若 S_1 表示以 PA 为一边的正方形的面积， S_2 表示长是 AB 、宽是 PB 的矩形的面积，则 S_1 _____ S_2 。（填“ $>$ ”“ $=$ ”“ $<$ ”）

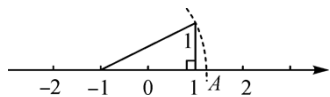


14. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD = 2AB$ ， F 是 AD 的中点，作 $CE \perp AB$ ，垂足 E 在线段 AB 上，连接 EF 、 CF ，则下列结论中一定成立的是 _____（把所有正确结论的序号都填在横线上） $\angle DCF = \frac{1}{2} \angle BCD$ ，（2） $EF = CF$ ；（3）

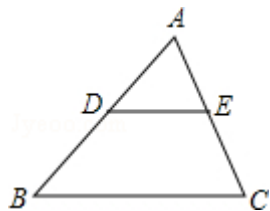
$S_{\triangle BEC} = 2S_{\triangle ACF}$ ；（4） $\angle DFE = 3\angle AEF$



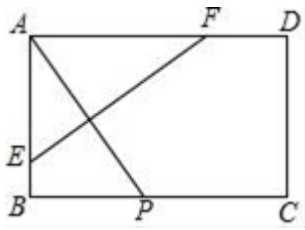
15. 如图，数轴上点 A 所表示的实数是 _____。



16. 已知：如图， $\triangle ABC$ 的面积为 12，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，则四边形 $BCED$ 的面积为 _____。

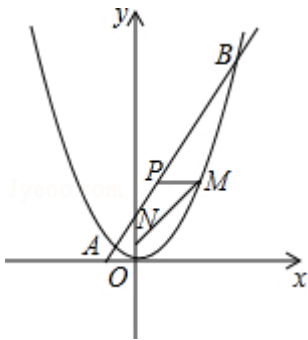


17. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 5$ ，点 P 是边 BC 上的动点，现将纸片折叠使点 A 与点 P 重合，折痕与矩形边的交点分别为 E ， F ，要使折痕始终与边 AB ， AD 有交点， BP 的取值范围是 _____。



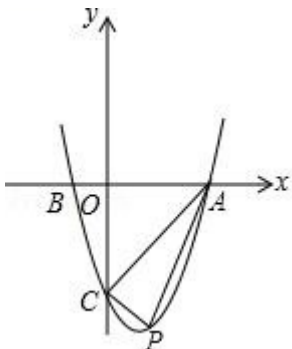
三、解答题（共 7 小题，满分 69 分）

18. (10 分) 如图，已知直线 AB 经过点 $(0, 4)$ ，与抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 交于 A, B 两点，其中点 A 的横坐标是 -2 。求这条直线的函数关系式及点 B 的坐标。在 x 轴上是否存在点 C，使得 $\triangle ABC$ 是直角三角形？若存在，求出点 C 的坐标，若不存在请说明理由。过线段 AB 上一点 P，作 $PM \parallel x$ 轴，交抛物线于点 M，点 M 在第一象限，点 N $(0, 1)$ ，当点 M 的横坐标为何值时， $MN + 3MP$ 的长度最大？最大值是多少？

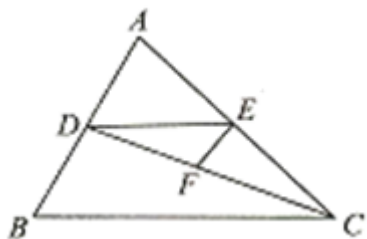


19. (5 分) 已知二次函数 $y = mx^2 - 2mx + n$ 的图象经过 $(0, -3)$ 。

- (1) $n =$ _____；
- (2) 若二次函数 $y = mx^2 - 2mx + n$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，求 m 值；
- (3) 若二次函数 $y = mx^2 - 2mx + n$ 的图象与平行于 x 轴的直线 $y = 5$ 的一个交点的横坐标为 4，则另一个交点的坐标为 _____；
- (4) 如图，二次函数 $y = mx^2 - 2mx + n$ 的图象经过点 A $(3, 0)$ ，连接 AC，点 P 是抛物线位于线段 AC 下方图象上的任意一点，求 $\triangle PAC$ 面积的最大值。



