

新疆昌吉回族自治州九中 2024 届高三数学试题下学期第一次联考试题

请考生注意：

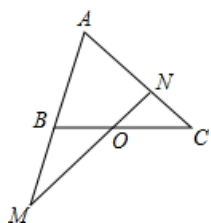
1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，则其渐近线方程为

- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm\sqrt{3}x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 O 是 BC 的中点，过点 O 的直线分别交直线 AB ， AC 于不同的两点 M ， N ，若 $\vec{AB} = m\vec{AM}$ ， $\vec{AC} = n\vec{AN}$ ，则 $m+n =$ ()



- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

3. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1， O 是该正四面体外接球球心，且 $\vec{AO} = x\vec{AB} + y\vec{AC} + z\vec{AD}$ ， $x, y, z \in \mathbf{R}$ ，则 $x+y+z =$ ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，且 $2^{f(\frac{m}{n})} \cdot 2^{f(n)} = 4^{\frac{f(m)}{2}}$ ，当 $0 < x < 1$ 时， $f(x) < 0$ 。若 $f(4) = 2$ ，则函数 $f(x)$ 在 $[1, 16]$ 上的最大值为 ()

- A. 4 B. 6 C. 3 D. 8

5. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$)， F 为抛物线的焦点且 MN 为过焦点的弦，若 $|OF| = 1$ ， $|MN| = 8$ ，则 $\triangle OMN$ 的面积为 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

6. 点 $P(x, y)$ 为不等式组 $\begin{cases} x+y \leq 4 \\ y \leq x \\ y \geq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域上的动点, 则 $\frac{y+2}{x-2}$ 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ C. $(-2, 1)$ D. $[-2, 1]$

7. 若集合 $A = \{x | y = \sqrt{2-x}\}$, $B = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $[-3, 2]$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$
C. $(2, 3)$ D. $\{x | -3 \leq x < 2\}$

8. 某医院拟派 2 名内科医生、3 名外科医生和 3 名护士共 8 人组成两个医疗分队, 平均分到甲、乙两个村进行义务巡诊, 其中每个分队都必须有内科医生、外科医生和护士, 则不同的分配方案有

A. 72 种 B. 36 种 C. 24 种 D. 18 种

9. 已知 $a = \log_{12} 13$, $b = \left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}}$, $c = \log_{13} 14$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > c > a$ D. $a > c > b$

10. 复数 $z = \frac{4+3i}{i-2}$ 的虚部为 ()

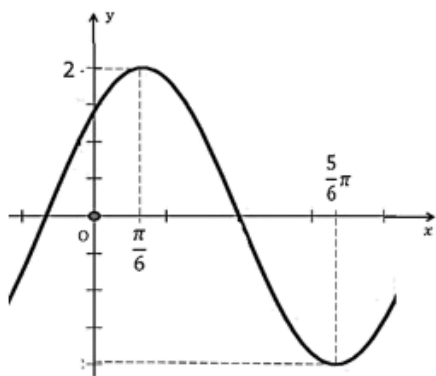
A. $2i$ B. $-2i$ C. 2 D. -2

11. 已知函数 $f(x) = |\cos x| + \sin x$, 则下列结论中正确的是

- ①函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π ;
- ②函数 $f(x)$ 的图象是轴对称图形;
- ③函数 $f(x)$ 的极大值为 $\sqrt{2}$;
- ④函数 $f(x)$ 的最小值为 -1.

A. ①③ B. ②④
C. ②③ D. ②③④

12. 已知 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}, x \in R$) 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的表达式是 ()



- A. $2 \cos\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$ B. $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
- C. $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ D. $2 \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知点 P 是直线 $y = x + 1$ 上的动点，点 Q 是抛物线 $y = x^2$ 上的动点. 设点 M 为线段 PQ 的中点， O 为原点，则 $|OM|$ 的最小值为_____.

14. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：①对任意的 $x, y \in \mathbb{R}$ ，都有 $f(x-y) = f(x) - f(y)$ ；②当 $x < 0$ 时， $f(x) > 0$ ，则函数 $f(x)$ 的解析式可以是_____.

15. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_1 + a_3 = \frac{5}{2}$ ，且 $a_2 + a_4 = \frac{5}{4}$ ，则 $\frac{S_6}{a_6} =$ _____.

16. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上， $PA = PB = PC$ ， $AB = 2$ ， $BC = \sqrt{5}$ ， $AC = 3$ ， E, F 分别为 AC, PB 的中点， $EF = \frac{3}{2}$ ，则球 O 的体积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $y = f(x)$. 若在定义域内存在 x_0 ，使得 $f(-x_0) = -f(x_0)$ 成立，则称 x_0 为函数 $y = f(x)$ 的局部对称点.

- (1) 若 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq 0$ ，证明：函数 $f(x) = ax^2 + bx - a$ 有局部对称点；
- (2) 若函数 $g(x) = 2^x + c$ 在定义域 $[-1, 1]$ 内有局部对称点，求实数 c 的取值范围；
- (3) 若函数 $h(x) = 4^x - m \cdot 2^{x+1} + m^2 - 3$ 在 $\mathbb{R}$ 上有局部对称点，求实数 m 的取值范围.

18. (12 分) 设函数 $f(x) = |x + a|, a > 0$.

(I) 当 $a = 2$ 时，求不等式 $f(x) < x^2$ 的解集；

(II)若函数 $g(x) = f(x) + f(1-x)$ 的图象与直线 $y=11$ 所围成的四边形面积大于 20,求 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $\{b_n\}$ 为等比数列, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_1 = 3$, $b_1 = 1$, $b_2 + S_2 = 10$, $a_5 - 2b_2 = a_3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $c_n = \begin{cases} \frac{2}{S_n}, & n \text{ 为奇数} \\ b_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 求 T_{2n} .

20. (12 分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_{n+1} = 2S_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 在 a_n 和 a_{n+1} 之间插入 n 个实数, 使得这 $n+2$ 个数依次组成公差为 d_n 的等差数列, 设数列 $\{\frac{1}{d_n}\}$ 的前 n 项和为

T_n , 求证: $T_n < 2$.

21. (12 分) 健身馆某项目收费标准为每次 60 元, 现推出会员优惠活动: 具体收费标准如下:

消费次数	第 1 次	第 2 次	第 3 次	不少于 4 次
收费比例	0.95	0.90	0.85	0.80

现随机抽取了 100 为会员统计它们的消费次数, 得到数据如下:

消费次数	1 次	2 次	3 次	不少于 4 次
频数	60	25	10	5

假设该项目的成本为每次 30 元, 根据给出的数据回答下列问题:

(1) 估计 1 位会员至少消费两次的概率

(2) 某会员消费 4 次, 求这 4 次消费获得的平均利润;

(3) 假设每个会员每星期最多消费 4 次, 以事件发生的频率作为相应事件的概率, 从会员中随机抽取两位, 记从这两位会员的消费获得的平均利润之差的绝对值为 X , 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$

22. (10 分) 已知数列 $\{a_n\}$, 其前 n 项和为 S_n , 若对于任意 $m, n \in \mathbb{N}^*$, 且 $m \neq n$, 都有

$$\frac{2S_{m+n}}{m+n} = a_m + a_n + \frac{a_m - a_n}{m-n}.$$

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = a_{n+1}a_{n+2} - a_n^2 (n \in \mathbb{N}^*)$ ，且等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{1}{3}$ ，存在正整数 p, q ，使得 $a_p + c_q$ ，求 $|a_q|$ 的最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

分析：根据离心率得 a,c 关系，进而得 a,b 关系，再根据双曲线方程求渐近线方程，得结果.

详解：

$$\because \frac{c}{a} = \sqrt{3}, \therefore \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2 - b^2}{b^2} = \frac{c^2}{b^2} - 1 = 3 - 1 = 2, \therefore \frac{c}{b} = \sqrt{2}.$$

因为渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，所以渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{2}x$ ，选 A.

点睛：已知双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 求渐近线方程： $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0 \Rightarrow y = \pm \frac{b}{a}x$.

