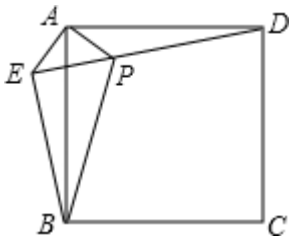
难点特训（四）选填压轴 50 道

1．如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 外一点，连接 AE、BE 和 DE，过点 A 作 AE 垂线交 DE 于点 P．若 $AE=AP=2, PB=6$．下列结论：①$\triangle APD\cong\triangle AEB$；②$EB\perp ED$；③点 B 到直线 AE 的距高为 $2\sqrt{7}$；④$S_{正方形ABCD}=32+4\sqrt{14}$．则正确结论的个数是（　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】C

【分析】①易知 $AE=AP$，$AB=AD$，所以只需证明 $\angle EAB=\angle PAD$ 即可用 SAS 说明 $\triangle APD\cong\triangle AEB$；

②易知 $\angle AEB=\angle APD=135°$，则 $\angle BEP=\angle AEB-\angle AEP=135°-45°=90°$，所以 $EB\perp ED$；

③在 Rt$\triangle BEP$ 中利用勾股定理求出 BE 值为 $2\sqrt{7}$，根据垂线段最短可知 B 到直线 AE 的距离小于 $2\sqrt{7}$；则③错误；

④要求正方形的面积，则需知道正方形一条边的平方值即可，所以在 $\triangle AEB$ 中，$\angle AEB=135°$，$AE=2$，$BE=2\sqrt{7}$，过点 A 作 $AH\perp BE$ 交 BE 延长线于 H 点，在 Rt$\triangle AHB$ 中利用勾股定理 $AB^2=BH^2+AH^2$ 即可．

【详解】∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=AB$，$\angle DAB=90°$．

∴$\angle DAP+\angle BAP=90°$．

又 $\angle EAB+\angle BAP=90°$，

∴$\angle EAB=\angle DAP$．

又 $AE=AP$，

∴$\triangle APD\cong\triangle AEB$（$SAS$）．

所以①正确；

∵$AE=AP$，$\angle EAP=90°$，

∴$\angle APE=\angle AEP=45°$，

∴$\angle APD=180°-45°=135°$．

∵△*APD*≌△*AEB*，

∴∠*AEB*＝∠*APD*＝135°，

∴∠*BEP*＝135°﹣45°＝90°，

即 *EB*⊥*ED*，②正确；

在等腰 Rt△*AEP* 中，利用勾股定理可得 *EP*＝$\sqrt{AE^2+AP^2}=2\sqrt{2}$，

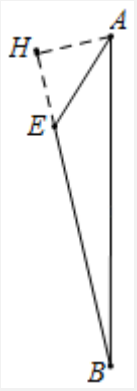
在 Rt△*BEP* 中，利用勾股定理可得 *BE*＝$\sqrt{BP^2-EP^2}=2\sqrt{7}$．

∵*B* 点到直线 *AE* 的距离小于 *BE*，所以点 *B* 到直线 *AE* 的距离为$2\sqrt{7}$是错误的，

所以③错误；

在△*AEB* 中，∠*AEB*＝135°，*AE*＝2，*BE*＝$2\sqrt{7}$，

如图所示，过点 *A* 作 *AH*⊥*BE* 交 *BE* 延长线于 *H* 点．



在等腰 Rt△*AHE* 中，可得 *AH*＝*HE*＝$\frac{\sqrt{2}}{2}AE=\sqrt{2}$．

所以 *BH*＝$\sqrt{2}+2\sqrt{7}$．

在 Rt△*AHB* 中利用勾股定理可得 *AB2*＝*BH*²+*AH*²，

即 *AB*²＝（$\sqrt{2}+2\sqrt{7}$）²+（$\sqrt{2}$）²＝$32+4\sqrt{14}$，

所以 $S_{正方形ABCD}=32+4\sqrt{14}$．

所以④正确．

所以只有①和②、④的结论正确．

故选：C．

【点睛】本题主要考查了正方形的性质、全等三角形的判定和性质，解决复杂几何图形时要会分离图形，分离出对解决问题有价值的图形单独解决．

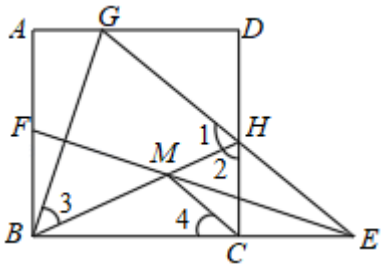
2．如图，正方形 *ABCD* 中，*E* 是 *BC* 延长线上一点，在 *AB* 上取一点 *F*，使点 *B* 关于直线 *EF* 的对称点 *G* 落在 *AD* 上，连接 *EG* 交 *CD* 于点 *H*，连接 *BH* 交 *EF* 于点 *M*，连接 *CM*．则下列结论，其中正确的是（　　）

①∠1＝∠2；

②∠3＝∠4；

③$GD=\sqrt{2}CM$；

④若 $AG=1$，$GD=2$，则 $BM=\sqrt{5}$．



A．①②③④　　B．①②　　C．③④　　D．①②④

【答案】A

【分析】①正确．如图 1 中，过点 B 作 BK⊥GH 于 K．想办法证明 Rt△BHK≌Rt△BHC（HL）可得结论．

②正确．分别证明∠GBH=45°，∠4=45°即可解决问题．

③正确．如图 2 中，过点 M 作 MW⊥AD 于 W，交 BC 于 T．首先证明 MG=MD，再证明△BTM≌△MWG（AAS），推出 MT=WG 可得结论．

④正确．求出 BT=2，TM=1，利用勾股定理即可判断．

【详解】解：如图 1 中，过点 B 作 BK⊥GH 于 K．

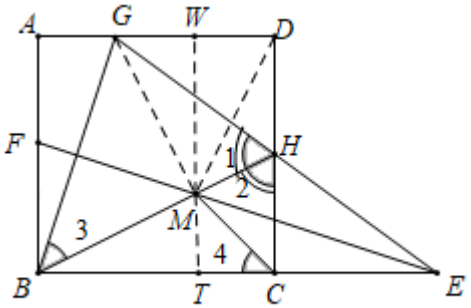


图2

∵B，G 关于 EF 对称，

∴EB＝EG，

∴∠EBG＝∠EGB，

∵四边形 ABCD 是正方形，

∴AB＝BC，∠A＝∠ABC＝∠BCD＝90°，AD∥BC，

∴∠AGB＝∠EBG，

∴∠AGB＝∠BGK，

∵∠A＝∠BKG＝90°，BG＝BG，

∴△BAG≌△BKG（AAS），

∴BK＝BA＝BC，∠ABG＝∠KBG，

∵∠BKH＝∠BCH＝90°，BH＝BH，

∴Rt△BHK≌Rt△BHC（HL），

∴∠1＝∠2，∠HBK＝∠HBC，故①正确，

∴∠GBH＝∠GBK+∠HBK＝$\frac{1}{2}$∠ABC＝45°，

过点 M 作 MQ⊥GH 于 Q，MP⊥CD 于 P，MR⊥BC 于 R.

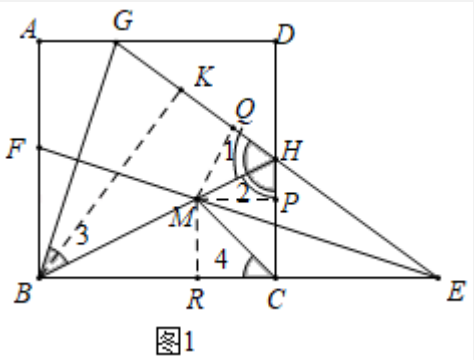


图1

∵∠1＝∠2，

∴MQ＝MP，

∵∠MEQ＝∠MER，

∴MQ＝MR，

∴MP＝MR，

∴∠4＝∠MCP＝$\frac{1}{2}$∠BCD＝45°，

∴∠GBH＝∠4，故②正确，

如图 2 中，过点 M 作 MW⊥AD 于 W，交 BC 于 T.

