

四川省成都市金堂县淮口中学校 2024 届高三下学高考仿真冲刺

卷（一）理科数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - x > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

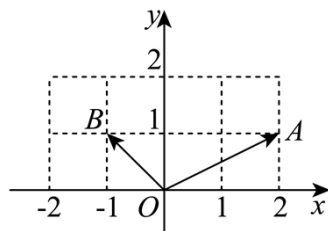
A. $\{-2, -1, 2\}$

B. $\{-2, -1, 0\}$

C. $\{-2, -1\}$

D. $[-2, 0) \cup (1, 2]$

2. 如图, 在复平面内, 复数 z_1 , z_2 对应的向量分别是 $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, 则 $z_1 \cdot z_2$ 对应的点位于 ()



A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

3. 《第二十条》、《热辣滚烫》、《飞驰人生 2》三部贺岁片引爆了 2024 年春节电影市场. 某电影院同时段播放这三部电影, 小李和他的三位同学每人只能选择看其中的一场电影, 则四位同学选择的电影相同的概率为 ()

A. $\frac{3}{64}$

B. $\frac{1}{27}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{3}$

4. 已知向量 $2|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2\sqrt{3}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, 则 $\cos \langle \vec{a} - \vec{b}, \vec{a} \rangle =$ ()

A. $\frac{\sqrt{11}}{33}$

B. $\frac{\sqrt{33}}{33}$

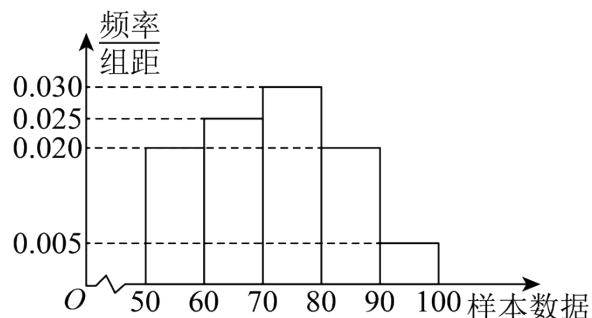
C. $\frac{1}{11}$

D. $\frac{\sqrt{11}}{11}$

5. 某地为践行“绿水青山就是金山银山”的人与自然和谐共生的发展理念, 对该地企业已处理的废水进行实时监测. 对当地甲、乙两家企业 20 天内已处理的废水的某项指标值的检测结果如下图, 则下列说法正确的是 ()

5	7	7	8	9		
6	6	8	8	9	9	
7	2	4	9	9	9	9
8	7	8	8	9		
9	5					

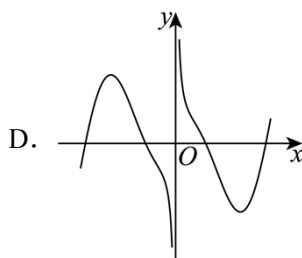
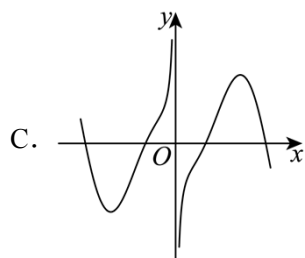
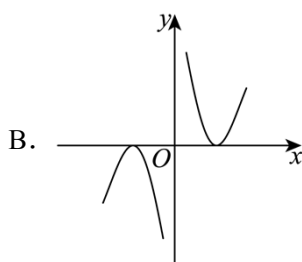
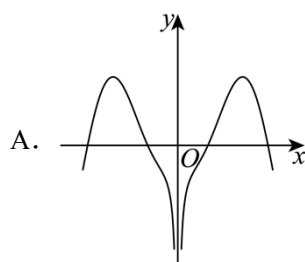
甲企业样本数据茎叶图



乙企业样本数据频率分布直方图

- A. 甲企业样本数据的中位数是 72
- B. 甲企业样本数据的平均数大于 80
- C. 甲企业样本数据的众数大于乙企业样本数据的众数
- D. 不低于 80 的样本数据个数，甲企业多于乙企业

6. 函数 $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cos x$ 的部分图象大致是 ()