2、C

【解析】

连接 AO ，因为 O 为 BC 中点，可由平行四边形法则得 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ，再将其用 $\overrightarrow{AM}$ ， $\overrightarrow{AN}$ 表示. 由 M 、 O 、 N

三点共线可知，其表达式中的系数和 $\frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1$ ，即可求出 $m+n$ 的值.

【详解】

连接 AO ，由 O 为 BC 中点可得，

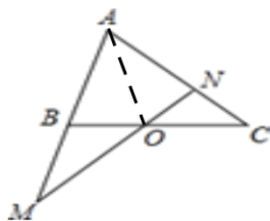
$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{m}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{n}{2}\overrightarrow{AN},$$

因 M 、 O 、 N 三点共线，

$$\therefore \frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1,$$

$$\therefore m + n = 2.$$

故选：C.



【点睛】

本题考查了向量的线性运算，由三点共线求参数的问题，熟记向量的共线定理是关键.属于基础题.

3、A

【解析】

如图设 $AF \perp$ 平面 BCD ，球心 O 在 AF 上，根据正四面体的性质可得 $AO = \frac{3}{4}AF$ ，根据平面向量的加法的几何意义，重心的性质，结合已知求出 $x + y + z$ 的值.

【详解】

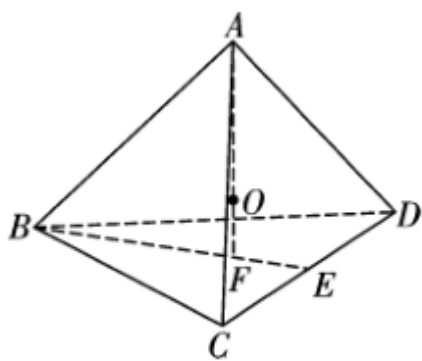
如图设 $AF \perp$ 平面 BCD ，球心 O 在 AF 上，由正四面体的性质可得：三角形 BCD 是正三角形，

$$BF = \frac{2}{3} \times \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad AF = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \quad \text{在直角三角形 } FOB \text{ 中,}$$

$$OB^2 = OF^2 + BF^2 \Rightarrow OA^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - AO\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$AO = \frac{3}{4}AF, \quad \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}, \quad \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF}, \quad \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}, \quad \text{因为 } F \text{ 为重心, 因此 } \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{FD} = \vec{0}, \text{ 则}$$

$$3\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}, \quad \text{因此 } \overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}), \quad \text{因此 } x = y = z = \frac{1}{4}, \text{ 则 } x + y + z = \frac{3}{4}, \text{ 故选 A.}$$



【点睛】

本题考查了正四面体的性质，考查了平面向量加法的几何意义，考查了重心的性质，属于中档题.

4、A

【解析】

根据所给函数解析式满足的等量关系及指数幂运算, 可得 $f\left(\frac{m}{n}\right) + f(n) = f(m)$; 利用定义可证明函数 $f(x)$ 的单调性, 由赋值法即可求得函数 $f(x)$ 在 $[1, 16]$ 上的最大值.

【详解】

函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且 $2^{f\left(\frac{m}{n}\right)} \cdot 2^{f(n)} = 4^{\frac{f(m)}{2}}$,

则 $f\left(\frac{m}{n}\right) + f(n) = f(m)$;

任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, 则 $0 < \frac{x_1}{x_2} < 1$,

故 $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) < 0$,

令 $m = x_1$, $n = x_2$, 则 $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) + f(x_2) = f(x_1)$,

即 $f(x_1) - f(x_2) = f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) < 0$,

故函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

故 $f(x)_{\max} = f(16)$,

令 $m = 16$, $n = 4$,

故 $f(4) + f(4) = f(16) = 4$,

故函数 $f(x)$ 在 $[1, 16]$ 上的最大值为 4.

故选: A.

【点睛】

本题考查了指数幂的运算及化简, 利用定义证明抽象函数的单调性, 赋值法在抽象函数求值中的应用, 属于中档题.

5、A

【解析】

根据 $|OF| = 1$ 可知 $y^2 = 4x$, 再利用抛物线的焦半径公式以及三角形面积公式求解即可.