∵B，G 关于 EF 对称，

∴BM＝MG，

∵CB＝CD，∠4＝∠MCD，CM＝CM，

∴△MCB≌△MCD（SAS），

∴BM＝DM，

∴MG＝MD，

∵MW⊥DG，

∴WG＝WD，

∵∠BTM＝∠MWG＝∠BMG＝90°，

∴∠BMT+∠GMW＝90°，

∵∠GMW+∠MGW＝90°，

∴∠BMT＝∠MGW，

∵MB＝MG，

∴△BTM≌△MWG（AAS），

∴MT＝WG，

∵MC＝$\sqrt{2}$TM，DG＝2WG，

∴DG＝$\sqrt{2}$CM，故③正确，

∵AG＝1，DG＝2，

∴AD＝AB＝TM＝3，EM＝WD＝TM＝1，BT＝AW＝2，

∴BM＝$\sqrt{BT^2+MT^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，故④正确，

故选：A.

【点睛】本题考查正方形的性质，角平分线的性质定理，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线面构造全等三角形解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

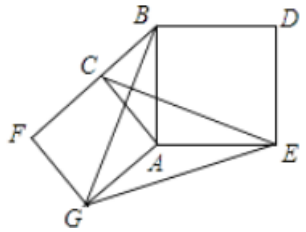
3．如图，分别以$Rt\triangle ACB$的直角边AC和斜边AB为边向外作正方形$ACFG$和正方形$ABDE$，连接CE、BG、GE．给出下列结论：

①$CE=BG$；

②$EC\perp BG$

③$FG^2+BF^2=2BD^2+BC^2$

④$BC^2+GE^2=2AC^2+2AB^2$其中正确的是（　）



A．②③④　　B．①②③　　C．①②④　　D．①②③④

【答案】C

【分析】利用SAS证明$\triangle AGB\cong\triangle ACE$，即可判断①；

证明$\angle BNM=\angle MAE=90°$，即可判断②；

假设③成立，利用勾股定理对等式变形证得$AC=BC$，而AC与BC不一定相等，即可判断③；

利用勾股定理证得$BC^2+EG^2=BE^2+CG^2$，从而证得结论④成立.

【详解】解：∵四边形$ACFG$和四边形$ABDE$都是正方形，

∴$AC=AG$，$AB=AE$，

∵$\angle CAG=\angle BAE=90°$，

∴$\angle CAG+\angle BAC=\angle BAE+\angle BAC$，即$\angle GAB=\angle CAE$，

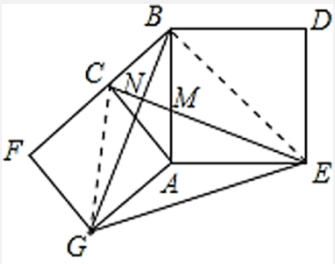
在$\triangle AGB$和$\triangle ACE$中，

$$\because \begin{cases} AG=AC \\ \angle GAB=\angle CAE \\ AB=AE \end{cases},$$

∴$\triangle AGB\cong\triangle ACE(SAS)$，

∴$GB=CE$，故①正确；

设BA、CE相交于点M，



∵$\triangle AGB\cong\triangle ACE$，

∴$\angle GBA=\angle CEA$，

又∵$\angle BMN=\angle EMA$，

∴$\angle BNM=\angle MAE=90°$，

∴$EC\perp BG$，故②正确；

设正方形$ACFG$和正方形$ABDE$的边长分别为a和b，

∵$\triangle ACB$为直角三角形，且AB为斜边，

∴$AB^2-AC^2=b^2-a^2=BC^2$，

假设$FG^2+BF^2=2BD^2+BC^2$成立，

则有$a^2+(a+BC)^2=2b^2+BC^2$，

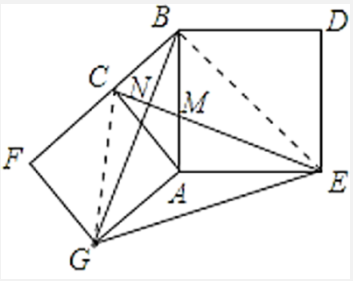
整理得：$2a\cdot BC=2(b^2-a^2)$，即$a\cdot BC=BC^2$，

∴$a=BC$，即$AC=BC$，

∵AC与BC不一定相等，

∴假设不成立，故③不正确；

连接CG，BE，设BG、CE相交于N，



∵$EC \perp BG$，

∴$BC^2+EG^2=BN^2+NC^2+EN^2+NG^2=BN^2+EN^2+NC^2+NG^2=BE^2+CG^2$，

∵四边形 $ACFG$ 和四边形 $ABDE$ 都是正方形，

∴$BE^2=2AB^2$，$CG^2=2AC^2$，

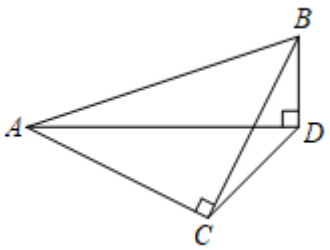
∴$BC^2+EG^2=2AB^2+2AC^2$，故④正确；

综上，①②④正确，

故选：C．

【点睛】本题是四边形综合题，主要考查的是正方形的性质、全等三角形的判定和性质、垂直的定义、勾股定理的应用，灵活运用勾股定理是解题的关键．

4．如图，已知 $AC=BC$，$\angle ACB=90°$，$\angle ADC=45°$，$AD \perp BD$，$BD=2$，$CD=3\sqrt{2}$，则 AB 长为（　　）



A．$3\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{17}$　　C．$\sqrt{22}$　　D．$\sqrt{34}$

【答案】B

【分析】过 C 作 $CM \perp AD$ 于 M，$CN \perp BD$ 交延长线于 N，设 $AC=BC=x$，则 $AB=\sqrt{2}x$，求出 $MC=MD=CN=DN=3$，根据 $S_{\triangle}ABC+S_{\triangle}BDC=S_{\triangle}ACD+S_{\triangle}ABD$，证得 $AD=\frac{1}{5}x^2+\frac{6}{5}$，在 $Rt\triangle ABD$ 中，$AB^2=AD^2+BD^2$，列得 $(\sqrt{2}x)^2=(\frac{1}{5}x^2+\frac{6}{5})^2+2^2$，求出 x 即可．

【详解】解：过 C 作 $CM \perp AD$ 于 M，$CN \perp BD$ 交延长线于 N，

设 $AC=BC=x$，则 $AB=\sqrt{2}x$，

∵$\angle ADC=45°$，$AD \perp BD$，

∴$\angle CDN=\angle ADC=45°$，

∴$MC=MD=CN=DN=3$，

∵$S_{△}ABC+S_{△}BDC=S_{△}ACD+S_{△}ABD$，

∴$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}\times2\times3=\frac{1}{2}\times3AD+\frac{1}{2}\times2AD$

解得 $AD=\frac{1}{5}x^2+\frac{6}{5}$，

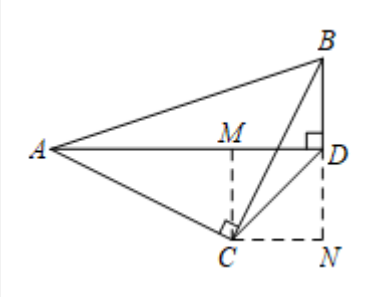
在 $Rt△ABD$ 中，$AB^2=AD^2+BD^2$，

∴$(\sqrt{2}x)^2=(\frac{1}{5}x^2+\frac{6}{5})^2+2^2$，

解得 $x=\sqrt{34}$（负值舍去），

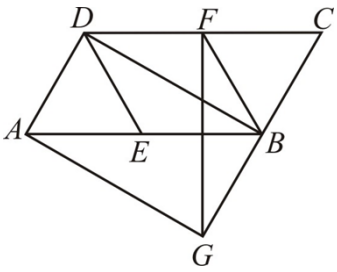
∴$AB=\sqrt{2}x=2\sqrt{17}$，

故选：B.



【点睛】此题考查了等腰直角三角形的性质，勾股定理，正确引出辅助线及掌握勾股定理是解题的关键.

