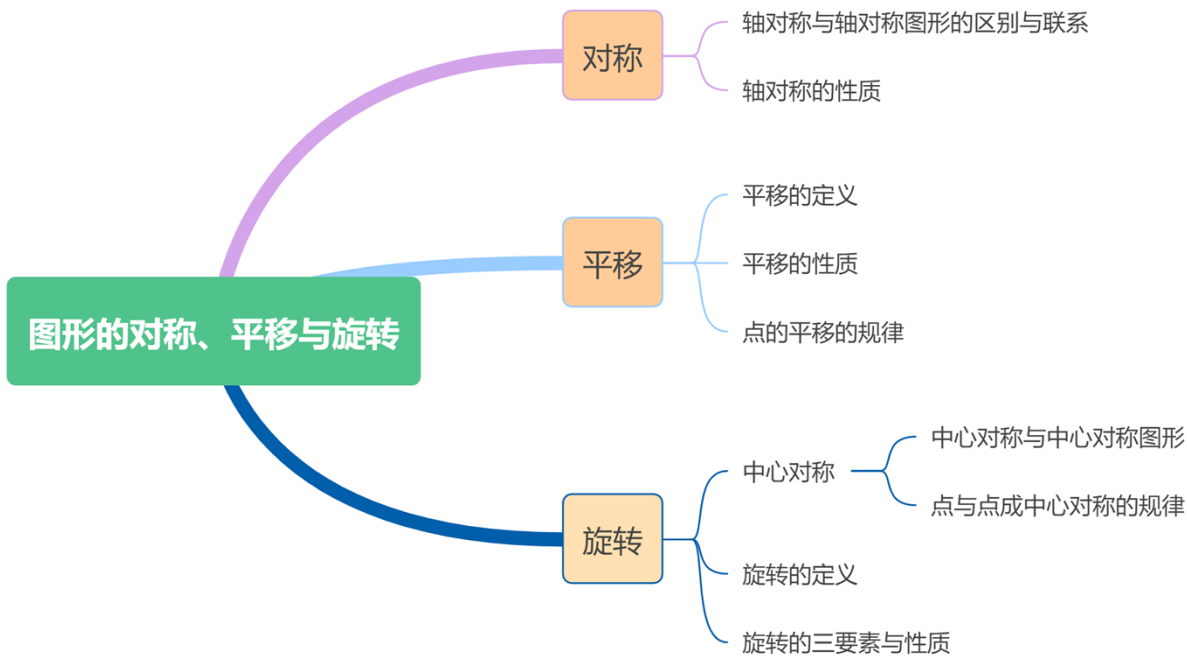


考点 27 图形的对称、平移与旋转

命题趋势

中考数学中，图形的对称、平移、旋转是几何变换的三大变换，也是很多动态问题的难点所在。在三种变换中，平移相对较为简单，多以选择题形式考察，偶尔也会考察作图题；对称和旋转则难度较大，通常作为选择、填空题的压轴题出现，在解答题中，也会考察对称和旋转的作图，以及与特殊几何图形结合的综合压轴题，此时常需要结合几何图形或问题类型去分类讨论。

知识导图



重点

- 一、轴对称与轴对称图形
- 二、图形的平移

移

三、中心对称与中心对称图形

四、图形的旋转

考向一：轴对称与轴对称图形

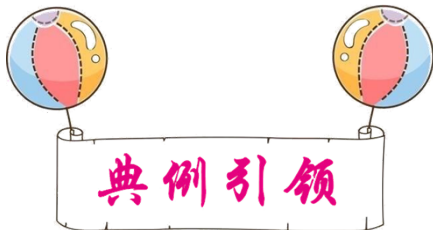
轴对称与轴对称图形知识总结

|    | 轴对称                                                                        | 轴对称图形                                                                      |
|----|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 定义 | 把一个图形沿某一条直线折叠，如果他能够有另一个图形完全重合，那么就说这两个图形关于这条直线对称，这条直线叫做对称轴，折叠后重合的点是对应点，叫对称点 | 如果一个图形沿某一直线对折后，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做它的对称轴，这也是我们也说这个图形关于这条直线成轴对称 |
| 区别 | 轴对称是指两个全等图形之间的相互位置关系                                                       | 轴对称图形是指具有特殊形状的一个图形                                                         |

