

湖北省武汉市第六中学 2023 年高三数学试题精选仿真模拟卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. “幻方”最早记载于我国公元前 500 年的春秋时期《大戴礼》中。“ n 阶幻方 ($n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*$)”是由前 n^2 个正整数组成的一个 n 阶方阵，其各行各列及两条对角线所含的 n 个数之和（简称幻和）相等，例如“3 阶幻方”的幻和为 15（如图所示）。则“5 阶幻方”的幻和为（ ）

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- A. 75 B. 65 C. 55 D. 45
2. 若 $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^6 的系数为 150，则 $a^2 =$ （ ）
- A. 20 B. 15 C. 10 D. 25
3. $\sin 80^\circ \cos 50^\circ + \cos 140^\circ \sin 10^\circ =$ （ ）
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
4. 已知边长为 4 的菱形 $ABCD$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ， M 为 CD 的中点， N 为平面 $ABCD$ 内一点，若 $AN = NM$ ，则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} =$ （ ）
- A. 16 B. 14 C. 12 D. 8
5. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4，则点 A 到抛物线焦点的距离为（ ）
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 2x, & x > 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图像上有且仅有四个不同的点关于直线 $y = -1$ 的对称点在 $y = kx - 1$

的图像上, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ C. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

7. 已知 m 为实数, 直线 $l_1: mx + y - 1 = 0$, $l_2: (3m - 2)x + my - 2 = 0$, 则“ $m = 1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的 ()

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 斜率为 1 的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于 A、B 两点, 则 $|AB|$ 的最大值为 ()

- A. 2 B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

9. 为得到函数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像, 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图像 ()

- A. 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位 B. 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位
C. 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位 D. 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位

10. 《九章算术》有如下问题: “今有金簪, 长五尺, 斩本一尺, 重四斤; 斩末一尺, 重二斤, 问次一尺各重几何?”意思是: “现在有一根金簪, 长五尺在粗的一端截下一尺, 重 4 斤; 在细的一端截下一尺, 重 2 斤, 问各尺依次重多少?”按这一问题的题设, 假设金簪由粗到细各尺重量依次成等差数列, 则从粗端开始的第二尺的重量是 ()

- A. $\frac{7}{3}$ 斤 B. $\frac{7}{2}$ 斤 C. $\frac{5}{2}$ 斤 D. 3 斤

11. 下列选项中, 说法正确的是 ()

A. “ $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 \leq 0$ ”的否定是“ $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 > 0$ ”

B. 若向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角

C. 若 $am^2 \leq bm^2$, 则 $a \leq b$

D. “ $x \in (A \cup B)$ ”是“ $x \in (A \cap B)$ ”的必要条件

12. 设 $x \in R$, 则“ $|x - 1| < 2$ ”是“ $x^2 < x$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

14. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足: ①对任意的 $x, y \in R$, 都有 $f(x-y) = f(x) - f(y)$; ②当 $x < 0$ 时, $f(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 的解析式可以是_____.

15. 根据如图所示的伪代码, 若输出的 y 的值为 $\frac{1}{2}$, 则输入的 x 的值为_____.

```

Read x
If x ≤ 0 Then
    y ← x2 - 1
Else
    y ← 2x
End If
Print y
    
```

16. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x - y + 1 > 0 \\ x + y - 3 < 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的取值范围为_____.

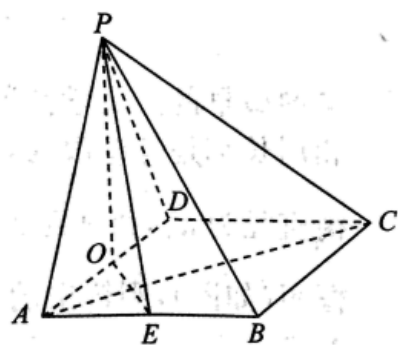
三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+1| + |2x-1|$

(1) 解不等式 $f(x) \leq x+2$;

(2) 若函数 $g(x) = |x+2019| + |x+2021-a|$, 若对于任意的 $x_1 \in R$, 都存在 $x_2 \in R$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是菱形, $PO \perp$ 底面 $ABCD$, O, E 分别是 AD, AB 的中点, $AB = 6, AP = 5, \angle BAD = 60^\circ$.



(I) 求证: $AC \perp PE$;

(II) 求直线 PB 与平面 POE 所成角的正弦值;

(III) 在 DC 边上是否存在点 F , 使 BF 与 PA 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{10}$, 若存在, 确定点 F 的位置; 若不存在, 说明理由.

明理由.

19. (12 分) 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 2$.