20. (8 分) 如图所示，已知 $\angle CFE + \angle BDC = 180^\circ$ ， $\angle DEF = \angle B$ ，试判断 $\angle AED$ 与 $\angle ACB$ 的大小关系，并说明理由。



21. (10 分) 如图所示, $\triangle ABC$ 内接于圆 O , $CD \perp AB$ 于 D ;

(1) 如图 1, 当 AB 为直径, 求证: $\angle OBC = \angle ACD$;

(2) 如图 2, 当 AB 为非直径的弦, 连接 OB , 则 (1) 的结论是否成立? 若成立请证明, 不成立说明由;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 作 $AE \perp BC$ 于 E , 交 CD 于点 F , 连接 ED , 且 $AD = BD + 2ED$, 若 $DE = 3$, $OB = 5$, 求 CF 的长度.

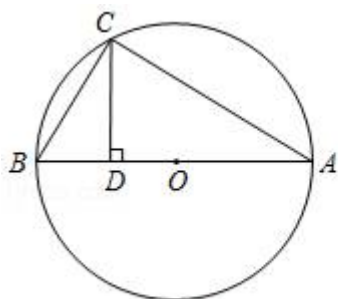


图1

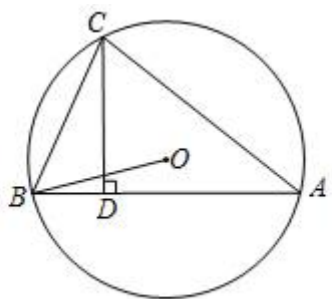


图2

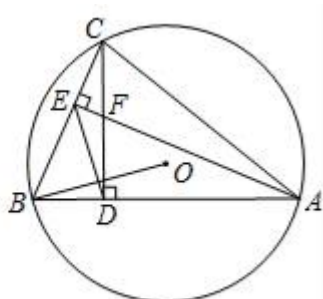


图3

22. (10 分) 已知抛物线 $y = x^2 - 6x + 9$ 与直线 $y = x + 3$ 交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 抛物线的顶点为 C, 直线 $y = x + 3$ 与 x 轴交于点 D.

(1) 求抛物线的顶点 C 的坐标及 A, B 两点的坐标;

(2) 将抛物线 $y = x^2 - 6x + 9$ 向上平移 1 个单位长度, 再向左平移 t ($t > 0$) 个单位长度得到新抛物线, 若新抛物线的顶点 E 在 $\triangle DAC$ 内, 求 t 的取值范围;

(3) 点 P (m, n) ($-3 < m < 1$) 是抛物线 $y = x^2 - 6x + 9$ 上一点, 当 $\triangle PAB$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 2 倍时, 求 m, n 的值.

23. (12 分) $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AC 为 $\odot O$ 的直径, $\angle A = 60^\circ$, 点 D 在 AC 上, 连接 BD 作等边三角形 BDE, 连接 OE.

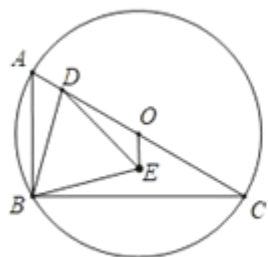


图1

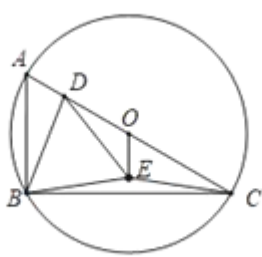


图2

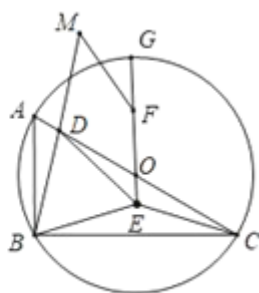
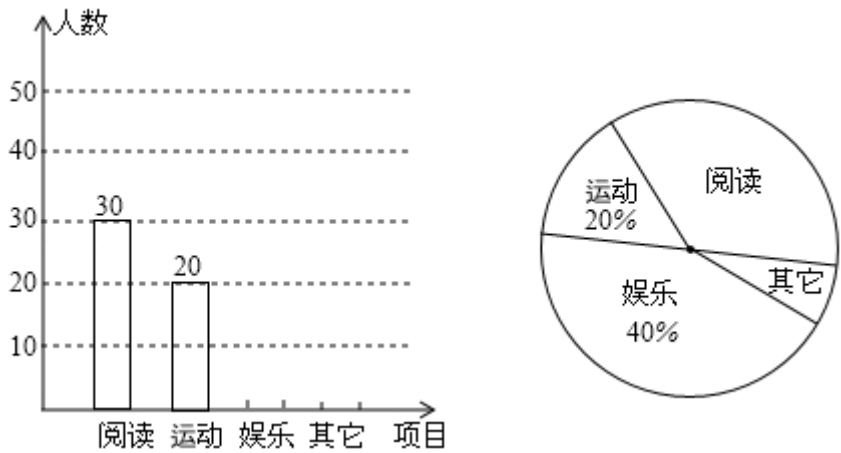