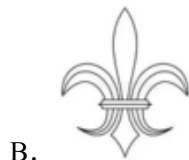
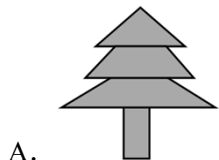
|        |                                                                                |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 联系     | (1) 如果把成轴对称的两个图形看成一个整体，那么这个图形是轴对称图形；<br>(2) 如果把一个轴对称图形中对称的部分看成是两个图形，那么它们成轴对称   |
| 轴对称的性质 | (1) 对应点的连线被对称轴垂直平分；<br>(2) 对应线段相等；<br>(3) 对应线段或延长线的交点在对称轴上；<br>(4) 成轴对称的两个图形全等 |

### ☆：点与点的对称规律

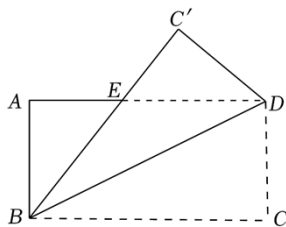
若点  $P(a, b)$ ，则点  $P$  关于  $x$  轴对称的坐标为  $(a, -b)$ ；则点  $P$  关于  $y$  轴对称的坐标为  $(-a, b)$ ；



1. 下列图案中不是轴对称图形的是 ( )



2. 如图，矩形  $ABCD$  沿着直线  $BD$  折叠，使点  $C$  落在点  $C'$  处， $BC'$  交  $AD$  于点  $E$ ， $AD=16$ ， $AB=8$ ，则  $C'E$  的长为 ( )



- A. 12                      B. 10                      C. 8                      D. 6

3. 如图 1，在矩形  $ABCD$  中， $BC=6cm$ ，连接  $BD$ ，过点  $A$  作  $AE \perp BD$ ，垂足为点  $E$ 。现做如下操作：剪下图 1 中的  $\triangle ABE$  和  $\triangle ADE$ ，按如图 2 方式拼接，其中  $\triangle ADE$  拼接到  $\triangle GFB$  处，其中  $BF=DE$ ，点  $F$  在线段  $BC$  上； $\triangle ABE$  拼接到  $\triangle DKH$  处，其中  $DH=AE$ ，点  $K$  在线段  $BD$  上。若点  $K$  恰好也在线段  $GF$  上，则在图 2 中下列结论正确的是 ( )

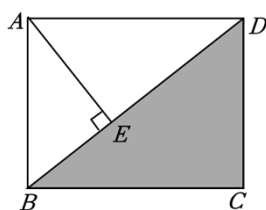


图1

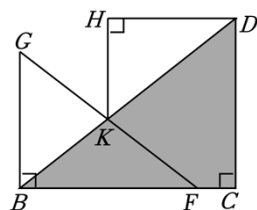


图2

A.  $CD=3cm$

B.  $\triangle BGK$  和  $\triangle DHK$  面积相等

C.  $BG=3cm$

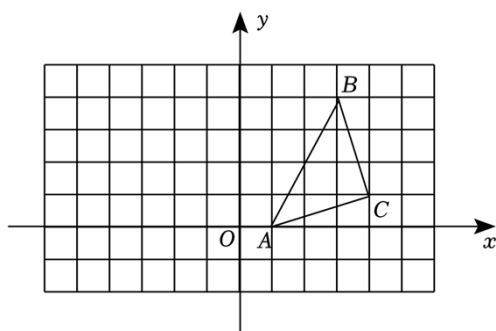
D.  $DK=4.5cm$

4. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 4)$ 、 $C(4, 1)$ 。

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 $y$ 轴对称的 $\triangle A'B'C'$ ；

(2) 请写出 $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 的坐标；

(3) 若平面直角坐标系中存在点 $P$ ，使 $\triangle PAB \cong \triangle CAB$ （点 $P$ 与点 $C$ 不重合），请直接写出点 $P$ 的坐标。



## 考向二：图形的平移

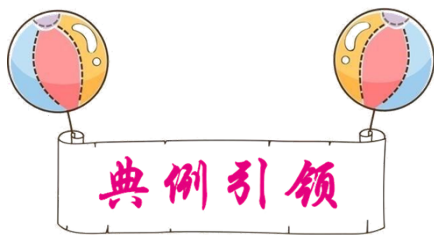
### 平移知识点梳理：

1. 平移的两个基本条件：平移的方向和距离；

2. 平移不改变图形的形状和大小（即平移前后的两个图形全等）；一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一直线上）且相等。