5．已知如图，在平行四边形 ABCD 中，E、F 分别为边 AB、CD 的中点，BD 是对角线，AG∥DB，交 CB 的延长线于 G，连接 GF，若 AD⊥BD．下列结论：①DE∥BF；②四边形 BEDF 是菱形；③FG⊥AB；④$S_{△BFG}=\frac{1}{4}S_{平行四边形ABCD}$．其中正确的是（　　）



A．①②③④　　B．①②　　C．①③　　D．①②④

【答案】D

【详解】解：①∵在平行四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别为边 AB、CD 的中点，

∴四边形 $DEBF$ 为平行四边形，∴$DE∥BF$

故①正确；

②由①知四边形 $DEBF$ 为平行四边形，

∵$AD⊥BD$　E 为边 AB 的中点，

∴DE=BE=AE，

∴四边形 BEDF 是菱形

故②正确；

③∵AG∥DB　AD∥BG AD⊥BD，

∴AGBD 为矩形，

∴AD=BG=BC，要使 FG⊥AB，

则 BF=BC=BG，不能证明 BF=BC，

即 FG⊥AB 不恒成立，

故③不正确；

④由③知 BC=BG，

∴$S_{\triangle}BFG=\frac{1}{2}S_{\Delta FCG}$．

∵F 为 CD 中点，

∴$S_{\triangle}FCG=\frac{1}{2}S_{\text{平行四边形}ABCD}$，

∴$S_{\triangle}BFG=\frac{1}{4}S_{\text{平行四边形}ABCD}$，

故④正确．

故选择 D．

6．在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为$(0,5)$，点 B 的坐标为$(-2,0)$，$C(a,b)$ 为平面直角坐标系内一点，$\angle ABC=90°$，$BA=BC$，则 ab 的值为（　）

A．14　　B．−6　　C．−6 或 14　　D．−6 或 −14

【答案】D

【分析】分当点 C 在 x 轴上方和点 C 在 x 轴下方两种情况，画出图形求解即可．

【详解】解：当点 C 在 x 轴上方时，如图 1 所示，作 CD⊥x 轴，

∵A 点的坐标为（0，5），B 的坐标为（-2，0），

∴OA=5，OB=2，

∵∠ABC=90°，

∴∠ABO+∠CBD=90°，

∵∠ABO+∠BAO=90°，

∴∠BAO=∠CBD，

∵在△ABO 和△BCD 中，

$$\begin{cases}\angle BAO=\angle CBD\\ \angle AOB=\angle BDC\\ AB=BC\end{cases},$$

∴△*ABO*≌△*BCD*（AAS），

∴*BD*=*OA*=5，*CD*=*OB*=2，

∴*C* 点坐标为（-7，2），

∴*ab*=-7×2=-14；

当点 *C* 在 *x* 轴下方时，如图 2 所示，作 *CE*⊥*x* 轴，

与（1）证明方法一样可证得△*ABO*≌△*BCE*（AAS），

∴*BE*=*OA*=4，*CE*=*OB*=3，

∴*OE*=5-2=3，

∴*C* 点坐标为（3，-2），

∴*ab*=3×（-2）=-6.

故选：D.

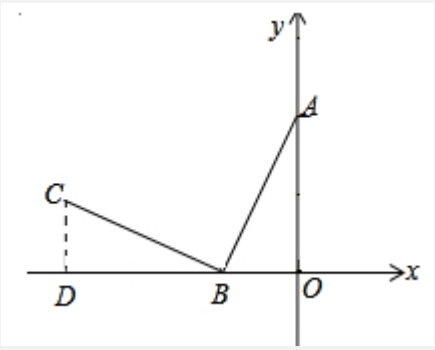


图 1

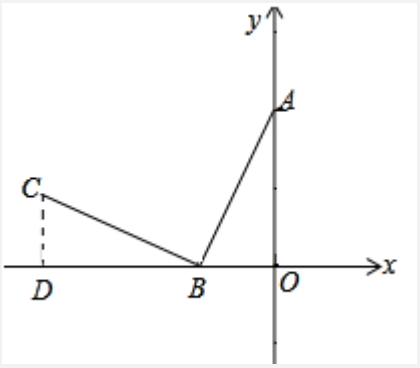
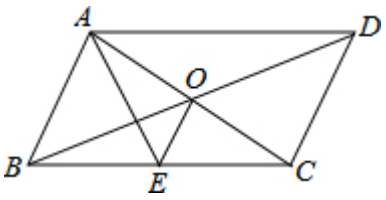


图 2

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等．也考查了分类讨论的思想、坐标与图形性质等知识.

7．如图，▱*ABCD* 的对角线 *AC*、*BD* 交于点 *O*，*AE* 平分∠*BAD* 交 *BC* 于点 *E*，且∠*ADC*=60°，$AB=\frac{1}{2}BC$，连接 *OE*，下列结论：①∠*CAD*=30°；②$S_{▱ABCD}=AB\cdot AC$；③*OB*=*AB*；④$OE=\frac{1}{4}BC$，成立的个数有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】C

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，得到$\angle ABC=\angle ADC=60°$，$\angle BAD=120°$，根据 AE 平分$\angle BAD$，得到$\angle BAE=\angle EAD=60°$推出$\triangle ABE$ 是等边三角形，由于 $AB=\frac{1}{2}BC$，得到 $AE=\frac{1}{2}BC$，得到$\triangle ABC$ 是直角三角形，于是得到$\angle CAD=30°$，故①正确；由于 $AC\perp AB$，得到 $S_{\square ABCD}=AB\cdot AC$，故②正确，根据 $AB=\frac{1}{2}BC$，$OB=\frac{1}{2}BD$，且 $BD>BC$，得到 $AB<OB$，故③错误；根据三角形的中位线定理得到 $OE=\frac{1}{2}AB$，于是得到 $OE=\frac{1}{4}BC$，故④正确．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore\angle ABC=\angle ADC=60°$，$\angle BAD=120°$，

∵AE 平分$\angle BAD$，

$\therefore\angle BAE=\angle EAD=60°$

$\therefore\triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore AE=AB=BE$，

∵$AB=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore AE=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore\angle BAC=90°$，

$\therefore\angle CAD=30°$，故①正确；

∵$AC\perp AB$，

$\therefore S_{\square ABCD}=AB\cdot AC$，故②正确，

∵$AB=\frac{1}{2}BC$，$OB=\frac{1}{2}BD$，且 $BD>BC$，

$\therefore AB<OB$，故③错误；

∵$CE=BE$，$CO=OA$，

$\therefore OE=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore OE=\frac{1}{4}BC$，故④正确．

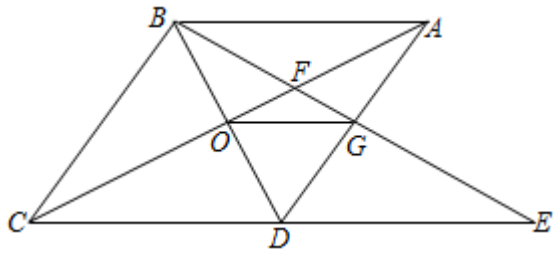
故选 C．

【点睛】此题考查了平行四边形的性质、三角形中位线的性质以及等边三角形的判定与性质．注意证得$\triangle ABE$ 是等边三角形，OE 是$\triangle ABC$ 的中位线是关键．

8．如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°$，AC 与 BD 交于点 O，E 为 CD 延长线上的一点，且 $CD=DE$，连接 BE 分别交 AC，AD 于点 F、G，连接 OG，则下列结论正确的是

（　）

①$OG=\frac{1}{2}AB$；②与$\triangle EGD$全等的三角形共有2个；③$S_{四边形}ODEG=S_{四边形}ABOG$；④由点A、B、D、E构成的四边形是菱形；



A．①③④　　B．①④　　C．①②③　　D．②③④

【答案】A

【分析】①由AAS证明$\triangle ABG\cong\triangle DEG$，得出$AG=DG$，证出$OG$是$\triangle ACD$的中位线，得出$OG=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB$，①正确；

②先证四边形$ABDE$是平行四边形，再证$\triangle ABD$、$\triangle BCD$是等边三角形，得$AB=BD=AD$，因此$OD=AG$，则四边形$ABDE$是菱形，④正确；

③由菱形的性质得$\triangle ABG\cong\triangle BDG\cong\triangle DEG$，再由$SAS$证明$\triangle BGA\cong\triangle COD$，得$\triangle AOB\cong\triangle COB\cong\triangle COD\cong\triangle AOD\cong\triangle BGA\cong\triangle BGD\cong\triangle EGD$，则②不正确；

由中线的性质和菱形的性质可得$S\triangle BOG=S\triangle DOG$，$S\triangle ABG=S\triangle DGE$，可得四边形$ODEG$与四边形$OBAG$面积相等，得出③正确．

