2024届内蒙古包头市包钢第四中学高三高考全真模拟卷（四）数学试题

考生须知：

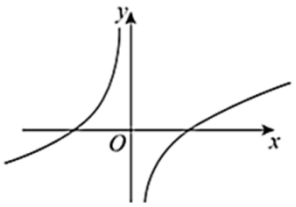
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数$f(x)$的图象如图所示，则$f(x)$可以为（　　）



A．$f(x)=\frac{x}{3}-\frac{3}{x}$　　B．$f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{x}$　　C．$f(x)=\frac{2}{x}-x$　　D．$f(x)=\frac{e^{|x|}}{x}$

2．已知曲线$x^2=4y$，动点P在直线$y=-3$上，过点P作曲线的两条切线l_1,l_2，切点分别为A,B，则直线AB截圆$x^2+y^2-6y+5=0$所得弦长为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

3．已知等边△*ABC*内接于圆τ：$x^2+y^2=1$，且*P*是圆τ上一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最大值是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．1　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

4．若实数*x*，*y*满足条件$\begin{cases}x+2y-5\le 0\\2x+y-4\le 0\\x\ge 0\\y\ge 1\end{cases}$，目标函数$z=2x-y$，则$z$的最大值为(　)

A．$\frac{5}{2}$　　B．1　　C．2　　D．0

5．已知x与y之间的一组数据：

x	1	2	3	4
y	m	3.2	4.8	7.5

若y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=2.1x-0.25$，则m的值为（　　）

A．1.5　　B．2.5　　C．3.5　　D．4.5

6．已知奇函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的减函数，若 m,n 满足不等式组 $\begin{cases} f(m)+f(n-2)\geq 0 \\ f(m-n-1)\geq 0 \\ f(m)\leq 0 \end{cases}$，则 $2m-n$ 的最小值为（　　）

A．-4　　B．-2　　C．0　　D．4

7．已知点 P 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0,c=\sqrt{a^2+b^2})$ 上一点，若点 P 到双曲线 C 的两条渐近线的距离之积为 $\frac{1}{4}c^2$，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

8．在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，四面体 $OABC$ 各顶点坐标分别为：$O(0,0,0),A(0,0,2),B\left(\frac{2}{3}\sqrt{3},0,0\right),C\left(0,\frac{2}{3}\sqrt{3},0\right)$．假设蚂蚁窝在 O 点，一只蚂蚁从 O 点出发，需要在 AB，AC 上分别任意选择一点留下信息，然后再返回 O 点．那么完成这个工作所需要走的最短路径长度是（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{11-\sqrt{21}}$　　C．$\sqrt{5+\sqrt{21}}$　　D．$2\sqrt{3}$

9．若单位向量 $\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$ 夹角为 $60°$，$\vec{a}=\lambda\vec{e}_1-\vec{e}_2$，且 $|\vec{a}|=\sqrt{3}$，则实数 $\lambda=$（　　）

A．－1　　B．2　　C．0 或－1　　D．2 或－1

10．已知集合 $P=\{x\,|\,x-2\leq 0\},Q=\left\{x\,|\,\frac{x-3}{x}\leq 0\right\}$，则 $(\complement_R P)\cap Q$ 为（　　）

A．[0，2)　　B．(2，3]　　C．[2，3]　　D．(0，2]

11．记 $f(x)=x-[x]$ 其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数 $g(x)=\begin{cases} kx,x\geq 0 \\ -\frac{1}{x},x<0 \end{cases}$，若方程在 $f(x)=g(x)$ 在 $[-5,5]$ 有 7 个不同的实数根，则实数 k 的取值范围(　　)

A．$\left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right]$　　B．$\left(\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right]$　　C．$\left(\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right)$　　D．$\left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right)$

12．已知整数 x,y 满足 $x^2+y^2\leq 10$，记点 M 的坐标为 (x,y)，则点 M 满足 $x+y\geq\sqrt{5}$ 的概率为（　　）

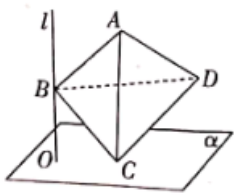
A．$\frac{9}{35}$　　B．$\frac{6}{35}$　　C．$\frac{5}{37}$　　D．$\frac{7}{37}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 $x>0$，$y>-1$，且 $x+y=1$，则 $\frac{x^2+3}{x}+\frac{y^2}{y+1}$ 最小值为_____.

14．函数 $f\left(x\right)=x\cos x+\sin x$ 在 $x=\pi$ 处的切线方程是_____.

