# 北京市顺义牛栏山第一中学2024-2025学年高二上学期期中考试数学试卷

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

**一、单选题**

1．若向量$\vec{a}=(1,2,-2)$，$\vec{b}=(-2,-4,4)$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$

A．不共线　　B．垂直　　C．平行　　D．以上都不对

**二、多选题**

2．直线$l:x+y+4=0$的一个方向向量（　）

A．$(1,1)$　　B．$(-1,-1)$

C．$(1,-1)$　　D．$(-1,1)$

**三、单选题**

3．直线$x-2y-2=0$在$y$轴上的截距为（　）

A．$-2$　　B．$2$　　C．$-1$　　D．$1$

4．圆$(x+1)^2+(y-1)^2=1$关于直线$x=1$对称的圆的方程是（　）

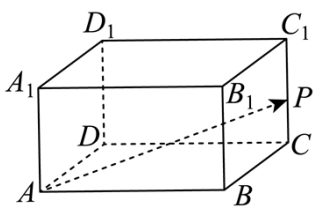
A．$(x+1)^2+y^2=1$　　B．$(x-3)^2+(y-1)^2=1$

C．$x^2+(y-1)^2=1$　　D．$(x+1)^2+(y-3)^2=1$

5．已知椭圆方程为：$3x^2+4y^2=12$，则该椭圆的长轴长为（　）

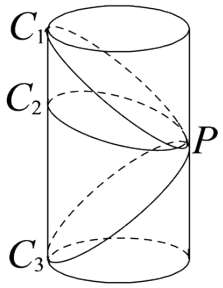
A．4　　B．2　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$

6．如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$P$是棱$CC_1$上一动点，$AD=2$，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{A_1D_1}$等于（　）




A．1　　B．$-1$　　C．4　　D．$-4$

7．如图，过点$P$分别作平面$\alpha$，$\beta$，$\gamma$截圆柱得到椭圆$C_1$，$C_2$，$C_3$.其中，椭圆$C_1$，$C_3$所在的平面分别与上底面、下底面所成的锐二面角相等，设椭圆$C_1$，$C_2$，$C_3$的离心率分别为$e_1$，$e_2$，$e_3$，它们的大小关系为（　）




A．$e_1>e_2>e_3$　　B．$e_1=e_2>e_3$

C．$e_1=e_3>e_2$　　D．$e_2>e_1=e_3$

8．圆$C:(x-1)^2+y^2=1$上的点$P$到直线$x\cos\theta+y\sin\theta=3(\theta\in\mathbf{R})$的距离为$d$，点$P$和$\theta$在变化过程中，$d$的最小值为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

9．定义一个集合$M$，集合中的元素是空间中的点，任取$A_1$，$A_2$，$A_3\in M$，存在不全为0的实数$\lambda_1$，$\lambda_2$，$\lambda_3$，使得$\lambda_1\overrightarrow{OA_1}+\lambda_2\overrightarrow{OA_2}+\lambda_3\overrightarrow{OA_3}=\vec{0}$（其中$O$为空间直角坐标系中的原点）.若$(0,0,2)\in M$，则$(2,0,0)\notin M$的一个充分条件为（　）

A．$(0,0,-1)\in M$　　B．$(1,1,0)\in M$

C．$(1,0,1)\in M$　　D．$(1,0,0)\in M$

10．已知曲线$C:\left(x^2+y^2\right)^3=4x^2y^2$，则下列说法正确的有几个（　）

（1）$C$关于原点对称；

（2）$C$只有两条对称轴；

（3）曲线$C$上点到原点最大距离是1；

（4）曲线$C$所围成图形的总面积小于$\pi$；

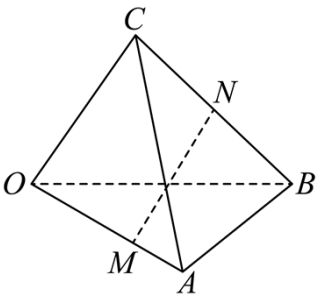
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

## 四、填空题

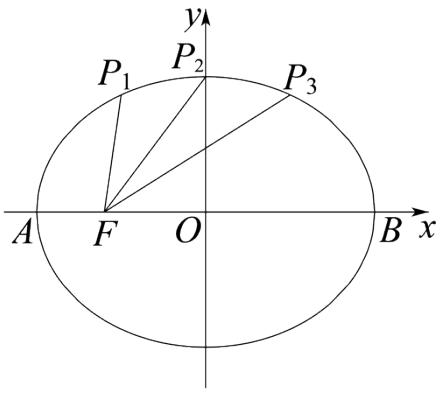
11．直线 $y=x$ 与直线 $y=x-1$ 之间的距离为_____.