(1) 若 $a \neq 0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若不等式 $2x \ln x \leq f'(x) + a^2 + 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (12 分) 已知公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_3 = 4$, a_5 是 a_2 与 a_{11} 的等比中项.

(1) 求 S_n ;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_2$, $b_{n+1} = b_n + 3 \times 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

21. (12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , $|F_1F_2| = 2$, M 是椭圆 E 上的一个动

点, 且 $\triangle MF_1F_2$ 的面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 E 的标准方程,

(2) 若 $A(a, 0)$, $B(0, b)$, 四边形 $ABCD$ 内接于椭圆 E , $AB \parallel CD$, 记直线 AD, BC 的斜率分别为 k_1, k_2 , 求证: k_1k_2 为定值.

22. (10 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $2\sin^2 \frac{A-B}{2} + 2\cos^2 \frac{A+B}{2} + 2\cos A \cos B = 1$

(1) 求角 C 的大小

(2) 若 $c = 4, |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}| = \sqrt{38}$, 求的周长

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. B

【解析】

计算 $1+2+\text{L}+25$ 的和, 然后除以5, 得到“5阶幻方”的幻和.

【详解】

依题意“5阶幻方”的幻和为 $\frac{1+2+\text{L}+25}{5} = \frac{\frac{1+25}{2} \times 25}{5} = 65$, 故选 B.

【点睛】

本小题主要考查合情推理与演绎推理, 考查等差数列前 n 项和公式, 属于基础题.

2. C

【解析】

通过二项式展开式的通项分析得到 $C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$, 即得解.

【详解】

由已知得 $T_{r+1} = C_6^r (x^2)^{6-r} \left(\frac{a}{x}\right)^r = C_6^r (a)^r x^{12-3r}$,

故当 $r = 2$ 时, $12 - 3r = 6$,

于是有 $T_3 = C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$,

则 $a^2 = 10$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项和系数问题, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

3. D

【解析】

利用 $10^\circ = 90^\circ - 80^\circ$, $140^\circ = 90^\circ + 50^\circ$, 根据诱导公式进行化简, 可得 $\sin 80^\circ \cos 50^\circ - \cos 80^\circ \sin 50^\circ$, 然后利用两角差的正弦定理, 可得结果.

【详解】

由 $80^\circ = 90^\circ - 10^\circ$, $140^\circ = 90^\circ + 50^\circ$

所以 $\sin 10^\circ = \sin(90^\circ - 80^\circ) = \cos 80^\circ$

$\cos 140^\circ = \cos(90^\circ + 50^\circ) = -\sin 50^\circ$,

所以原式 $= \sin 80^\circ \cos 50^\circ - \cos 80^\circ \sin 50^\circ = \sin(80^\circ - 50^\circ)$

$$\text{所以原式} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{故 } \sin 80^\circ \cos 50^\circ + \cos 140^\circ \sin 10^\circ = \frac{1}{2}$$

故选：D

【点睛】

本题考查诱导公式以及两角差的正弦公式，关键在于掌握公式，属基础题.

4. B

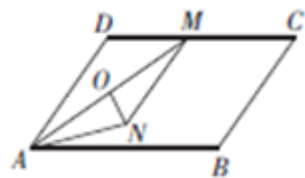
【解析】

取 AM 中点 O ，可确定 $\vec{AM} \cdot \vec{ON} = 0$ ；根据平面向量线性运算和数量积的运算法则可求得 $|\vec{AM}|^2$ ，利用

$\vec{AM} \cdot \vec{AN} = \vec{AM} \cdot (\vec{AO} + \vec{ON})$ 可求得结果.

【详解】

取 AM 中点 O ，连接 ON ，



Q $AN = NM$ ， $\therefore ON \perp AM$ ，即 $\vec{AM} \cdot \vec{ON} = 0$.

Q $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\therefore \angle ADM = 120^\circ$ ，

$$\therefore |\vec{AM}|^2 = (\vec{DM} - \vec{DA})^2 = |\vec{DM}|^2 + |\vec{DA}|^2 - 2|\vec{DM}| \cdot |\vec{DA}| \cos \angle ADM = 4 + 16 + 8 = 28,$$

$$\text{则 } \vec{AM} \cdot \vec{AN} = \vec{AM} \cdot (\vec{AO} + \vec{ON}) = \vec{AM} \cdot \vec{AO} + \vec{AM} \cdot \vec{ON} = \frac{1}{2} |\vec{AM}|^2 = 14.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量数量积的求解问题，涉及到平面向量的线性运算，关键是能够将所求向量进行拆解，进而利用平面向量数量积的运算性质进行求解.