15．如图，直线 $l\perp$ 平面 α，垂足为 O，三棱锥 $A-BCD$ 的底面边长和侧棱长都为 4，C 在平面 α 内，B 是直线 l 上的动点，则点 B 到平面 ACD 的距离为_____，点 O 到直线 AD 的距离的最大值为_____.



16．已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-6\le 0\\ x-y+1\le 0\\ x...0\end{cases}$，则 $z=x^2+y^2$ 的最大值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某机构组织的家庭教育活动上有一个游戏，每次由一个小孩与其一位家长参与，测试家长对小孩饮食习惯的了解程度．在每一轮游戏中，主持人给出 A，B，C，D 四种食物，要求小孩根据自己的喜爱程度对其排序，然后由家长猜测小孩的排序结果．设小孩对四种食物排除的序号依次为 $x_Ax_Bx_Cx_D$，家长猜测的序号依次为 $y_Ay_By_Cy_D$，其中 $x_Ax_Bx_Cx_D$ 和 $y_Ay_By_Cy_D$ 都是 1，2，3，4 四个数字的一种排列．定义随机变量 $X=(x_A-y_A)^2+(x_B-y_B)^2+(x_C-y_C)^2+(x_D-y_D)^2$，用 X 来衡量家长对小孩饮食习惯的了解程度．

（1）若参与游戏的家长对小孩的饮食习惯完全不了解．

（ⅰ）求他们在一轮游戏中，对四种食物排出的序号完全不同的概率；

（ⅱ）求 X 的分布列（简要说明方法，不用写出详细计算过程）；

（2）若有一组小孩和家长进行来三轮游戏，三轮的结果都满足 $X<4$，请判断这位家长对小孩饮食习惯是否了解，说明理由．

18．（12 分）手工艺是一种生活态度和对传统的坚持，在我国有很多手工艺品制作村落，村民的手工技艺世代相传，有些村落制造出的手工艺品不仅全国闻名，还大量远销海外.近年来某手工艺品村制作的手工艺品在国外备受欢迎，该村村民成立了手工艺品外销合作社，为严把质量关，合作社对村民制作的每件手工艺品都请 3 位行家进行质量把关，质量把关程序如下：（i）若一件手工艺品 3 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为 A 级；（ii）若仅有 1 位行家认为质量不过关，再由另外 2 位行家进行第二次质量把关，若第二次质量把关这 2 位行家都认为质量过关，则该手工艺品质量为 B 级，若第二次质量把关这 2 位行家中有 1 位或 2 位认为质量不过关，则该手工艺品质量为 C 级；（iii）若有 2 位或 3 位行家认为质量不过关，则该手工艺品质量为 D 级.已知每一次质量把关中一件手工艺品被 1 位行家认为质量不过关的概率为 $\frac{1}{3}$，且各手工艺品质量是否过关相互独立.

（1）求一件手工艺品质量为 B 级的概率；

（2）若一件手工艺品质量为 A，B，C 级均可外销，且利润分别为 900 元，600 元，300 元，质量为 D 级不能外销，利润记为 100 元.

①求 10 件手工艺品中不能外销的手工艺品最有可能是多少件；

②记 1 件手工艺品的利润为 X 元，求 X 的分布列与期望.

19.（12 分）已知数列$\{a_n\}$满足条件$a_1=1$，$a_2=3$，且 $a_{n+2}=(-1)^n(a_n-1)+2a_n+1$，$n\in N^*$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$，$S_n$ 为数列$\{b_n\}$的前 n 项和，求证：$S_n<\frac{2^n-n}{2^n+1}$.

20.（12 分）ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c 已知 $a^2+c^2+\sqrt{2}ac=b^2$，$\sqrt{5}\sin A+\cos B=0$.

（1）求 $\cos C$；

（2）若 ΔABC 的面积 $S=\frac{5}{2}$，求 b.

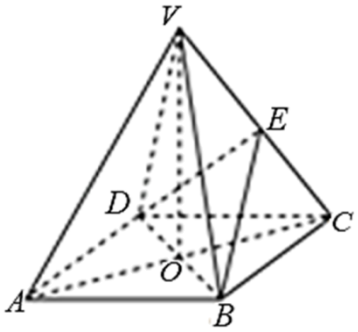
21.（12 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-m|-|x+2m|$ 的最大值为 3，其中 $m>0$.

（1）求 m 的值；

（2）若 $a,b\in R$，$ab>0$，$a^2+b^2=m^2$，求证：$\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{a}\geq 1$

22.（10 分）如图，四棱锥 $V-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，对角线 AC 与 BD 交于点 O，$VO\perp$平面 $ABCD$，E 是棱 VC 的中点.