### ☆：点平移的规律

若点 $P(a, b)$ ，则点 $P$ 向右平移 $m$ 个单位的坐标为 $(a+m, b)$ ；点 $P$ 向左平移 $m$ 个单位的坐标为 $(a-m, b)$ ；点 $P$ 向上平移 $m$ 个单位的坐标为 $(a, b+m)$ ；点 $P$ 向下平移 $m$ 个单位的坐标为 $(a, b-m)$ ；



1. 在直角坐标系中，点 $P(-2, 3)$ 向右平移4个单位长度后的坐标为（ ）

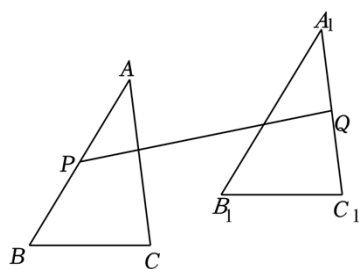
A.  $(-6, 3)$

B.  $(2, 3)$

C.  $(-2, -1)$

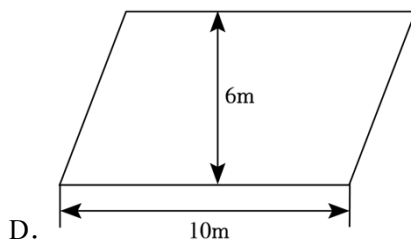
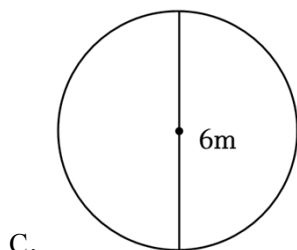
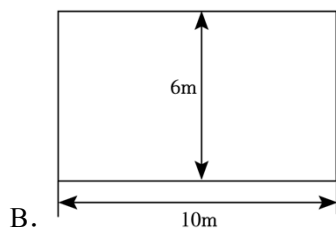
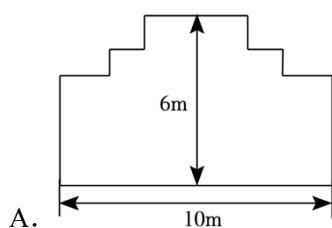
D.  $(-2, 7)$

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=3$ ，将 $\triangle ABC$ 平移5个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 $P$ 、 $Q$ 分别是 $AB$ 、 $A_1C_1$ 的中点， $PQ$ 的值不可以是（ ）



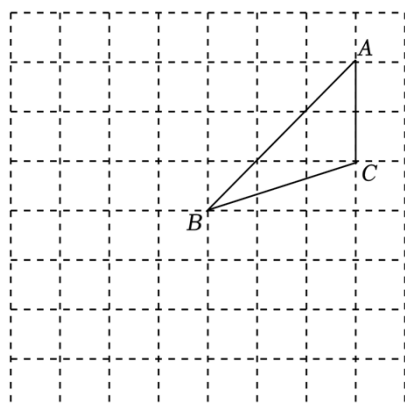
- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7

3. 有个木匠想用 32 米长的木材做一个花园边界，那么以下四种设计图不合理的是（ ）



4. 如图，在  $8 \times 8$  的正方形网格中有  $\triangle ABC$ ，点  $A, B, C$  均在格点上.

- (1) 画出点  $B$  到直线  $AC$  的最短路径  $BD$ ;
- (2) 过  $C$  点画出  $AB$  的平行线，交  $BD$  于点  $E$ ;
- (3) 将  $\triangle ABC$  向左平移 4 格，再向下平移 3 格后得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ;
- (4) 判断  $\angle BAC$  和  $\angle CED$  的数量关系 \_\_\_\_\_.



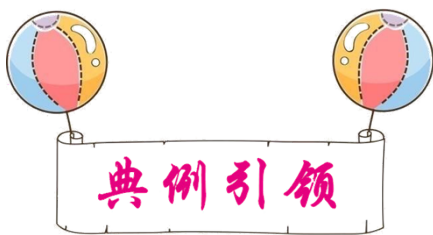
考向三：中心对称与中心对称图形

中心对称与中心对称图形知识总结：

|                                                                                 | 中心对称                                                                      | 中心对称图形                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 定义                                                                              | 把一个图形绕着某一点旋转 $180^\circ$ 后, 如果它能与另一个图形完全重合, 那么就说这两个图形关于这个点成中心对称, 该点叫做对称中心 | 把一个图形绕某一个点旋转 $180^\circ$ 度后能够与原来的图形重合, 那么我们就把这个图形叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心 |
| 区别                                                                              | 轴对称是指两个全等图形之间的相互位置关系                                                      | 轴对称图形是指具有特殊形状的一个图形                                                   |
| 联系                                                                              | (1) 成中心对称的两个图形, 对称点所连线段都经过对称中心, 并且被对称中心平分;<br>(2) 成中心对称的两个图形全等            |                                                                      |
| 特别地: 平行四边形是中心对称图形, 但不一定是轴对称图形; 正多边形中, 边数为奇数时, 只是轴对称图形, 边数为偶数时, 既是轴对称图形又是中心对称图形。 |                                                                           |                                                                      |