【详解】∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$AB=BC=CD=DA$，$AB\parallel CD$，$OA=OC$，$OB=OD$，$AC\perp BD$，

∴$\angle BAG=\angle EDG$，$\triangle ABO\cong\triangle BCO\cong\triangle CDO\cong\triangle AOD$（$SSS$），

∵$CD=DE$，

∴$AB=DE$，

在$\triangle ABG$和$\triangle DEG$中，

$$\begin{cases}\angle BAG=\angle EDG\\ \angle AGB=\angle DGE\\ AB=DE\end{cases},$$

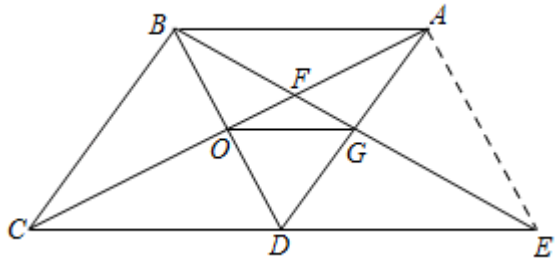
∴$\triangle ABG\cong\triangle DEG$（$AAS$），

∴$AG=DG$，

∴OG是$\triangle ACD$的中位线，

∴$OG=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB$，故①正确；

连接AE，



∵AB // CE，AB＝DE，

∴四边形 $ABDE$ 是平行四边形，

∵∠BCD＝∠BAD＝60°，

∴△ABD、△BCD 是等边三角形，

∴AB＝BD＝AD，∠ODC＝60°，

∴OD＝AG，四边形 $ABDE$ 是菱形，故④正确；

∴AD⊥BE，

由菱形的性质得：△BGA≌△BGD≌△EGD（SSS），

在△BGA 和△COD 中，

$$\begin{cases} AG = DO \\ \angle BAG = \angle CDO \\ AB = DC \end{cases},$$

∴△BGA≌△COD（SAS），

∴△AOB≌△COB≌△COD≌△AOD≌△BGA≌△BGD≌△EGD，故②不正确；

∵OB＝OD，

∴S△BOG＝S△DOG，

∵四边形 $ABDE$ 是菱形，

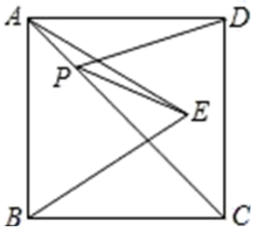
∴S△ABG＝S△DGE，

∴四边形 $ODEG$ 与四边形 $OBAG$ 面积相等，故③正确；

故选：A.

【点睛】本题考查了菱形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、三角形中位线定理等知识；本题综合性强，熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键.

9．如图所示，正方形 $ABCD$ 的面积为 12，△ABE 是等边三角形，点 E 在正方形 $ABCD$ 内，对角线 AC 上有一点 P，使 $PD+PE$ 的和最小，则这个最小值为（　　）.

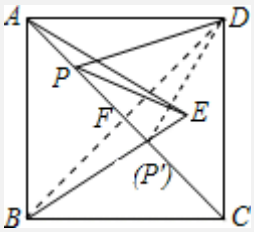


A．2　　B．$2\sqrt{3}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

【答案】B

【分析】由于点 B 与 D 关于 AC 对称，所以连接 BD，与 AC 的交点即为 F 点．此时 $PD+PE=BE$ 最小，而 BE 是等边△ABE 的边，$BE=AB$，由正方形 $ABCD$ 的面积为 12，可求出 AB 的长，从而得出结果．

【详解】解：连接 BD，与 AC 交于点 F．



∵点 B 与 D 关于 AC 对称，

∴$PD=PB$，

∴$PD+PE=PB+PE=BE$ 最小．

∵正方形 $ABCD$ 的面积为 12，

∴$AB=2\sqrt{3}$．

又∵△ABE 是等边三角形，

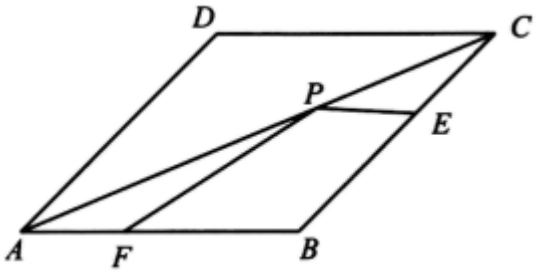
∴$BE=AB=2\sqrt{3}$．

故所求最小值为 $2\sqrt{3}$．

故选：B．

【点睛】此题主要考查了轴对称--最短路线问题，难点主要是确定点 P 的位置．注意充分运用正方形的性质：正方形的对角线互相垂直平分．再根据对称性确定点 P 的位置即可．

10．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle D=135°$，$AD=3\sqrt{2}, CE=2$，点 P 是线段 AC 上一动点，点 F 是线段 AB 上一动点，则 $PE+PF$ 的最小值（　）

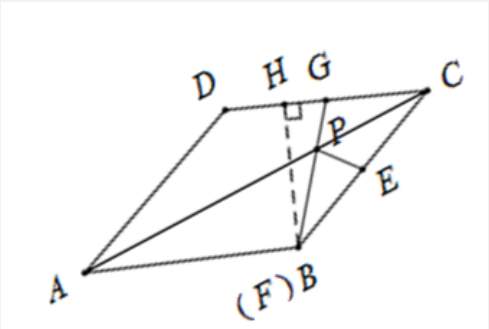


A．$2\sqrt{2}$　　B．3　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{10}$

【答案】D

【分析】先作点 E 关于 AC 的对称点点 G，再连接 BG，过点 B 作 BH⊥CD 于 H，运用勾股定理求得 BH 和 GH 的长，最后在 Rt△BHG 中，运用勾股定理求得 BG 的长，即为 PE+PF 的最小值．

【详解】解：作点 E 关于 AC 的对称点点 G，连接 PG、PE，则 PE=PG，CE=CG=2，连接 BG，过点 B 作 BH⊥CD 于 H，则∠BCH=∠CBH=45°，



∵四边形 ABCD 是菱形，$AD=3\sqrt{2}$,

∴$BC=AD=3\sqrt{2}$,

∴Rt△BHC 中，BH=CH=$BC\cdot\sin\angle BCH=BC\cdot\sin\angle 45°=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$ ，

∴HG=HC-GC=3-2=1，

∴Rt△BHG 中，BG=$\sqrt{BH^2+HG^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ ，

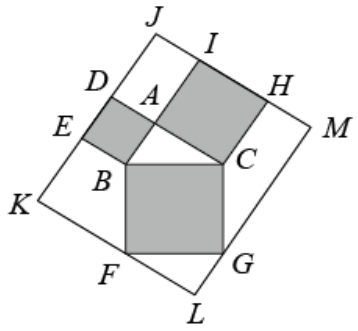
∵当点 F 与点 B 重合时，PE+PF=PG+PB=BG（最短），

∴PE+PF 的最小值是$\sqrt{10}$．

故选：D.

【点睛】本题以最短距离问题为背景，主要考查了菱形的性质与轴对称的性质，凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，一般情况要作点关于某直线的对称点．注意：如果两个图形关于某直线对称，那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线．

11．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AB=3$，$AC=4$，分别以 AB，AC，BC 为边向 $\triangle ABC$ 外作正方形 $ABED$，正方形 $ACHI$，正方形 $BCGF$．直线 ED，HI 交于点 J，过点 F 作 $KF \parallel HI$，交 DE 于点 K，过点 G 作 $GM \parallel DE$，与 HI，KF 分别交于点 M，L．则四边形 $KLMJ$ 的面积为（　）

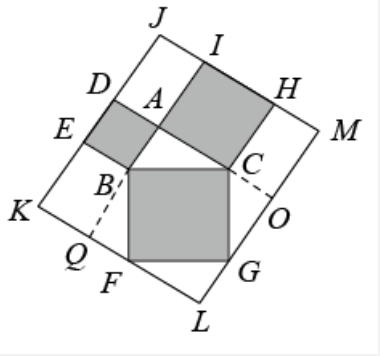


A．90　　B．100　　C．110　　D．120

【答案】C

【分析】先由勾股定理得出 $BC=5$ ，在由正方形的性质推出四边形 $KLMJ$， $DGIA$ 都是矩形，再由矩形的性质得出 $DJ=AI=4, JI=DA=3$，延长 AC 至 O，则 $CO\perp ML$，可证 $\Delta ABC\cong\Delta OCG(AAS)$ ，继而得出四边形 $COMH$ 是矩形，可得 $CO=HM=3$，同理可得，四边形 $EKQB$ 是矩形， $KE=QB=4$，即可求解四边形 $KLMJ$ 的面积．