图3

如图 1，求证：OE=AD；如图 2，连接 CE，求证：∠OCE=∠ABD；如图 3，在(2)的条件下，延长 EO 交⊙O 于点 G，在 OG 上取点 F，使 OF=2OE，延长 BD 到点 M 使 BD=DM，连接 MF，若 $\tan\angle BMF=\frac{5\sqrt{3}}{9}$ ，OD=3，求线段 CE 的长.

24. (14 分) 某校团委为研究该校学生的课余活动情况，采取抽样调查的方法，从阅读、运动、娱乐、其他等四个方面调查了若干名学生的兴趣爱好，并将调查的结果绘制了如下的两幅不完整的统计图，请你根据图中提供的信息解答下列各题：

- (1) 在这次研究中，一共调查了多少名学生？
- (2) “其他”在扇形统计图所占的圆心角是多少度？
- (3) 补全频数分布直方图；
- (4) 该校共有 3200 名学生，请你估计一下全校大约有多少学生课余爱好是阅读.



参考答案

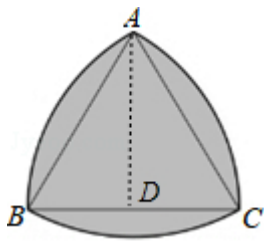
一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1、D

【解析】

【分析】莱洛三角形的面积是由三块相同的扇形叠加而成，其面积=三块扇形的面积相加，再减去两个等边三角形的面积，分别求出即可.

【详解】过 A 作 AD⊥BC 于 D，



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB=AC=BC=2$, $\angle BAC=\angle ABC=\angle ACB=60^\circ$,

$\because AD \perp BC$,

$\therefore BD=CD=1$, $AD=\sqrt{3} BD=\sqrt{3}$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$,

$$S_{\text{扇形} BAC} = \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi,$$

$\therefore$ 莱洛三角形的面积 $S = 3 \times \frac{2}{3}\pi - 2 \times \sqrt{3} = 2\pi - 2\sqrt{3}$,

故选 D.

【点睛】本题考查了等边三角形的性质和扇形的面积计算，能根据图形得出莱洛三角形的面积=三块扇形的面积相加、再减去两个等边三角形的面积是解此题的关键.

2、D

【解析】

设这个数是 a ，把 $x=1$ 代入方程得出一个关于 a 的方程，求出方程的解即可.

【详解】

设这个数是 a ，

$$\text{把 } x=1 \text{ 代入得: } \frac{1}{3}(-2+1) = 1 - \frac{5-a}{3},$$

$$\therefore 1 = 1 - \frac{5-a}{3},$$

解得: $a=1$.

故选: D.

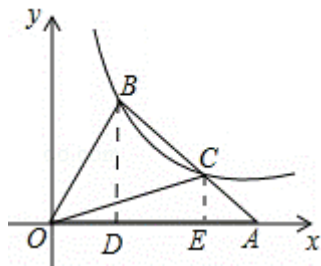
【点睛】

本题主要考查对解一元一次方程，等式的性质，一元一次方程的解等知识点的理解和掌握，能得出一个关于 a 的方程是解此题的关键.

3、B

【解析】

作 $BD \perp x$ 轴于 D , $CE \perp x$ 轴于 E ,


$$\therefore \mathbf{BD} \parallel \mathbf{CE},$$

$$\therefore \frac{CE}{BD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB},$$

∵OC 是 $\triangle OAB$ 的中线,

$$\therefore \frac{CE}{BD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

设 $CE=x$, 则 $BD=2x$,

$$\therefore C \text{ 的横坐标为 } \frac{2}{x}, B \text{ 的横坐标为 } \frac{1}{x},$$

$$\therefore \mathbf{OD} = \frac{1}{x}, \quad \mathbf{OE} = \frac{2}{x},$$

$$\therefore \text{DE} = \text{OE} - \text{OD} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x},$$

$$\therefore \mathbf{AE} = \mathbf{DE} = \frac{1}{x},$$

$$\therefore \mathbf{OA} = \mathbf{OE} + \mathbf{AE} = \frac{2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{x},$$

$$\therefore S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \mathbf{OA} \cdot \mathbf{BD} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{x} \times 2x = 1.$$

故选 B.