### ☆: 点与点成中心对称的规律

若点  $P(a, b)$ , 则点  $P$  关于点原点  $O$  对称的点的坐标为  $(-a, -b)$ ;



1. 下列图案中, 不是中心对称图形的是 ( )



A.



B.



C.



D.

2. 给出以下 4 个图形: ①等边三角形, ③平行四边形, ③菱形, ④正方形. 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 \_\_\_\_\_. (填写序号)

3. 如图 1, 一款暗插销由外壳  $AB$ , 开关  $CD$ , 锁芯  $DE$  三部分组成, 其工作原理如图 2, 开关  $CD$  绕固定点  $O$  转动, 由连接点  $D$  带动锁芯  $DE$  移动. 图 3 为插销开启状态, 此时连接点  $D$  在线段  $AB$  上, 如  $D_1$  位置. 开关  $CD$  绕点  $O$  顺时针旋转  $180^\circ$  后得到  $C_2D_2$ , 锁芯弹回至  $D_2E_2$  位置 (点  $B$  与点  $E_2$  重合), 此时插销闭合如图 4. 已知  $CD=74mm$ ,  $AD_2 - AC_1=50mm$ , 则  $BE_1=$  \_\_\_\_\_  $mm$ .



图1



图2

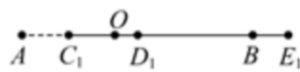


图3

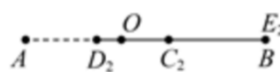


图4

### 考向四: 图形的旋转

#### 一. 旋转的定义:

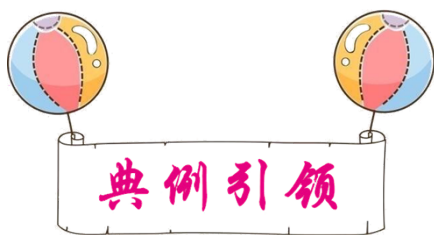
如果一个图形绕某一个定点沿某一个方向转动一个角度，这样的图形变换称为旋转变换，这个定点称为旋转中心；

## 二. 旋转的性质：

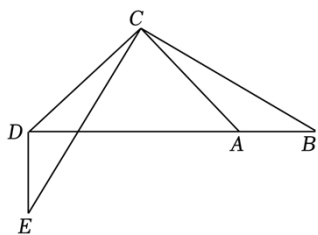
- (1) 旋转不改变图形的形状和大小（即旋转前后的两个图形全等）；
- (2) 任意一对对应点与旋转中心的连线所成的角彼此相等（都是旋转角）；
- (3) 对应点到旋转中心的距离相等

## 三. 旋转变换三要素

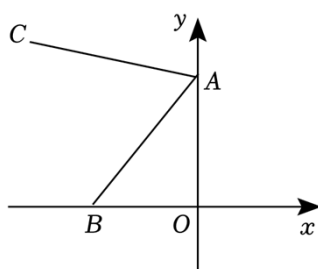
①旋转中心，②旋转方向，③旋转角度



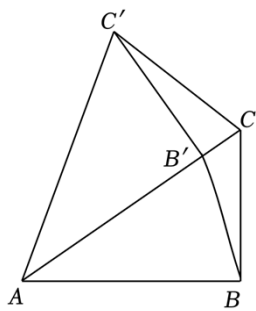
1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=135^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 $C$ 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，点 $A$ ， $B$ 的对应点分别为 $D$ ， $E$ ，连接 $AD$ ，当点 $A$ ， $B$ ， $D$ 在同一条直线上时，下列结论不正确的是（ ）



- A.  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$     B.  $\angle BDE=90^\circ$     C.  $AD^2=2AC^2$     D.  $BD=DE+AC$
2. 如图，点 $A$ 的坐标为 $(0, 2)$ ，点 $B$ 是 $x$ 轴负半轴上的一点，将线段 $AB$ 绕点 $A$ 按顺时针方向旋转 $60^\circ$ 得到线段 $AC$ 。若点 $C$ 的坐标为 $(m, 3)$ ，则 $m$ 的值为（ ）