【详解】



在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AB=3$，$AC=4$

由勾股定理可得 $BC=5$

∵ 四边形 $ABED$， $ACHI$， $BCGF$ 都是正方形

∴ 四边形的四个角都是 90°，四条边平行且相等

$\because KF \parallel HI, GM \parallel DE$

$\therefore \angle JKL=\angle KJM=90°$

∴ 四边形 $KLMJ$， $DGIA$ 都是矩形

$\therefore ED=DA=AB=3, AI=AC=IH=4. BC=BF=CG=5$

$\therefore DJ=AI=4, JI=DA=3$

延长 AC 至 O，则 $CO\perp ML$

$\because \angle ACB+\angle GCO=90°=\angle ACB+\angle ABC$

$\therefore \angle ABC=\angle GCO$

$\because \angle BAC=\angle COG, BC=CG$

$\therefore \Delta ABC\cong\Delta OCG(AAS)$

$\therefore AB=OC=3$

$\therefore \angle COG=90°$

$\because \angle JML=90°$

$\therefore$ 四边形 $COMH$ 是矩形

$\therefore CO=HM=3$

同理可得，四边形 $EKQB$ 是矩形

$\therefore KE=QB=4$

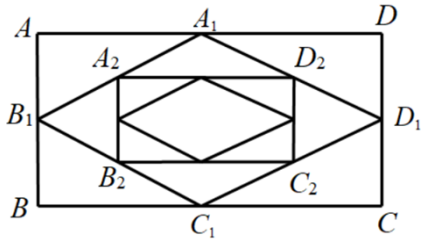
$\therefore$ 四边形 $KLMJ$ 的面积

$=HJ\cdot JM=(KE+ED+DJ)\cdot(JI+IH+HM)=(4+3+4)\times(3+4+3)=110$

故选：C.

【点睛】本题考查了勾股定理、正方形的性质、矩形的判定和性质，全等三角形的判定和性质等，熟练运用知识点是解题的关键.

12．如图，矩形 $ABCD$ 的周长为 1，连接矩形 $ABCD$ 四条边中点得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$，再连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 四条边中点得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$，如此继续下去…，则四边形 $A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}$ 的周长为（　　）



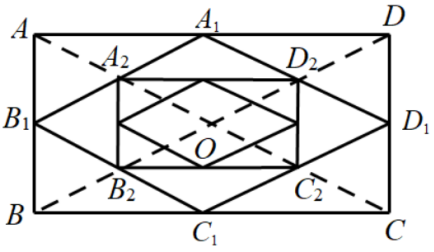
A．$(\frac{1}{2})^5$　　B．$(\frac{1}{2})^{10}$　　C．$(\frac{1}{4})^5$　　D．$(\frac{1}{4})^{10}$

【答案】A

【分析】根据矩形 $ABCD$ 的周长，四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 的周长、四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 的周长，找到规律即可解题.

【详解】解：顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 四边的中点得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$，

连接 AC，BD 交于点 O，



∵四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是矩形 $ABCD$ 的中点四边形，

∴A_1B_1 的中点 A_2 在 AC 上，A_1D_1 的中点 D_2 在 BD 上，

∴$A_2D_2=\frac{1}{2}AD$，

同理 $A_2B_2=\frac{1}{2}AB$，$B_2C_2=\frac{1}{2}BC$，$C_2D_2=\frac{1}{2}CD$，

∴四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 的周长为四边形 $ABCD$ 周长的一半，即为矩形 $ABCD$ 周长的 $\frac{1}{2}$，

同理：四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 的周长为四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 周长的一半，即为矩形 $ABCD$ 周长的 $(\frac{1}{2})^2$，

……，

∴四边形 $A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}$ 周长为矩形 $ABCD$ 周长的 $(\frac{1}{2})^5$，

故选：A ．

【点睛】本题考查了中点四边形以及矩形的性质，找到连接矩形、菱形中点所得的中点四边形的周长为原四边形周长的一半是解题的关键．

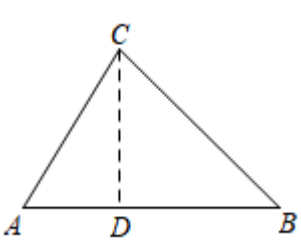
13．已知三角形的边长分别是 5、7、8，则这个三角形的面积是（　　）

A．9　　B．$9\sqrt{3}$　　C．10　　D．$10\sqrt{3}$

【答案】D

【分析】画出三角形的边长分别是 $AB=8$、$AC=5$、$BC=7$，作 $CD\perp AB$ 于 D，先由勾股定理计算出 CD 的长度，再根据面积公式计算即可．

【详解】如图：$AB=8$、$AC=5$、$BC=7$，作 $CD\perp AB$ 于 D，



由勾股定理得：$CD^2=AC^2-AD^2=BC^2-BD^2$ ，

即 $5^2-AD^2=7^2-(8-AD)^2$，

解得：$AD=\frac{5}{2}$，

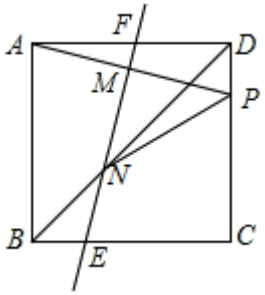
$\therefore CD=\sqrt{5^2-(\frac{5}{2})^2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积$=\frac{1}{2}AB\times CD=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{5}{2}\sqrt{3}=10\sqrt{3}$．

故选：D

【点睛】此题考查了勾股定理、三角形的面积公式，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

14．如图，正方形 $ABCD$ 中，P 为 CD 上一点，线段 AP 的垂直平分线 MN 交 BD 于 N，M 为垂足，交正方形的两边于 E、F，连接 PN，则下列结论：①$\angle APN=45°$；②$PC=\sqrt{2}BN$；③$\angle DNF=\angle DAP$；④$MN=MF+NE$，其中正确的是（　）



A．①②③　　B．①②④　　C．②③④　　D．①②③④

【答案】B

【分析】①过 N 作 $ST\parallel BC$，则 $ST\perp AB$，先证明 $\triangle BSN$ 是等腰直角三角形，得出 $SA=TN$，再由 $AN=PN,$，证明 $\mathrm{Rt}\triangle ASN\cong\mathrm{Rt}\triangle NTP$，得出 $\angle SAN=\angle TNP$，证出 $\angle ANP=90°$，即可得出 $\angle APN=45°$；

② $PC=PT+TC=SN+SB$，$\triangle BSN$ 是等腰直角三角形，$SB=SN$，即可得出 $PC=\sqrt{2}BN$；

③假设 $\angle DNF=\angle DAP$ 成立，证明 $\triangle NDP\cong\triangle NDF$，得出 $DP=DF$，可判断③不一定成立；

④过 P 作 AD 的平行线交 MN 于 K，证出 $MF=MK$，$NE=NK$，即可得出结论．

【详解】解：①正确；过 N 作 $ST\parallel BC$ 分别交 AB、DC 于 S、T，则 $ST\perp AB$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=BC=ST,\angle BAD=90°,\angle ABD=45°$，

$\therefore\triangle BSN$ 是等腰直角三角形，

$\therefore SB=SN,\angle BNS=45°$，

$\therefore SA=TN$，

∵线段 AP 的垂直平分线 MN 交 BD 于点 N，

$\therefore AN=PN$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ASN$和$\mathrm{Rt}\triangle NTP$中，

$\begin{cases}AN=PN\\SA=TN\end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ASN\cong\mathrm{Rt}\triangle NTP(\mathrm{HL})$，

$\therefore \angle SAN=\angle TNP$，

$\because \angle SAN+\angle ANS=90°$，

$\therefore \angle TNP+\angle ANS=90°$，

$\therefore \angle ANP=90°$，

$\therefore \angle APN=45°$，故①正确；

由①得：$PC=PT+TC=SN+SB$，$\triangle BSN$是等腰直角三角形，$SB=SN$，

$\therefore PC=SN+SB=\sqrt{2}BN$，故②正确；

$\because \angle APN=\angle ADN=45°$，$\angle PON=\angle AOD$，

$\therefore \angle DNP=\angle DAP$，

若$\angle DNF=\angle DAP$，

则$\angle DNF=\angle DNP$.