【详解】

由题意可知抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 设点 $M(x_1, y_1)$ 点 $N(x_2, y_2)$, 则由抛物线定义知, $|MN| = |MF| + |NF| = x_1 + x_2 + 2$,

$|MN|=8$ 则 $x_1+x_2=6$.

由 $y^2=4x$ 得 $y_1^2=4x_1, y_2^2=4x_2$ 则 $y_1^2+y_2^2=24$.

又 MN 为过焦点的弦, 所以 $y_1y_2=-4$, 则 $|y_2-y_1|=\sqrt{y_1^2+y_2^2-2y_1y_2}=4\sqrt{2}$, 所以 $S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|OF|\cdot|y_2-y_1|=2\sqrt{2}$.

故选: A

【点睛】

本题考查抛物线的方程应用, 同时也考查了焦半径公式等. 属于中档题.

6、B

【解析】

作出不等式对应的平面区域, 利用线性规划的知识, 利用 z 的几何意义即可得到结论.

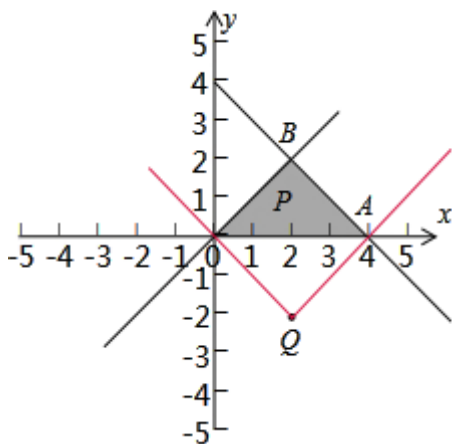
【详解】

不等式组 $\begin{cases} x+y \leq 4 \\ y \leq x \\ y \geq 0 \end{cases}$ 作出可行域如图: $A(4,0)$, $B(2,2)$, $O(0,0)$,

$z=\frac{y+2}{x-2}$ 的几何意义是动点 $P(x,y)$ 到 $Q(2,-2)$ 的斜率, 由图象可知 QA 的斜率为 1, QO 的斜率为: -1,

则 $\frac{y+2}{x-2}$ 的取值范围是: $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

故选: B.



【点睛】

本题主要考查线性规划的应用, 根据目标函数的几何意义结合斜率公式是解决本题的关键.

7、A

【解析】

先确定集合 A 中的元素, 然后由交集定义求解.

【详解】

$$Q A = \{x | y = \sqrt{2-x}\} = \{x | x \leq 2\}, B = \{x | -3 \leq x \leq 3\}, \therefore A \cap B = \{x | -3 \leq x \leq 2\}.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查求集合的交集运算，掌握交集定义是解题关键.

8、B

【解析】

根据条件 2 名内科医生，每个村一名，3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，根据排列组合进行计算即可.

【详解】

2 名内科医生，每个村一名，有 2 种方法，

3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，要求外科医生和护士都有，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，

若甲村有 1 外科,2 名护士,则有 $C_3^1 C_3^2 = 3 \times 3 = 9$ ，其余的分到乙村，

若甲村有 2 外科,1 名护士,则有 $C_3^2 C_3^1 = 3 \times 3 = 9$ ，其余的分到乙村，

则总共的分配方案为 $2 \times (9+9) = 2 \times 18 = 36$ 种，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了分组分配问题，解决这类问题的关键是先分组再分配，属于常考题型.

9、D

【解析】

由指数函数的图像与性质易得 b 最小，利用作差法，结合对数换底公式及基本不等式的性质即可比较 a 和 c 的大小关系，进而得解.

【详解】

根据指数函数的图像与性质可知 $0 < b = \left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}} < 1$ ，

由对数函数的图像与性质可知 $a = \log_{12} 13 > 1$ ， $c = \log_{13} 14 > 1$ ，所以 b 最小；

而由对数换底公式化简可得 $a - c = \log_{12} 13 - \log_{13} 14$

$$= \frac{\lg 13}{\lg 12} - \frac{\lg 14}{\lg 13}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/847006066161010003>