5. D

【解析】

试题分析：抛物线 $x^2 = 4y$ 焦点在 y 轴上，开口向上，所以焦点坐标为 $(0, 1)$ ，准线方程为 $y = -1$ ，因为点 A 的纵坐标为 4，所以点 A 到抛物线准线的距离为 $4 + 1 = 5$ ，因为抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，所以点 A 与抛物线焦点的距离为 5.

考点：本小题主要考查应用抛物线定义和抛物线上点的性质抛物线上的点到焦点的距离，考查学生的运算求解能力.

点评：抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，这条性质在解题时经常用到，可以简化运算。

6. A

【解析】

可将问题转化，求直线 $y = kx - 1$ 关于直线 $y = -1$ 的对称直线，再分别讨论两函数的增减性，结合函数图像，分析临界点，进一步确定 k 的取值范围即可

【详解】

可求得直线 $y = kx - 1$ 关于直线 $y = -1$ 的对称直线为 $y = mx - 1$ ($m = -k$)，

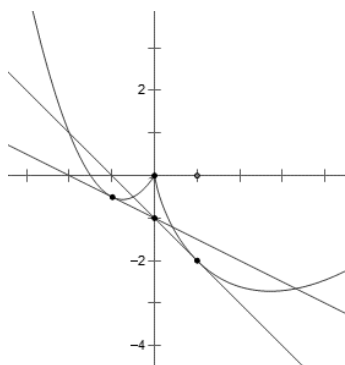
当 $x > 0$ 时， $f(x) = x \ln x - 2x$ ， $f'(x) = \ln x - 1$ ，当 $x = e$ 时， $f'(x) = 0$ ，则当 $x \in (0, e)$ 时， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$

单减，当 $x \in (e, +\infty)$ 时， $f'(x) > 0$ ， $f(x)$ 单增；

当 $x \leq 0$ 时， $f(x) = x^2 + \frac{3}{2}x$ ， $f'(x) = 2x + \frac{3}{2}$ ，当 $x = -\frac{3}{4}$ ， $f'(x) = 0$ ，当 $x < -\frac{3}{4}$ 时， $f(x)$ 单减，当 $-\frac{3}{4} < x < 0$ 时，

$f(x)$ 单增；

根据题意画出函数大致图像，如图：



当 $y = mx - 1$ 与 $f(x) = x^2 + \frac{3}{2}x$ ($x \leq 0$) 相切时，得 $\Delta = 0$ ，解得 $m = -\frac{1}{2}$ ；

当 $y = mx - 1$ 与 $f(x) = x \ln x - 2x$ ($x > 0$) 相切时，满足
$$\begin{cases} y = x \ln x - 2x \\ y = mx - 1 \\ m = \ln x - 1 \end{cases},$$

解得 $x = 1, m = -1$ ，结合图像可知 $m \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ ，即 $-k \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ ， $k \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$

故选：A

【点睛】

本题考查数形结合思想求解函数交点问题，导数研究函数增减性，找准临界是解题的关键，属于中档题

7. A

【解析】

根据直线平行的等价条件，求出 m 的值，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

当 $m=1$ 时，两直线方程分别为直线 $l_1: x+y-1=0$, $l_2: x+y-2=0$ 满足 $l_1 \parallel l_2$ ，即充分性成立，

当 $m=0$ 时，两直线方程分别为 $y-1=0$ ，和 $-2x-2=0$ ，不满足条件.

当 $m \neq 0$ 时，则 $l_1 \parallel l_2 \Rightarrow \frac{3m-2}{m} = \frac{m}{1} \neq \frac{-2}{-1}$ ，

由 $\frac{3m-2}{m} = \frac{m}{1}$ 得 $m^2-3m+2=0$ 得 $m=1$ 或 $m=2$ ，

由 $\frac{m}{1} \neq \frac{-2}{-1}$ 得 $m \neq 2$ ，则 $m=1$ ，

即“ $m=1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的充要条件，

故答案为：A

【点睛】

(1) 本题主要考查充要条件的判断，考查两直线平行的等价条件，意在考查学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 本题也可以利用下面的结论解答，直线 $a_1x+b_1y+c_1=0$ 和直线 $a_2x+b_2y+c_2=0$ 平行，则 $a_1b_2-a_2b_1=0$ 且两直线不重合，求出参数的值后要代入检验看两直线是否重合.

8. C

【解析】

设出直线的方程，代入椭圆方程中消去 y ，根据判别式大于 0 求得 t 的范围，进而利用弦长公式求得 $|AB|$ 的表达式，利用 t 的范围求得 $|AB|$ 的最大值.