7. 已知把物体放在空气中冷却时，若物体原来的温度是 $\theta_1^\circ\text{C}$ ，空气的温度是 $\theta_0^\circ\text{C}$ ，则 $t\text{min}$ 后物体的温度 $\theta^\circ\text{C}$ 满足公式 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ （其中 k 是一个随着物体与空气的接触状况而定的正常数）. 某天小明同学将温度是 80°C 的牛奶放在 20°C 空气中，冷却 2min 后牛奶的温度是 50°C ，则下列说法正确的是 ()

- A. $k = \ln 2$
- B. $k = 2\ln 2$
- C. 牛奶的温度降至 35°C 还需 4min
- D. 牛奶的温度降至 35°C 还需 2min

8. 数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 下列说法错误的是 ()

- A. 数列 $\{a_{n+1} + a_n\}$ 是等比数列
 B. 数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是等比数列
 C. $\{\log_2 a_n\}$ 是等差数列
 D. S_2, S_4, S_6 成等比数列

9. 设 O 为坐标原点, F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的两个焦点, 点 P 在 C 上,

$\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{3}{5}$, 则 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} =$ ()

- A. $\frac{9}{4}$
 B. $\frac{7}{4}$
 C. 2
 D. $\frac{7}{2}$

10. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 当把 $f(x)$ 的图象上所有的点向右平移 φ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 且 $g(x)$ 满足 $g\left(\frac{7}{12}\pi + x\right) = g\left(\frac{7}{12}\pi - x\right)$ 时, 则正数 φ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{12}$
 B. $\frac{\pi}{6}$
 C. $\frac{\pi}{3}$
 D. $\frac{\pi}{2}$

11. 已知圆台的上、下底面中心分别为 O_1, O_2 , 且 $O_1 O_2 = 10\sqrt{3}$, 上、下底面半径分别为2,

12. 在圆台容器内放置一个可以任意转动的球, 则该球表面积的最大值为 ()

- A. 96π
 B. 192π
 C. 48π
 D. 248π

12. 已知正数 a, b, c 满足 $a \ln b = b e^c = c a$, 则 ()

- A. $a > b > c$
 B. $a > c > b$
 C. $b > a > c$
 D. $b > c > a$

二、填空题

13. $\left(\frac{1}{x} - 2x\right)^6$ 的展开式的第四项为_____.

14. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 3 \leq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$, 则 $z = x + 4y$ 的最大值为_____.

15. 已知 $A(-1, 0), B(-4, 0), |PB| = 2|PA|$, 若平面内满足到直线 $l: 3x + 4y + m = 0$ 的距离为1的点 P 有且只有3个, 则实数 $m =$ _____.

16. 已知 $\cos(\alpha + 2\beta) = \frac{5}{6}, \tan(\alpha + \beta) \tan \beta = -4$, 写出符合条件的一个角 α 的值为_____.

三、解答题

17. 本小题满分 12 分) 根据以往的经验, 某工程施工期间的降水量 X (单位: mm) 对工期的影响如下表:

降水量 X	$X < 300$	$300 \leq X < 700$	$700 \leq X < 900$	$X \geq 900$
工期延误天数 Y	0	2	6	10

历年气象资料表明, 该工程施工期间降水量 X 小于 300, 700, 900 的概率分别为 0.3, 0.7, 0.9. 求:

(I) 工期延误天数 Y 的均值与方差;

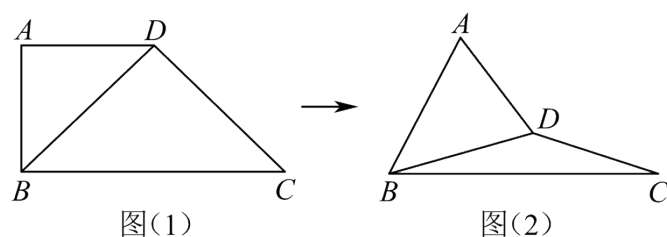
(II) 在降水量 X 至少是 300 的条件下, 工期延误不超过 6 天的概率.

18. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_2 = 4, S_4 = 20$, 且 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列.

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 6$, 且 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_n}{a_{n+2}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD = 2AB = 2\sqrt{2}$, $\angle ABC = 90^\circ$, 如图 (1). 把 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折, 使得平面 $ABD \perp$ 平面 BCD .



(1) 求证: $CD \perp AB$;

(2) 在线段 BC 上是否存在点 N , 使得 AN 与平面 ACD 所成角为 60° ? 若存在, 求出 $\frac{BN}{BC}$ 的值; 若不存在, 说明理由.

20. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $P(-1, 2)$ 在 C 的渐近线上, 且满足 $PF_1 \perp PF_2$.

(1) 求 C 的方程;

(2)点 Q 为 C 的左顶点, 过 P 的直线 l 交 C 于 A,B 两点, 直线 AQ 与 y 轴交于点 M , 直线 BQ 与 y 轴交于点 N , 证明: 线段 MN 的中点为定点.

21. 已知 $f(x)=xe^x-\frac{1}{2}ax^2-ax(a>0)$, 其中 $e=2.71828\cdots$ 为自然对数底数.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)已知 $f(x)$ 有极值, 求 $f(x)$ 的所有极值之和的最大值.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sqrt{3}\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 直线 l 的方

程为 $y=kx$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求曲线 C 的极坐标方程;

(2)曲线 C 与直线交于 A,B 两点, 若 $|OA|+|OB|=3$, 求 k 的值.

23. 已知函数 $f(x)=|x-2|$, $g(x)=2f(x)-|2x+1|$ 的最大值是 λ .

(1)求 λ 的值;

(2)若 $a>0, b>0$, 且 $a+b=\lambda$, 证明: $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+2}\leq 4$.

参考答案:

1. A

【分析】分别求出集合 A, B ，再根据交集的定义求解即可.

【详解】由题意， $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $B = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$

所以 $A \cap B = \{-2, -1, 2\}$.

故选：A.

2. B

【分析】根据复数的几何意义及乘法运算判定即可.

【详解】由图象可知 $z_1 = 2 + i, z_2 = -1 + i$,

所以 $z_1 \cdot z_2 = (2 + i)(-1 + i) = -2 + i - 1 = -3 + i$,

其对应的点为 $(-3, 1)$ ，显然位于第二象限.

故选：B

3. B

【分析】分别求 4 个人不同的选择方案以及选择的电影相同的选择方案，结合古典概型分析求解.

【详解】因为每个人选择方案有 3 种，可知 4 个人不同的选择方案有 $3^4 = 81$ 种；

且四位同学选择的电影相同的选择方案有 3 种；

所以四位同学选择的电影相同的概率为 $P = \frac{3}{81} = \frac{1}{27}$.

故选：B

4. B

【分析】先计算 $\left| \frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{\mathbf{r}}{b} \right|$ ，再代入向量的夹角公式计算即可.

【详解】 $\left| \frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{\mathbf{r}}{b} \right| = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{\mathbf{r}}{b} \right)^2} = \sqrt{\frac{\mathbf{r}^2}{a^2} + \frac{\mathbf{r}^2}{b^2} - 2\frac{\mathbf{r}}{a} \cdot \frac{\mathbf{r}}{b}} = \sqrt{11}$,

所以 $\cos \left\langle \frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{\mathbf{r}}{b}, \frac{\mathbf{r}}{a} \right\rangle = \frac{\left(\frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{\mathbf{r}}{b} \right) \cdot \frac{\mathbf{r}}{a}}{\left| \frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{\mathbf{r}}{b} \right| \left| \frac{\mathbf{r}}{a} \right|} = \frac{\frac{\mathbf{r}^2}{a^2} - \frac{\mathbf{r}}{a} \cdot \frac{\mathbf{r}}{b}}{\sqrt{11} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{33}} = \frac{\sqrt{33}}{33}$,

故选：B

5. C

【分析】求得甲企业样本数据的中位数判断 A；求得甲企业样本数据的平均数判断 B；求得甲乙企业样本数据的众数判断 C；求得甲乙两企业不低于 80 的样本数据个数判断 D.

【详解】对于 A：甲企业样本数据的中位数是 $\frac{72+74}{2}=73$ ，故 A 错误；

对于 B：甲企业样本数据的平均数为：

$$\bar{x} = \frac{1}{20}(57 \times 2 + 58 + 59 + 66 + 68 \times 2 + 69 \times 2 + 72 + 74 + 79 \times 4 + 87 + 88 \times 2 + 89 + 95) = 74,$$

故甲企业样本数据的平均数小于 80，故 B 错误；

对于 C：甲企业样本数据的众数为 79，由频率分布直方图可得乙企业样本数据的众数为 75，故 C 正确；

对于 D：不低于 80 的样本数据个数甲企业为 5 个，乙企业为 $20 \times (0.02 + 0.005) \times 10 = 5$ ，故 D 错误。