点睛：本题是反比例函数与几何的综合题，熟知反比例函数的图象上点的特征和相似三角形的判定和性质是解题的关键.

4、 B

【解析】

由弧长的计算公式可得答案.

【详解】

解：由圆弧长计算公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，将 $l = 3\pi$ 代入，

可得 $n = 90^\circ$,

故选 B.

【点睛】

本题主要考查圆弧长计算公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，牢记并运用公式是解题的关键.

5、A

【解析】

根据现在生产 500 台机器所需时间与原计划生产 350 台机器所需时间相同，所以可得等量关系为：现在生产 500 台机器所需时间=原计划生产 350 台机器所需时间.

【详解】

现在每天生产 x 台机器，则原计划每天生产 $(x-30)$ 台机器.

依题意得：
$$\frac{500}{x} = \frac{350}{x-30},$$

故选 A.

【点睛】

本题考查了分式方程的应用，弄清题意，找准等量关系列出方程是解题的关键.

6、B

【解析】

直接利用 $\sqrt{3}$ ， $\sqrt{5}$ 接近的整数是 1，进而得出答案.

【详解】

$\because a$ 为整数，且 $\sqrt{3} < a < \sqrt{5}$ ，

$\therefore a=1$.

故选：B.

【点睛】

考查了估算无理数大小，正确得出无理数接近的有理数是解题关键.

7、B

【解析】

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【详解】

数据 12000 用科学记数法表示为 1.2×10^4 ，故选：B.

【点睛】

此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

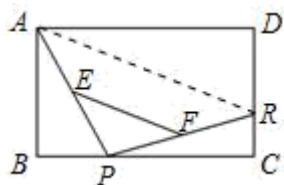
8、C

【解析】

因为 R 不动，所以 AR 不变．根据三角形中位线定理可得 $EF = \frac{1}{2}AR$ ，因此线段 EF 的长不变．

【详解】

如图，连接 AR，



∵ E、F 分别是 AP、RP 的中点，

∴ EF 为 $\triangle APR$ 的中位线，

∴ $EF = \frac{1}{2}AR$ ，为定值．

∴ 线段 EF 的长不改变．

故选：C．

【点睛】

本题考查了三角形的中位线定理，只要三角形的边 AR 不变，则对应的中位线的长度就不变．

9、A

【解析】

【分析】根据锐角三角函数的定义求出即可．

【详解】∵ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore \angle A \text{ 的正切值为 } \frac{BC}{AC} = \frac{3}{1} = 3,$$

故选 A．

【点睛】本题考查了锐角三角函数的定义，能熟记锐角三角函数的定义的内容是解此题的关键．

10、B

【解析】

先根据翻折变换的性质得到 $\triangle DEF \cong \triangle AEF$ ，再根据等腰三角形的性质及三角形外角的性质可得到 $\angle BED = \angle CDF$ ，设 $CD = 1$ ， $CF = x$ ，则 $CA = CB = 2$ ，再根据勾股定理即可求解．

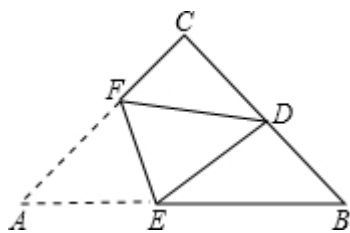
【详解】

∵ $\triangle DEF$ 是 $\triangle AEF$ 翻折而成，

∴ $\triangle DEF \cong \triangle AEF$ ， $\angle A = \angle EDF$ ，

∵ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

∴ $\angle EDF = 45^\circ$ ，由三角形外角性质得 $\angle CDF + 45^\circ = \angle BED + 45^\circ$ ，



$$\therefore \angle BED = \angle CDF,$$

设 $CD=1$, $CF=x$, 则 $CA=CB=2$,

$$\therefore DF=FA=2-x,$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle CDF$ 中, 由勾股定理得,

$$CF^2 + CD^2 = DF^2,$$

$$\text{即 } x^2 + 1 = (2-x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \sin \angle BED = \sin \angle CDF = \frac{CF}{DF} = \frac{3}{5}.$$

故选 B.