- A.  $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$     B.  $-\frac{2\sqrt{21}}{3}$     C.  $-\frac{4\sqrt{21}}{3}$     D.  $-\frac{5\sqrt{3}}{3}$
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $BC=3$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 $A$ 逆时针旋转得到 $\triangle AB'C'$ ，点 $B'$ 在 $AC$ 上，连接 $BB'$ ， $CC'$ 。
- (1)  $\tan \angle CC'B' =$ \_\_\_\_\_；
  - (2)  $BB' =$ \_\_\_\_\_。



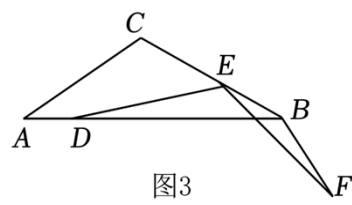
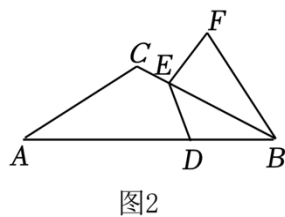
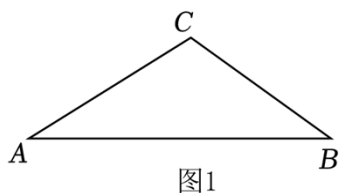
4. 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle CAB = \angle CBA = 30^\circ$ , 点 $D$ 、 $E$ 分别在 $AB$ 、 $BC$ 上, 将线段 $DE$ 绕点 $E$ 逆时针旋转 $120^\circ$ 得到线段 $EF$ , 连接 $BF$ .

(1) 如图1, 若 $AC=2$ , 点 $D$ 为 $AB$ 中点,  $DE \perp BC$ , 连接 $DF$ 交 $BC$ 于点 $G$ ,

①将图1补充完整, ②填空:  $BG = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 如图2, 求证:  $BF + \sqrt{3}CE = AD$ ;

(3) 如图3, 直接写出线段 $AD$ 、 $BF$ 、 $CE$ 之间的关系式.

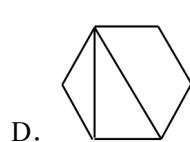
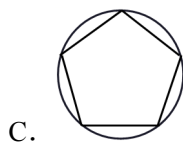
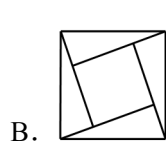


## ★ 跟踪训练

1. (2022•南通) 下面由北京冬奥会比赛项目图标组成的四个图形中, 可看作轴对称图形的是 ( )



2. (2022•德州) 下列图形是中心对称图形的是 ( )



3. (2022•贵港) 若点 $A(a, -1)$ 与点 $B(2, b)$ 关于 $y$ 轴对称, 则 $a - b$ 的值是 ( )

A.  $-1$

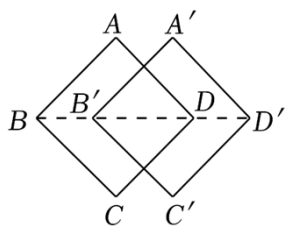
B.  $-3$

C.  $1$

D.  $2$

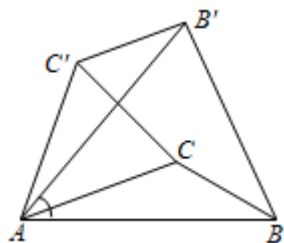
4. (2022•嘉兴) “方胜”是中国古代妇女的一种首饰, 其图案由两个全等正方形相叠组成, 寓意是同心吉祥. 如图, 将边长为 $2\text{cm}$ 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 $BD$ 方向平移 $1\text{cm}$ 得到正方形 $A'B'C'D'$

'，形成一个“方胜”图案，则点  $D$ ， $B'$  之间的距离为（ ）



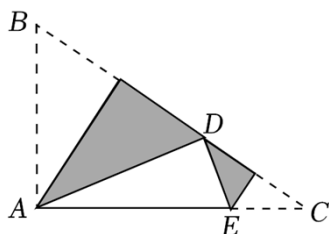
- A.  $1\text{cm}$       B.  $2\text{cm}$       C.  $(\sqrt{2}-1)\text{cm}$       D.  $(2\sqrt{2}-1)\text{cm}$