12．已知椭圆 $\frac{x^2}{m}+y^2=1$ 的一个焦点为 $(1,0)$，则 $m=$_____.

13．如图，空间四边形 $OABC$ 中，6 条棱长都为 $a$，且 $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{MA}$，$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$，则 $\overrightarrow{MN}=$____（用 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 表示）.




14．如图，把椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 的长轴 $AB$ 分成 4 等份，过每个分点作 $x$ 轴的垂线交椭圆的上半部分于 $P_1$，$P_2$，$P_3$，3 个点，$F$ 是椭圆的一个焦点，则 $|P_1F|+|P_2F|+|P_3F|=$_____.




15．已知圆 $x^2+y^2=16$ 和定点 $P(2,0)$，动点 $M$ 在圆上，$Q$ 为 $PM$ 中点，$O$ 为坐标原点．则下面说法正确的是_____.

①点 $Q$ 到原点的最大距离是 4；

②若 $\triangle OMP$ 是等腰三角形，则其周长为 10；

③点 $Q$ 的轨迹是一个圆；

④ $\angle OMP$ 的最大值是 $\frac{\pi}{6}$.

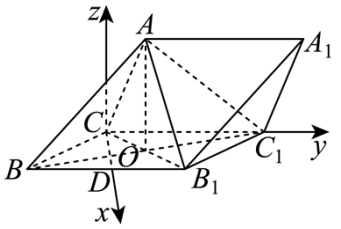
## 五、解答题

16．已知圆 $C$ 的圆心在 $y$ 轴上，若直线 $2x-y+3=0$ 与圆 $C$ 相切于点 $A(-2,-1)$.

(1)求出圆 $C$ 的标准方程；

(2)过原点的直线 $l$ 被圆 $C$ 截得的弦长为 4，求直线 $l$ 的方程.

17. 如图三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $BB_1C_1C$ 为菱形，对角线 $BC_1$， $B_1C$ 相交于 $O$， $AB\perp B_1C$，$AB=AC_1$.




(1)求证：$AO\perp$ 平面 $BB_1C_1C$；

(2)若 $AC\perp AB_1$， $AC=\sqrt{2}$，$\angle CBB_1=60°$，棱 $BB_1$ 的中点为 $D$，以棱 $CD$，$CC_1$ 所在直线分别为 $x$ 轴、$y$ 轴建立直角坐标系 $C-xyz$（如图）.

①直接写出 $A_1$， $B_1$ 的坐标；

②求异面直线 $B_1C$ 与 $A_1C_1$ 所成角的余弦值.

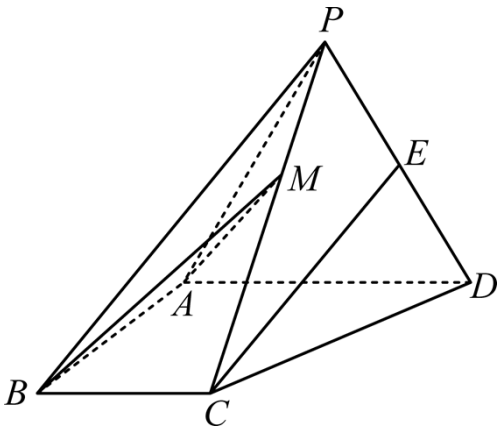
18．在直角坐标系 $xOy$ 中，点 $P$ 到两点 $\left(-\sqrt{3},0\right)$，$\left(\sqrt{3},0\right)$ 的距离之和等于 4，设点 $P$ 的轨迹为 $C$，过点 $(0,2)$ 且斜率为 $k$ 的直线 $l$ 与 $C$ 交于不同的两点 $A$，$B$.

(1)求轨迹 $C$ 的方程；

(2)求斜率 $k$ 的取值范围；

(3)当 $k=-1$ 时，求 $A$，$B$ 两点坐标.

19．如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 $PAD$ 为等边三角形，$AB=BC=\dfrac{1}{2}AD$，$\angle BAD=\angle ABC=90°$.



(1)若 $E$ 为棱 $PD$ 的中点，求证：直线 $CE//$ 平面 $PAB$；

(2)若平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，点 $M$ 在棱 $PC$ 上，且二面角 $M-AB-D$ 的大小为 $45°$，求直线 $BM$ 与底面 $ABCD$ 所成角的正弦值.