（1）求证：$VA\parallel$平面 BDE；

（2）求证：平面 $VAC\perp$平面 BDE.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据图象可知，函数 $f(x)$ 为奇函数，以及函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且有一个零点，即可对选项逐个验证即可得出.

【详解】

首先对 4 个选项进行奇偶性判断，可知，$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{x}$ 为偶函数，不符合题意，排除 B；

其次，在剩下的 3 个选项,对其在 $(0,+\infty)$ 上的零点个数进行判断，$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{|x|}}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上无零点，不符合题意，排除 D；然后,对剩下的 2 个选项,进行单调性判断，$f(x)=\dfrac{2}{x}-x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，不符合题意，排除 C.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查图象的识别和函数性质的判断，意在考查学生的直观想象能力和逻辑推理能力，属于容易题.

2、C

【解析】

设 $A\left(x_1,\dfrac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\dfrac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，根据导数的几何意义，求出切线斜率，进而得到切线方程，将 P 点坐标代入切线方程，抽象出直线 AB 方程，且过定点为已知圆的圆心，即可求解.

【详解】

圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 可化为 $x^2+(y-3)^2=4$.

设 $A\left(x_1,\dfrac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\dfrac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，

则 l_1,l_2 的斜率分别为 $k_1=\dfrac{x_1}{2},k_2=\dfrac{x_2}{2}$，

所以 l_1,l_2 的方程为 $l_1:y=\dfrac{x_1}{2}(x-x_1)+\dfrac{x_1^2}{4}$，即 $y=\dfrac{x_1}{2}x-y_1$，

$l_2:y=\dfrac{x_2}{2}(x-x_2)+\dfrac{x_2^2}{4}$，即 $y=\dfrac{x_2}{2}x-y_2$，

由于l_1,l_2都过点$P(t,-3)$，所以$\begin{cases}-3=\frac{x_1}{2}t-y_1\\-3=\frac{x_2}{2}t-y_2\end{cases}$，

即$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$都在直线$-3=\frac{x}{2}t-y$上，

所以直线AB的方程为$-3=\frac{x}{2}t-y$，恒过定点$(0,3)$，

即直线AB过圆心$(0,3)$，

则直线AB截圆$x^2+y^2-6y+5=0$所得弦长为**4.**

故选:**C.**

【点睛】

本题考查直线与圆位置关系、直线与抛物线位置关系，抛物线两切点所在直线求解是解题的关键，属于中档题.

3、D

【解析】

如图所示建立直角坐标系，设$P(\cos\theta,\sin\theta)$，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=1-\cos\theta$，计算得到答案.

【详解】

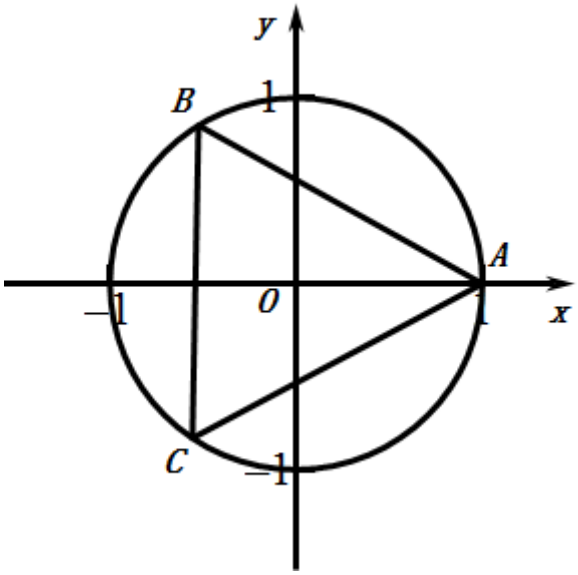
如图所示建立直角坐标系，则$A(1,0)$，$B\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$C\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，设$P(\cos\theta,\sin\theta)$，

则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=(1-\cos\theta,-\sin\theta)\cdot(-1-2\cos\theta,-2\sin\theta)$

$=(1-\cos\theta)(-1-2\cos\theta)+2\sin^2\theta=2\cos^2\theta-\cos\theta-1+2\sin^2\theta=1-\cos\theta\le 2$.

当$\theta=-\pi$，即$P(-1,0)$时等号成立.

故选：D.



【点睛】

本题考查了向量的计算，建立直角坐标系利用坐标计算是解题的关键.