【点睛】

本题考查的是图形翻折变换的性质、等腰直角三角形的性质、勾股定理、三角形外角的性质, 涉及面较广, 但难易适中.

二、填空题 (共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分)

$$11、(a+b)(a-b).$$

【解析】

先确定公因式为 $(a+b)$, 然后提取公因式后整理即可.

【详解】

$$a(a+b) - b(a+b) = (a+b)(a-b).$$

【点睛】

本题考查了因式分解, 把一个多项式化成几个整式的乘积的形式, 叫做因式分解. 因式分解常用的方法有: ①提公因式法; ②公式法; ③十字相乘法; ④分组分解法. 因式分解必须分解到每个因式都不能再分解为止.

$$12、(14+2\sqrt{3}) \text{ 米}$$

【解析】

过 D 作 $DE \perp BC$ 的延长线于 E , 连接 AD 并延长交 BC 的延长线于 F , 根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半求出 DE , 再根据勾股定理求出 CE , 然后根据同时同地物高与影长成正比列式求出 EF , 再求出 BF , 再次利用同时同地物高与影长成正比列式求解即可.

【详解】

如图，过 D 作 $DE \perp BC$ 的延长线于 E ，连接 AD 并延长交 BC 的延长线于 F 。

$\because CD=8$ ， CD 与地面成 30° 角，

$$\therefore DE = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

根据勾股定理得： $CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ 。

$\because 1m$ 杆的影长为 $2m$ ，

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{1}{2},$$

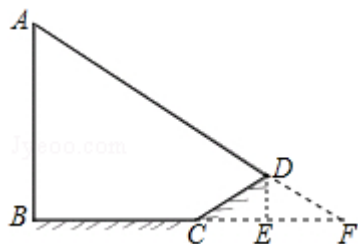
$$\therefore EF = 2DE = 2 \times 4 = 8,$$

$$\therefore BF = BC + CE + EF = 20 + 4\sqrt{3} + 8 = (28 + 4\sqrt{3}).$$

$$\therefore \frac{AB}{BF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} (28 + 4\sqrt{3}) = 14 + 2\sqrt{3}.$$

故答案为 $(14 + 2\sqrt{3})$ 。



【点睛】

本题考查了相似三角形的应用，主要利用了同时同地物高与影长成正比的性质，作辅助线求出 AB 的影长若全在水平地面上的长 BF 是解题的关键。

13、=。

【解析】

黄金分割点，二次根式化简。

【详解】

设 $AB=1$ ，由 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $PA > PB$ ，

$$\text{根据黄金分割点的， } AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad BP = 1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

$$\therefore S_1 = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad S_1 = 1 \times \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}. \quad \therefore S_1 = S_1.$$

14、①②④

【解析】

试题解析：①∵F 是 AD 的中点，

∴AF=FD，

∵在□ABCD 中，AD=2AB，

∴AF=FD=CD，

∴∠DFC=∠DCF，

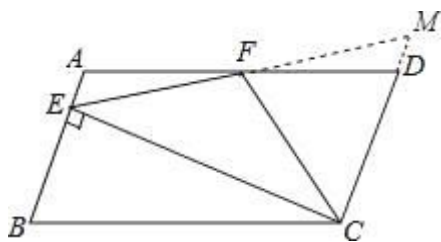
∵AD∥BC，

∴∠DFC=∠FCB，

∴∠DCF=∠BCF，

∴∠DCF= $\frac{1}{2}$ ∠BCD，故此选项正确；

延长 EF，交 CD 延长线于 M，



∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB∥CD，

∴∠A=∠MDF，

∵F 为 AD 中点，

∴AF=FD，

在△AEF 和△DFM 中，

$$\angle A = \angle FDM$$

$$\begin{cases} AF = DF \end{cases},$$

$$\angle AFE = \angle DFM$$

∴△AEF≌△DMF (ASA)，

∴FE=MF，∠AEF=∠M，

∵CE⊥AB，

∴∠AEC=90°，

∴∠AEC=∠ECD=90°，

∴FM=EF，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/846200243012010152>