$\because ND=ND,\angle NDP=\angle NDF$，

$\therefore \triangle NDP\cong\triangle NDF$，

$\therefore DP=DF$，显然不一定成立，故③错误；

过P作AD的平行线交MN于K，

$\therefore \angle MAF=\angle MPK$.

$\because MN$垂直平AP，

$\therefore AM=PM$，

$\because \angle AMF=\angle PMK$，

$\therefore \triangle AMF\cong\triangle PMK(\mathrm{ASA})$，

$\therefore MF=MK$，

作$KG\perp ST$于点G，作$NH\perp BC$于点H，

则$KG=PT,NH=CT$，

由①得：$PT=SN=SB=CT$，

$\therefore KG=MH$.

$\because ST\ //\ BC$，

$\therefore \angle KNG = \angle NEH$，

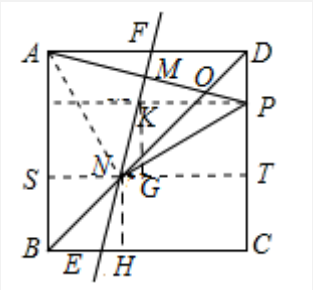
$\because \angle KGN = \angle NHE = 90°$，

$\therefore \triangle KGN \cong \triangle NHE(\mathrm{AAS})$，

$\therefore NE = NK$，

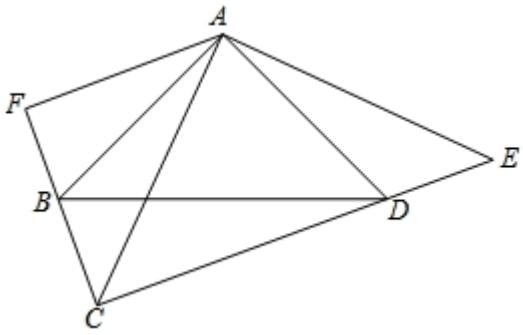
$\therefore MN = MF + NE$，故④正确；

故选：B.



【点睛】本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、线段垂直平分线的性质、等腰直角三角形的判定与性质；本题难度较大，综合性强，特别是需要通过作辅助线证明三角形全等.

15．如图，∠*BAD*＝∠*CAE*＝90°，*AB*＝*AD*，*AE*＝*AC*，*F* 是 *CB* 延长线上一点，*AF*⊥*CF*，垂足为 *F*．下列结论：①∠*ACF*＝45°；②四边形 *ABCD* 的面积等于$\frac{1}{2}AC^2$；③*CE*＝2*AF*；④*S*△*BCD*＝*S*△*ABF*+*S*△*ADE*；其中正确的是（　　）



A．①②　　B．②③　　C．①②③　　D．①②③④

【答案】C

【分析】证明$\triangle ABC \cong \triangle ADE(SAS)$，得出$\angle ACF = \angle E = 45°$，①正确；由$S_{四边形ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD}$，得出$S_{四边形ABCD} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AC^2$，②正确；证出$AF = AG$，$CE = 2AF$，③正确；由$S_{\triangle ABF} + S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACF}$，不能确定$S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BCD}$，④不正确；即可得出答案.

【详解】解：∵∠*CAE*＝90°，*AE*＝*AC*，

∴∠E=∠ACE=45°，

∵∠BAD=∠CAE=90°，

∴∠BAC+∠CAD=∠EAD+∠CAD

∴∠BAC=∠EAD，

在△ABC 和△ADE 中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE \\ AC = AE \end{cases},$$

∴△ABC≌△ADE(SAS)，

∴∠ACF=∠E=45°，①正确；

∵$S_{四边形ABCD}$=$S_{△ABC}$+$S_{△ACD}$，

∴$S_{四边形ABCD}$=$S_{△ADE}$+$S_{△ACD}$=$S_{△ACE}$=$\frac{1}{2}AC^2$，②正确；

∵△ABC≌△ADE，

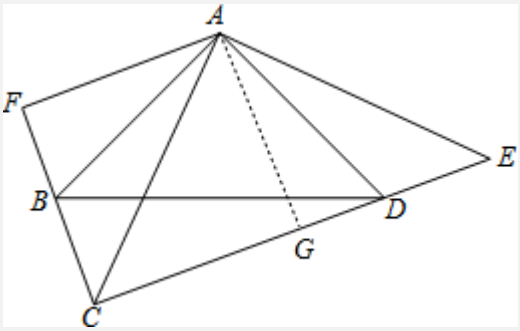
∠ACB=∠AEC=45°，

∵∠ACE=∠AEC=45°，

∴∠ACB=∠ACE，

∴AC 平分∠ECF，

过点 A 作 AG⊥CG，垂足为点 G，如图所示：



∵AC 平分∠ECF，AF⊥CB，

∴AF=AG，

又∵AC=AE，

∴∠CAG=∠EAG=45°，

∴∠CAG=∠EAG=∠ACE=∠AEC=45°，

∴CG=AG=GE，

∴CE=2AG，

∴CE=2AF，③正确；

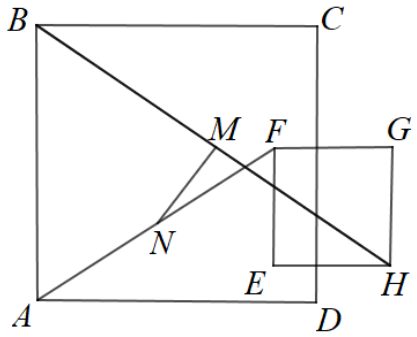
∵$S_{△}ABF+S_{△}ADE=S_{△}ABF+S_{△}ABC=S_{△}ACF$，

不能确定 $S_{△}ACF=S_{△}BCD$，④不正确；

故选：C.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质等知识；证明三角形全等是解题的关键.

16．如图，边长为 2 的正方形 $EFGH$ 在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 所在平面上平移，在平移过程中，始终保持 $EF∥AB$，线段 BH 的中点为 M，AF 的中点为 N，则线段 MN 的长为（　　）

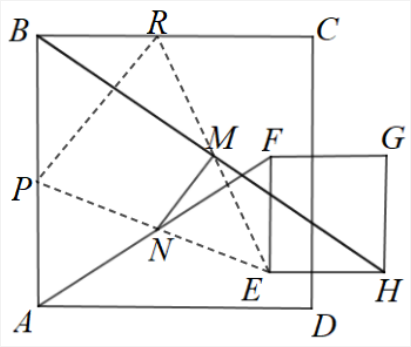


A．$\sqrt{10}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\frac{4}{3}\sqrt{5}$

【答案】C

【分析】连接 EM 并延长交 BC 于点 R，连接 EN 并延长交 AB 于点 P，证明 $△BRM≌△HEM$(AAS)，推出 $RM=EM$，$BR=EH=2$，同理可得$△APN≌△FEN$，推出 $PN=EN$，$AP=EF=2$，勾股定理求出 PR，根据三角形中位线的定义及性质求出 MN.