5. (2022•益阳) 如图，已知  $\triangle ABC$  中， $\angle CAB=20^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕  $A$  点逆时针旋转  $50^\circ$  得到  $\triangle AB'C'$ ，以下结论：①  $BC=B'C'$ ，②  $AC \parallel C'B'$ ，③  $C'B' \perp BB'$ ，④  $\angle ABB' = \angle ACC'$ ，正确的有（ ）



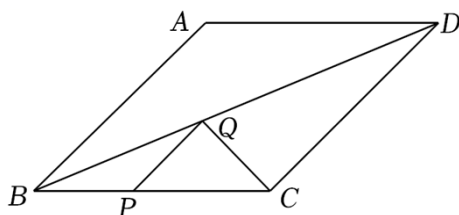
- A. ①②③      B. ①②④      C. ①③④      D. ②③④

6. (2022•济宁) 如图，三角形纸片  $ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=2$ ， $AC=3$ 。沿过点  $A$  的直线将纸片折叠，使点  $B$  落在边  $BC$  上的点  $D$  处；再折叠纸片，使点  $C$  与点  $D$  重合，若折痕与  $AC$  的交点为  $E$ ，则  $AE$  的长是（ ）



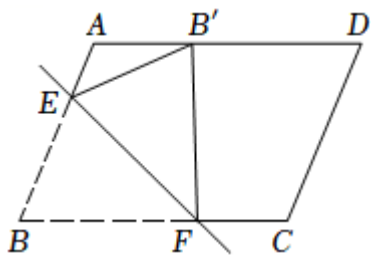
- A.  $\frac{13}{6}$       B.  $\frac{5}{6}$       C.  $\frac{7}{6}$       D.  $\frac{6}{5}$

7. (2022•娄底) 菱形  $ABCD$  的边长为 2， $\angle ABC=45^\circ$ ，点  $P$ 、 $Q$  分别是  $BC$ 、 $BD$  上的动点， $CQ+PQ$  的最小值为 \_\_\_\_\_。

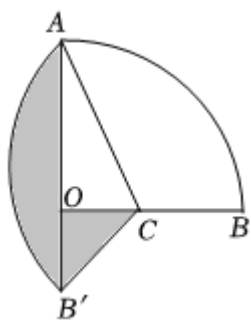


8. (2022•镇江) 如图，有一张平行四边形纸片  $ABCD$ ， $AB=5$ ， $AD=7$ ，将这张纸片折叠，使得点  $B$

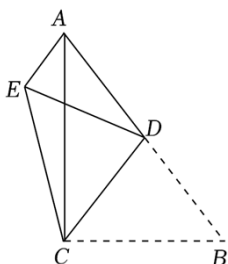
落在边  $AD$  上，点  $B$  的对应点为点  $B'$ ，折痕为  $EF$ ，若点  $E$  在边  $AB$  上，则  $DB'$  长的最小值等于 \_\_\_\_\_.



9. (2022•十堰) 如图，扇形  $AOB$  中， $\angle AOB=90^\circ$ ， $OA=2$ ，点  $C$  为  $OB$  上一点，将扇形  $AOB$  沿  $AC$  折叠，使点  $B$  的对应点  $B'$  落在射线  $AO$  上，则图中阴影部分的面积为 \_\_\_\_\_.

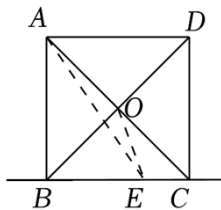


10. (2022•黔西南州) 在如图所示的  $\text{Rt}\triangle ABC$  纸片中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $D$  是斜边  $AB$  的中点，把纸片沿着  $CD$  折叠，点  $B$  到点  $E$  的位置，连接  $AE$ 。若  $AE \parallel DC$ ， $\angle B=\alpha$ ，则  $\angle EAC$  等于 ( )



- A.  $\alpha$                       B.  $90^\circ - \alpha$                       C.  $\frac{1}{2}\alpha$                       D.  $90^\circ - 2\alpha$

11. (2022•资阳) 如图，正方形  $ABCD$  的对角线交于点  $O$ ，点  $E$  是直线  $BC$  上一动点。若  $AB=4$ ，则  $AE+OE$  的最小值是 ( )



- A.  $4\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{5}+2$                       C.  $2\sqrt{13}$                       D.  $2\sqrt{10}$

12. (2022•潍坊) 如图，在直角坐标系中，边长为 2 个单位长度的正方形  $ABCO$  绕原点  $O$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/847021005025006066>