20．已知椭圆 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，其长轴的左、右两个端点分别为 $A_1$，$A_2$，短轴的上、下两个端点分别为 $B_1$、$B_2$，四边形 $A_1B_2A_2B_1$ 的面积为 4.

(1)求椭圆 $\Gamma$ 的方程；

(2)$P$ 是椭圆上不同于 $A_1$，$A_2$ 的一个动点.

①直线 $PA_1$、$PA_2$ 与 $y$ 轴分别交于 $C,D$ 两点，求证：$|OC|\cdot|OD|$ 为定值；

②直线 $PA_1$、$PA_2$ 分别与直线 $x=4$ 交于 $M,N$，判断以线段 $MN$ 为直径的圆是否经过定点并说明.

21．设 $m,n\in\mathbf{N}^*$，已知由正整数组成的集合 $S=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}(a_1<a_2<\cdots<a_n)$，集合 $S_1$，$S_2$，…，$S_m$ 是 S 的互不相同的非空子集，定义 $n\times m$ 数表：

$\chi=\begin{pmatrix}x_{11}&x_{12}&\cdots&x_{1m}\\x_{21}&x_{22}&\cdots&x_{2m}\\ \mathsf{M}&\mathsf{M}&\mathsf{O}&\mathsf{M}\\x_{n1}&x_{n2}&\cdots&x_{nm}\end{pmatrix}$，其中 $x_{ij}=\begin{cases}1, & a_i\in S_j\\0, & a_i\notin S_j\end{cases}$，设 $d(a_i)=x_{i1}+x_{i2}+\cdots+x_{im}(i=1,2,\cdots,n)$，令 $d(S)$ 是 $d(a_1)$，$d(a_2)$，…，$d(a_n)$ 中的最大值.

(1)若 $m=3$，$S=\{1,2,3\}$，且 $\chi=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$，求 $S_1$，$S_2$，$S_3$ 及 $d(S)$；

(2)若 $S=\{1,2,\cdots,n\}$，集合 $S_1$，$S_2$，…，$S_m$ 中的元素个数均相同，若 $d(S)=3$，求 $n$ 的最小值；

(3)若 $m=7$，$S=\{1,2,\cdots,7\}$，集合 $S_1$，$S_2$，…，$S_7$ 中的元素个数均为 3，且 $S_i\cap S_j\neq\varnothing(1\le i<j\le 7)$，求证：$d(S)$ 的最小值为 3.

**参考答案：**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | C | CD | C | B | A | C | C | A | B | C |

1．C

【分析】根据向量平行的坐标关系得解.

【详解】$\because \frac{1}{-2}=\frac{2}{-4}=\frac{-2}{4}$ ，所以向量$\vec{a}$与$\vec{b}$平行.

【点睛】本题考查向量平行的坐标表示，属于基础题.

2．CD

【分析】若直线斜率为$k$，则$(1,k)$为直线的一个方向向量，同时与向量$(1,k)$平行的非零向量都是直线的方向向量，由此可确定选项.

【详解】由直线方程可得直线斜率$k=-1$，故直线的一个方向向量为$(1,-1)$.

由向量$(-1,1)$与向量$(1,-1)$平行，可知$(-1,1)$也是直线的方向向量.

故选：CD.

3．C

【分析】令$x=0$，解得$y=-1$，即可得直线$x-2y-2=0$在$y$轴上的截距.

【详解】由题意可知，直线方程为$x-2y-2=0$，

令$x=0$，解得$y=-1$，

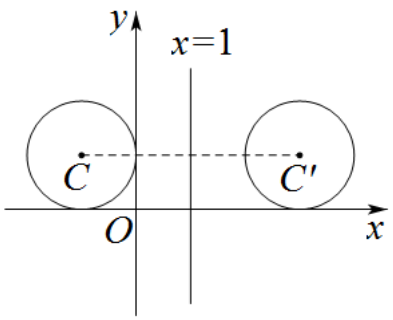
所以直线$x-2y-2=0$在$y$轴上的截距为$-1$.

故选：C.

4．B

【分析】求圆心关于直线$x=1$的对称点，利用对称前后半径相等可得结果.

【详解】




圆$(x+1)^2+(y-1)^2=1$的圆心为$C(-1,1)$，半径$r=1$.

设点$C(-1,1)$关于直线$x=1$的对称点为$C'(a,b)$，则$\begin{cases}\dfrac{-1+a}{2}=1\\ b=1\end{cases}$，解得$a=3,b=1$，故$C'(3,1)$，

圆$C'$方程为$(x-3)^2+(y-1)^2=1$.