故选：C。

6. D

【分析】由函数的奇偶性可排除 A；由特值法可排除 B；当 $x > 0$ ，且 x 趋近 0 时，所以 $f(x) > 0$ 可排除 C，即可得出答案。

【详解】 $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cos x$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$ ，

$$f(-x) = \left(-x - \frac{1}{x}\right) \cos(-x) = -\left(x + \frac{1}{x}\right) \cos x = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 为奇函数，故 A 错误；

当 $x > 0$ ，且 x 趋近 0 时， $x + \frac{1}{x} > 0$ ， $\cos x > 0$ ，

所以 $f(x) > 0$ ，故 C 错误，

当 $x = 2\pi$ 时， $f(\pi) = \left(\pi + \frac{1}{\pi}\right) \cos \pi = -\left(2\pi + \frac{1}{2\pi}\right) < 0$ ，故 B 错误。

故选：D。

7. D

【分析】运用代入法，结合对数的运算逐一判断即可。

【详解】由 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ ，得 $50 = 20 + (80 - 20)e^{-2k}$ ，

即 $\frac{1}{2} = e^{-2k}$ ，故 $k = \frac{1}{2} \ln 2$ ，A、B 错误；

又由 $35 = 20 + (80 - 20)e^{-kt}$ ， $k = \frac{1}{2} \ln 2$ ，得 $t = 4$ ，

故牛奶的温度从 80°C 降至 35°C 需 4min，

从 50°C 降至 35°C 还需 $4 - 2 = 2\text{min}$ 。

故选：D

8. D

【分析】A 选项，设 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则 $q > 0$ ，根据 $\frac{a_{n+2} + a_{n+1}}{a_{n+1} + a_n} = q$ 得到 A 正确；B 选项，

根据 $\frac{\frac{1}{a_{n+1}}}{\frac{1}{a_n}} = \frac{1}{q}$ 进行判断；C 选项，计算出 $\log_2 a_n = \log_2 a_1 + (n-1)\log_2 q$ ，

$\log_2 a_{n+1} - \log_2 a_n = \log_2 q$ ，C 正确；D 选项，举出反例.

【详解】A 选项，设 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则 $q > 0$ ，

则 $a_n = a_1 q^{n-1}$ ，故 $\frac{a_{n+2} + a_{n+1}}{a_{n+1} + a_n} = \frac{a_1 q^{n+1} + a_1 q^n}{a_1 q^n + a_1 q^{n-1}} = q$ ，

故数列 $\{a_{n+1} + a_n\}$ 为等比数列，A 正确；

B 选项， $\frac{\frac{1}{a_{n+1}}}{\frac{1}{a_n}} = \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{q}$ ，故数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等比数列，B 正确；

C 选项， $\log_2 a_n = \log_2 a_1 q^{n-1} = \log_2 a_1 + (n-1)\log_2 q$ ，

故 $\log_2 a_{n+1} - \log_2 a_n = \log_2 a_1 + n\log_2 q - \log_2 a_1 - (n-1)\log_2 q = \log_2 q$ ，

$\{\log_2 a_n\}$ 是等差数列，C 正确；

D 选项，当 $q=1$ 时， $S_2 = 2a_1, S_4 = 4a_1, S_6 = 6a_1$ ，

此时 $\frac{S_4}{S_2} = 2, \frac{S_6}{S_4} = \frac{3}{2}, \frac{S_4}{S_2} \neq \frac{S_6}{S_4}$ ，故 S_2, S_4, S_6 不为等比数列，D 错误.

故选：D

9. A

【分析】由椭圆的定义可得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，再结合余弦定理可得 $|PF_1||PF_2| = \frac{15}{4}$ ，然后由向量数量积定义得解.

【详解】由椭圆的定义可得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，

在 $\triangle PF_1F_2$ 中，由余弦定理 $|F_1F_2|^2 = |PF_1|^2 + |PF_2|^2 - 2|PF_1||PF_2|\cos\angle F_1PF_2$ ，

又 $|F_1F_2| = 2\sqrt{4-3} = 2$ ， $\cos\angle F_1PF_2 = \frac{3}{5}$ 可得：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/847043103163006132>