4、C

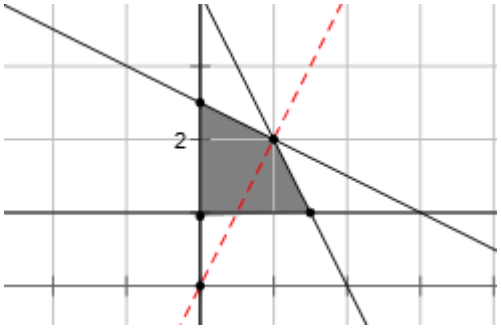
【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到最大值.

【详解】

若实数 x，y 满足条件 $\begin{cases} x+2y-5\le 0 \\ 2x+y-4\le 0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 1 \end{cases}$，目标函数 $z=2x-y$

如图：



当 $x=\frac{3}{2}, y=1$ 时函数取最大值为 2

故答案选 C

【点睛】

求线性目标函数 $z=ax+by(ab\neq 0)$ 的最值:

当 $b>0$ 时，直线过可行域且在 y 轴上截距最大时，z 值最大，在 y 轴截距最小时，z 值最小；

当$b<0$时，直线过可行域且在y轴上截距最大时，z值最小，在y轴上截距最小时，z值最大.

5、D

【解析】

利用表格中的数据，可求解得到$\overline{x}=2.5,$代入回归方程，可得$\overline{y}=5$，再结合表格数据，即得解.

【详解】

利用表格中数据，可得$\overline{x}=2.5,$

又$\overline{y}=2.1\overline{x}-0.25,\therefore \overline{y}=5$，

$\therefore m+3.2+4.8+7.5=20$.

解得$m=4.5$

故选：D

【点睛】

本题考查了线性回归方程过样本中心点的性质，考查了学生概念理解，数据处理，数学运算的能力，属于基础题.

6、B

【解析】

根据函数的奇偶性和单调性得到可行域，画出可行域和目标函数，根据目标函数的几何意义平移得到答案.

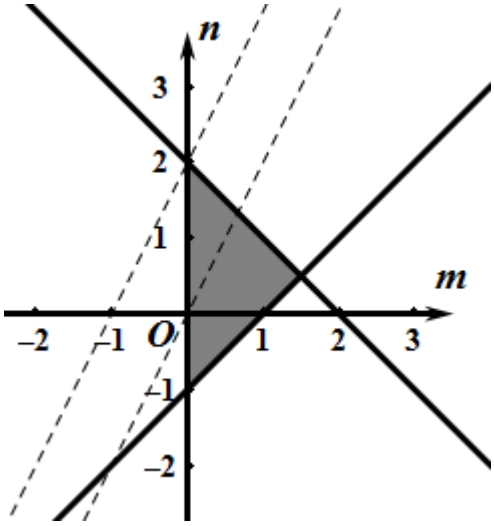
【详解】

奇函数$f\left(x\right)$是R上的减函数，则$f\left(0\right)=0$，且$\begin{cases}m\le 2-n\\ m-n-1\le 0\\ m\ge 0\end{cases}$，画出可行域和目标函数，

$z=2m-n$，即$n=2m-z$，z表示直线与y轴截距的相反数，

根据平移得到：当直线过点$\left(0,2\right)$，即$m=0.n=2$时，$z=2m-n$有最小值为-2.

故选：B.



【点睛】

本题考查了函数的单调性和奇偶性，线性规划问题，意在考查学生的综合应用能力，画出图像是解题的关键.

7、A

【解析】

设点 P 的坐标为 (m,n)，代入椭圆方程可得 $b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，然后分别求出点 P 到两条渐近线的距离，由距离之积为 $\frac{1}{4}c^2$，并结合 $b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，可得到 a,b,c 的齐次方程，进而可求出离心率的值.

【详解】

设点 P 的坐标为 (m,n)，有 $\frac{m^2}{a^2}-\frac{n^2}{b^2}=1$，得 $b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$.

双曲线的两条渐近线方程为 $bx-ay=0$ 和 $bx+ay=0$，则点 P 到双曲线 C 的两条渐近线的距离之积为

$$\frac{|bm-an|}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\frac{|bm+an|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|b^2m^2-a^2n^2|}{a^2+b^2}=\frac{a^2b^2}{c^2},$$

所以 $\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，则 $4a^2(c^2-a^2)=c^4$，即 $\left(c^2-2a^2\right)^2=0$，故 $c^2-2a^2=0$，即 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=2$，所以 $e=\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的离心率，构造 a,b,c 的齐次方程是解决本题的关键，属于中档题.

8、C

【解析】

将四面体 $OABC$ 沿着 OA 劈开，展开后最短路径就是 $\triangle AOO'$ 的边 OO'，在 $\triangle AOO'$ 中，利用余弦定理即可求解.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/847006131155006141