故选：B.

5．A

【分析】把椭圆的方程化为标准方程得$a=2$，即可得到长轴长.

【详解】椭圆方程$3x^2+4y^2=12$可化为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，故$a=2$，长轴长为4.

故选：A.

6．C

【分析】利用空间向量的数量积求解即可.

【详解】Q长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$\therefore$ $A_1D_1\perp$平面$DCC_1D_1$，

Q $DC,CP\subset$平面$DCC_1D_1$，$\therefore A_1D_1\perp DC$，$A_1D_1\perp CP$，

$\therefore \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{A_1D_1}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CP}\right)\cdot\overrightarrow{A_1D_1}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{A_1D_1}=2\times2\times1=4$.

故选：C.

7．C

【分析】由题意得$a_1=a_3>a_2$，$b_1=b_2=b_3$，由此可确定$e_1$，$e_2$，$e_3$的大小关系；或根据离心率的定义判断.

【详解】解法1：设椭圆$C_1$，$C_2$，$C_3$的长轴长分别为$2a_1,2a_2,2a_3$，短轴长分别为

$2b_1,2b_2,2b_3$，焦距分别为$2c_1,2c_2,2c_3$，

由题意得$a_1=a_3>a_2$，$b_1=b_2=b_3$，

则$e_1=\dfrac{c_1}{a_1}=\sqrt{\dfrac{c_1^2}{a_1^2}}=\sqrt{\dfrac{a_1^2-b_1^2}{a_1^2}}=\sqrt{1-\dfrac{b_1^2}{a_1^2}}$，$e_2=\sqrt{1-\dfrac{b_2^2}{a_2^2}}$，$e_3=\sqrt{1-\dfrac{b_3^2}{a_3^2}}$，

由$a_1=a_3>a_2$，$b_1=b_2=b_3$得，$\dfrac{b_1^2}{a_1^2}=\dfrac{b_3^2}{a_3^2}<\dfrac{b_2^2}{a_2^2}$，故$e_1=e_3>e_2$.

解法2：根据椭圆的圆扁程度确定离心率，离心率越大，椭圆越扁，离心率越小，椭圆越圆，由此可得$e_1=e_3>e_2$.

故选：C.

8．A

【分析】$d$ 的最小值为圆心到直线的距离减去半径 1，分析圆心到直线距离的最小值即可得到结果.

【详解】由题意得，圆心 $C(1,0)$，半径 $r=1$，

点 $P$ 和 $\theta$ 在变化过程中，$d$ 的最小值为圆心 $C(1,0)$ 到直线的距离减去半径 1，

圆心 $C(1,0)$ 到直线的距离为 $\dfrac{|\cos\theta-3|}{\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}}=|\cos\theta-3|$，

由 $-1\leq\cos\theta\leq1$ 得，$-4\leq\cos\theta-3\leq-2$，故 $2\leq|\cos\theta-3|\leq4$，

当 $|\cos\theta-3|=2$ 时，$d_{\min}=2-1=1$.

故选：A.

9．B

【分析】由题得到三个向量共面，找到不共面的三个向量即可.

【详解】由题意知 $\overrightarrow{OA_1}$，$\overrightarrow{OA_2}$，$\overrightarrow{OA_3}$ 三个向量共面，

则 $(2,0,0)\notin M$ 的一个充分条件即为三个向量不共面，

对于 A，$\because(0,0,2)$ 与 $(0,0,-1)$ 共线，所以 $(0,0,2)$，$(0,0,-1)$，$(2,0,0)$ 三个向量共面，故 A 错误；

对于 B，由空间直角坐标系易知 $(0,0,2)$，$(1,1,0)$，$(2,0,0)$ 三个向量不共面，故 B 正确；

对于 C，$\because(2,0,0)=-(0,0,2)+2(1,0,1)$，所以 $(0,0,2)$，$(1,0,1)$，$(2,0,0)$ 三个向量共面，故 C 错误；

对于 D，$\because(2,0,0)$ 与 $(1,0,0)$ 共线，所以 $(0,0,2)$，$(1,0,0)$，$(2,0,0)$ 三个向量共面，故 D 错误.

故选：B.

10．C

【分析】对于（1）（2），代入 $(-x,-y),(x,-y),(-x,y),(y,x)$ 即可判断曲线 $C$ 的对称情况；

对于（3），利用基本不等式与两点距离公式的几何意义即可判断；

对于（4），利用（3）中的结论容易判断.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/847030156015010003