【详解】解：如图，连接 EM 并延长交 BC 于点 R，连接 EN 并延长交 AB 于点 P，



∵正方形 $EFGH$ 在正方形 $ABCD$ 所在平面上平移，在平移过程中，始终保持 $EF∥AB$，

∴$BC∥EH$，

∴$∠RBM=∠EHM$，$∠BRM=∠HEM$，

∵$BM=MH$，

∴$△BRM≌△HEM$(AAS)，

∴$RM=EM$，$BR=EH=2$，

∵EF // AB，

同理可得△APN≌△FEN，

∴PN=EN，AP=EF=2，

∴BP=AB-AP=6-2=4，

在 Rt△BPR 中，BP^2+BR^2=PR^2，

∴4^2+2^2=PR^2，

∴PR=$2\sqrt{5}$，

∵RM=EM，PN=EN，

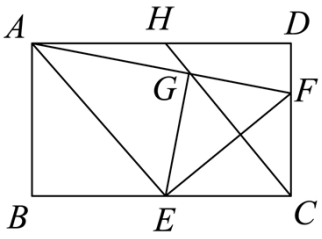
∴MN 是△PRE 的中位线，

∴MN=$\frac{1}{2}$ PR=$\sqrt{5}$，

故选：C．

【点睛】此题考查了正方形及平移的性质，勾股定理，全等三角形的判定和性质，三角形中位线的定义和性质，正确理解题意并作出辅助线是解题的关键．

17．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6, AD=8$，E 为 BC 的中点，将 $\triangle ABE$ 沿着 AE 对折后得到 $\triangle AGE$，延长 AG 交 CD 于点 F，连接 CG 并延长交 AD 于点 H，连接 EF，若 $\angle AEF=90°$，则下列说法：①$AB+CF=AF$；②四边形 $AECH$ 是平行四边形；③ $AG:GF=9:4$，其中正确的是（　）



A．①　　B．①②　　C．②③　　D．①②③

【答案】D

【分析】由 E 是 BC 的中点，$\triangle ABE$ 沿 AE 折叠后得到 $\triangle AGE$，利用 HL 证明 $Rt\triangle EGF \cong Rt\triangle ECF$，可得 $GF=CF$，判断①正确；根据 $\angle AEB=\angle AEG$，$BE=CE=EG$，可得 $\angle AEB=\angle ECG$，可判断②正确，设 $GF=CF=m$，在 $Rt\triangle ADF$ 中，根据勾股定理，列出方程，即可求出 x 的值，即可可判断③．

【详解】解：在矩形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle ECF=90°$，$AH \| EC, CD=AB=6$

∵ E 是 BC 的中点，

∴ $BE=EC$，

∵由折叠可知：$\triangle ABE \cong \triangle AGE$，

$\therefore BE=EG, AB=AG$，$\angle B=\angle AGE=90°$，

$\therefore CE=EG$，$\angle EGF=\angle ECF=90°$

在 $Rt\triangle EGF$ 和 $Rt\triangle ECF$ 中

$$\begin{cases} EG=CE \\ EF=EF \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle EGF\cong Rt\triangle ECF$

$\therefore GF=CF$

$\therefore AG+GF=AB+CF$

$\therefore AF=AB+CF$，故①正确；

$\because \triangle ABE\cong\triangle AGE$

$\therefore \angle AEB=\angle AEG$，

$\because EG=EC$

$\therefore \angle EGC=\angle ECG$

$\because \angle AEB+\angle AEG=\angle EGC+\angle ECG$

$\therefore \angle AEB=\angle GCE$

$\therefore AE\ //\ CH$

又$\because AH//CE$

∴四边形 $AECH$ 是平行四边形，故②正确；

设 $GF=CF=m$，则 $AF=6+m, DF=6-m$，

在 $Rt\triangle ADF$ 中：$AD^2+DF^2=AF^2$

$\therefore 8^2+(6-m)^2=(6+m)^2$

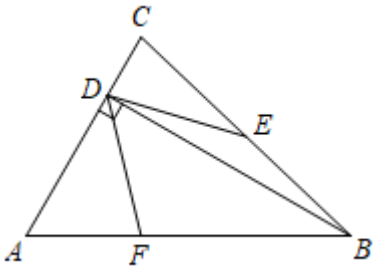
$\therefore m=\frac{8}{3}$

$\therefore AG:GF=6:\frac{8}{3}=9:4$，故③正确；

故选：D.

【点睛】此题考查了矩形中的翻折的问题、全等三角形的判定与性质、勾股定理的应用、等腰三角形性质等知识，解题的关键是熟练掌握翻折、勾股定理等知识.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=60°$，BD 为 AC 边上的高，E 为 BC 边的中点，点 F 在 AB 边上，$\angle EDF=60°$，若 $AF=2$，$BF=\frac{10}{3}$，则 BC 边的长为（　　）

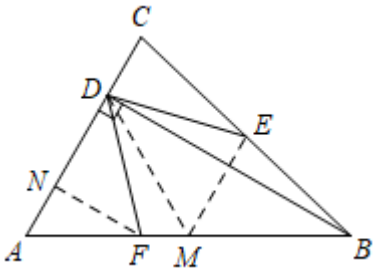


A．$\frac{16}{3}$　　B．$\frac{8}{3}\sqrt{3}$　　C．$\frac{2}{3}\sqrt{13}$　　D．$\frac{4}{3}\sqrt{13}$

【答案】D

【分析】作 AB 的中点 M，连接 ME，过 F 点作 $NF\perp AC$，首先证得 $\triangle ADM$ 是等边三角形，再证明 $\triangle ADF\cong\triangle DME$，从而得到 $DF=DE$，利用勾股定理求得 DF 的长度，从而得到 DE 的长度，再根据在 $Rt\Delta CDB$ 中 E 是中点，从而计算出 BC 的长度．

【详解】如下图所示，作 AB 的中点 M，连接 ME，过 F 点作 $NF\perp AC$，垂足为 N



在 $Rt\Delta ABD$ 中，M 是中点，

$\therefore AM=DM=\frac{1}{2}AB$，

$\because\angle A=60°$，

$\therefore\angle ADM=\angle A=60°$，

$\therefore\triangle ADM$ 是等边三角形，

$\because\angle EDF=60°$，

$\therefore\angle ADF+\angle FDM=\angle FDM+\angle MDE$，

$\therefore\angle ADF=\angle MDE$，

$\because M$、E 为中点，

$\therefore ME//AD$　，

$\therefore\angle EMB=\angle A=\angle DME=60°$，

$$\because\begin{cases}\angle A=\angle DME\\ AD=AM\\ \angle ADF=\angle MDE\end{cases}，$$

$\therefore\triangle ADF\cong\triangle DME$，

$\therefore DF=DE$，

$\because AF=2$，$BF=\frac{10}{3}$，

$\therefore AD=\frac{8}{3}$，

在 $Rt\Delta ANF$ 中，$AN=\frac{1}{2}AF=1$，$AN^2+NF^2=AF^2$，

$\therefore NF=\sqrt{3}$，

在 $Rt\Delta DNF$ 中，$DN=AD-AN=\frac{5}{3}$，$ND^2+NF^2=DF^2$，

$\therefore DF=\frac{2}{3}\sqrt{13}$，

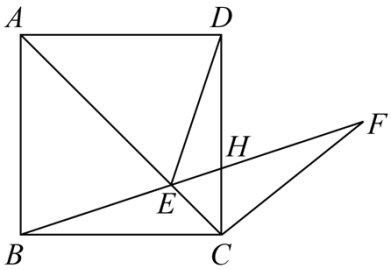
在 $Rt\Delta CDB$ 中，E 是中点，

$\therefore CB=2DE=2DF=\frac{4}{3}\sqrt{13}$，

故选：D.

【点睛】本题考查直角三角形、等边三角形、全等三角形的性质，解题的关键是熟练掌握直角三角形、等边三角形、全等三角形的相关知识.

19．如图，在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上取一点 E，使得$\angle CDE=15°$，连接 BE 并延长 BE 到 F，使 $CF=CB$，BF 与 CD 相交于点 H，若 $AB=\sqrt{6}$，则下列结论：①$\angle CBE=15°$；②$AE=\sqrt{3}+1$；③$S\triangle DEC=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$；④$CE+DE=EF$．正确的是（　　）



A．①②④　　B．②③④　　C．①③④　　D．①②③④

【答案】A

【分析】用正方形的性质 $BC=CD$，$\angle BCE=\angle DCE=45^\circ$，结合 CE 共用，推出 $\triangle CBE\cong\triangle CDE$，得到$\angle CBE=\angle CDE=15^\circ$，判断①正确；

过 D 作 $DM\perp AC$ 于 M，根据 $AD=CD=\sqrt{6}$，$\angle ADC=90^\circ$，得到$\angle ADM=\angle CDM=\frac{1}{2}\angle ADC=45^\circ$，$AM=CM=DM=\frac{1}{2}AC$，推出 $AC=\sqrt{2}AD=2\sqrt{3}$，得到 $AM=DM=\sqrt{3}$，

$\angle EDM=\angle CDM-\angle CDE=60^\circ$，推出 $ME=\frac{\sqrt{3}}{3}DM=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=1$，得到 $AE=\sqrt{3}+1$，判定②正确；

结果 $CM=DM=\sqrt{3}$，$EM=1$，推出 $CE=CM-EM=\sqrt{3}-1$，得到 $S_{\triangle DEC}=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{3}=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$，判定③错误；