【详解】

解：设直线 l 的方程为 $y=x+t$ ，代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ ，消去 y 得 $\frac{5}{4}x^2+2tx+t^2-1=0$ ，

由题意得 $\Delta = (2t)^2 - 1(t^2 - 1) > 0$ ，即 $t^2 < 1$.

弦长 $|AB| = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5-t^2}}{5} \leq \frac{4\sqrt{10}}{5}$.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了椭圆的应用，直线与椭圆的关系. 常需要把直线与椭圆方程联立，利用韦达定理，判别式找到解决问题的突破口.

9. D

【解析】

$y = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin(2x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) = \sin(2x + \frac{5\pi}{6}) = \sin 2(x + \frac{5\pi}{12})$ ，所以要的函数 $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象，只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位得到，故选 D

10. B

【解析】

依题意，金簪由粗到细各尺重量构成一个等差数列， $a_1 = 4$ 则 $a_5 = 2$ ，由此利用等差数列性质求出结果.

【详解】

设金簪由粗到细各尺重量依次所成得等差数列为 $\{a_n\}$ ，设首项 $a_1 = 4$ ，则 $a_5 = 2$ ， $\therefore$ 公差 $d = \frac{a_5 - a_1}{5 - 1} = \frac{2 - 4}{5 - 1} = -\frac{1}{2}$ ，
 $\therefore a_2 = a_1 + d = \frac{7}{2}$.

故选 B

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

11. D

【解析】

对于 A 根据命题的否定可得：“ $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 \leq 0$ ”的否定是“ $\forall x \in R, x^2 - x > 0$ ”，即可判断出；对于 B 若向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角或平角；对于 C 当 $m=0$ 时，满足 $am^2 \leq bm^2$ ，但是 $a \leq b$ 不一定成立；对于 D 根据元素与集合的关系即可做出判断.

【详解】

选项 A 根据命题的否定可得：“ $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 \leq 0$ ”的否定是“ $\forall x \in R, x^2 - x > 0$ ”，因此 A 不正确；

选项 B 若向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角或平角，因此不正确.

选项 C 当 $m=0$ 时，满足 $am^2 \leq bm^2$ ，但是 $a \leq b$ 不一定成立，因此不正确；

选项 D 若“ $x \in (A \cap B)$ ”，则 $x \in A$ 且 $x \in B$ ，所以一定可以推出“ $x \in (A \cup B)$ ”，因此“ $x \in (A \cup B)$ ”是“ $x \in (A \cap B)$ ”的必要条件，故正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查命题的真假判断与应用，涉及知识点有含有量词的命题的否定、不等式性质、向量夹角与性质、集合性质等，属于简单题.

12. B

【解析】

解出两个不等式的解集，根据充分条件和必要条件的定义，即可得到本题答案.

【详解】

由 $|x-1|<2$ ，得 $-1<x<3$ ，又由 $x^2<x$ ，得 $0<x<1$ ，

因为集合 $\{x|0<x<1\}\subset\{x|-1<x<3\}$ ，

所以“ $|x-1|<2$ ”是“ $x^2<x$ ”的必要不充分条件.

故选： B

【点睛】

本题主要考查必要不充分条件的判断，其中涉及到绝对值不等式和一元二次不等式的解法.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $-\frac{7}{25}$

【解析】

由已知利用两角差的正弦函数公式可得 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{5}$ ，两边平方，由同角三角函数基本关系式，二倍角的正弦函数公式即可计算得解.

【详解】

$$\text{Q } \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\alpha \cos\frac{\pi}{4} - \cos\alpha \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha - \cos\alpha) = \frac{4}{5}, \text{ 得 } \sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{5},$$

$$\text{在等式 } \sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{5} \text{ 两边平方得 } 1 - \sin 2\alpha = \frac{32}{25}, \text{ 解得 } \sin 2\alpha = -\frac{7}{25}.$$

故答案为： $-\frac{7}{25}$.

【点睛】

本题主要考查了两角差的正弦函数公式，同角三角函数基本关系式，二倍角的正弦函数公式在三角函数化简求值中的应用，考查了转化思想，属于基础题.

14. $f(x) = -x$ (或 $f(x) = -2x$ ，答案不唯一)

【解析】

由 $f(x-y) = f(x) - f(y)$ 可得 $f(x)$ 是奇函数，再由 $x < 0$ 时， $f(x) > 0$ 可得到满足条件的奇函数非常多，属于开放性试题.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/846213133105010235>