在 EF 上取一点 G，使 $EG=EC$，连接 CG，根据 $BC=CF$，得到$\angle CBE=\angle F=\angle CDE=15^\circ$，根据$\angle CEG=\angle CBE+\angle BCE=60^\circ$推出$\triangle CEG$是等边三角形，得到$\angle CGE=60^\circ$，$CE=GC$，推出$\angle GCF=\angle CGE-\angle F=45^\circ$，得到$\angle ECD=GCF$，根据 $CD=CE$，推出$\triangle DEC\cong\triangle FGC$，得到 $DE=GF$，根据 $EF=EG+GF$，推出 $EF=CE+DE$，判定④正确．

【详解】①∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$BC=CD$，$\angle BCE=\angle DCE=45^\circ$．

在$\triangle BCE$和$\triangle DCE$中，

$$\begin{cases}BC=DC\\ \angle BCE=\angle DCE\\ CE=CE\end{cases},$$

∴$\triangle BCE\cong\triangle DCE$（SAS），

∴$\angle CBE=\angle CDE=15^\circ$，故①正确；

②过 D 作 $DM\perp AC$ 于 M，

∵$AD=CD$，

∴$\angle ADM=\angle CDM=\frac{1}{2}\angle ADC=45^\circ$，$AM=CM=\frac{1}{2}AC$，

∵$\angle ADC=90^\circ$，

∴$DM=\frac{1}{2}AC$，

∴$\angle EDM=\angle CDM-\angle CDE=30^\circ$，

∵$AD=CD=\sqrt{6}$，

∴$AC=\sqrt{2}AD=2\sqrt{3}$，

∴$AM=DM=\sqrt{3}$，

∴$ME=\frac{\sqrt{3}}{3}DM=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=1$，

∴$AE=\sqrt{3}+1$，故②正确；

③∵$CM=DM=\sqrt{3}$，$EM=1$，

∴$CE=CM-EM=\sqrt{3}-1$，

∴$S_{\triangle DEC}=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{3}=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$，故③错误；

④在 EF 上取一点 G，使 $EG=EC$，连接 CG，

∵$BC=CF$，

∴$\angle CBE=\angle F$，

∴$\angle CBE=\angle CDE=\angle F=15^{\circ}$.

∴$\angle CEG=60^{\circ}$.

∴△CEG 是等边三角形.

∴$\angle CGE=60^{\circ}$，$CE=GC$，

∴$\angle GCF=\angle CGE-\angle F=45^{\circ}$，

∴$\angle ECD=GCF$.

在△DEC 和△FGC 中，

$$\begin{cases} CE=GC \\ \angle ECD=\angle GCF \\ CD=CF \end{cases},$$

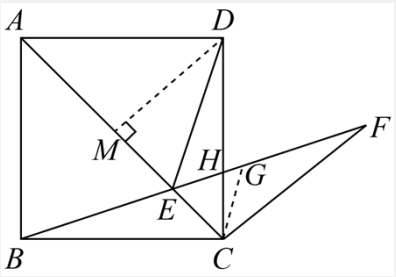
∴△DEC≌△FGC（SAS），

∴$DE=GF$.

∵$EF=EG+GF$，

∴$EF=CE+DE$，故④正确.

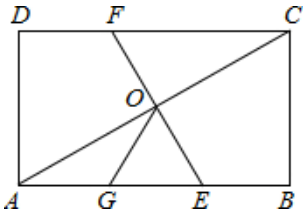
故正确的是①②④.



故选：A.

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，全等三角形的性质和判定，三角形的面积，勾股定理，含 30 度角的直角三角形的性质，等腰三角形的判定与性质等，熟练掌握这些判定和性质是解此题的关键.

20．如图，在矩形 $ABCD$ 中，O 为 AC 的中点，EF 过 O 点且 $EF\perp AC$ 分别交 DC 于 F 交 AB 于 E，点 G 是 AE 的中点，且 $\angle AOG=30^{\circ}$，OE=1，则下列结论：①$DC=3OG$；②$OG=\frac{1}{2}BC$；③四边形 $AECF$ 为菱形；④$S_{\triangle AOE}=\frac{1}{6}S_{四边形ABCD}$．其中正确的个数为（　　）



A．①②③　　B．①③④　　C．②③④　　D．①②④

【答案】B

【分析】根据条件，OG 是直角△AOE 斜边上的中线，且△FOC≌△EOA，设 $BC=a$，$AC=2a$，$AO=OC=a$，然后在直角三角形 ABC，直角三角形 AOE 中利用勾股定理求出 AB、AE 等的长再逐一进行判断即可得．

【详解】解：∵$EF\perp AC$，G 是 AE 的中点，

∴$AG=OG=GE$，

∴$\angle OAE=\angle AOG=30°$，

在直角△ABC 中，$\angle CAB=30°$，

∴$BC=\frac{1}{2}AC=OC$，

设 $BC=a$，$AC=2a$，$AO=OC=a$，

∴ $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{3}a$，

在直角△AOE 中，$\angle EAO=30°$，

∴$AE=2OE$，

∴ $AO^2+OE^2=AE^2$，即 $a^2+OE^2=4OE^2$

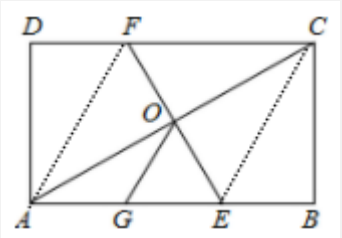
∴$OE=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，$AE=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$，

∴$OG=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，

∴$CD=AB=3OG$，故①正确；

$OG=\frac{\sqrt{3}}{3}a\neq\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}BC$，故②错误；

连接 AF、CE，



∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴$AB\parallel CD$，

∴$\angle DCA=\angle BAC$，

在△*FOC* 与△*EOA* 中，

$$\begin{cases}\angle DCA=\angle BAC\\ OC=OA\\ \angle FOC=\angle EOA\end{cases},$$

∴△*FOC*≌△*EOA*，

∴*OE*=*OF*，

又∵*AO*=*OC*，*EF*⊥*AC*，

∴四边形 *AFCE* 是菱形，故③正确；

∵ $S_{\triangle AOE}=\frac{1}{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}a=\frac{\sqrt{3}}{6}a^2$， $S_{矩形ABCD}=a\cdot\sqrt{3}a=\sqrt{3}a2$，

∴ $S_{\triangle AOE}=\frac{1}{6}S_{矩形ABCD}$，故④正确，

综上所述，结论正确的是①③④，

故选：B．

【点睛】本题考查了矩形的性质以及菱形的判定的性质，正确理解图形中∠*CAB*=30°，从而确定 *BC*、*AB* 以及 *OA*、*OC* 之间的关系是关键．

21．已知 m 、 n 是两个连续自然数 $(m<n)$，且 $q=mn$，设 $p=\sqrt{q+n}+\sqrt{q-m}$，则下列对 p 的表述中正确的是（　）

A．总是偶数　　B．总是奇数

C．总是无理数　　D．有时是有理数，有时是无理数

【答案】B

【分析】由题意可知， $n=m+1$， $q=mn$，代入 $p=\sqrt{q+n}+\sqrt{q-m}$，根据非负数的算术平方根求解即可．

【详解】由题意可知， $n=m+1$， $q=mn$，

而 $p=\sqrt{q+n}+\sqrt{q-m}$，

则 $p=\sqrt{mn+n}+\sqrt{mn-m}=\sqrt{n(m+1)}+\sqrt{m(n-1)}=m+1+m=2m+1$，

由于 m 是自然数，所以 $2m+1$ 是奇数，

故选 B

【点睛】本题考查了一个非负数的算术平方根，根据题意将 $n=m+1$， $q=mn$ 代入是解题的关键．

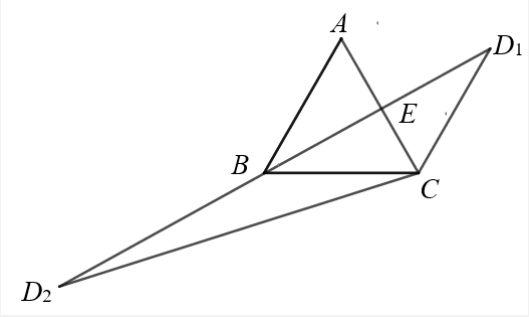
22．如图，在边长为 2 的等边三角形 *ABC* 中，分别以点 *A*，*C* 为圆心，*m* 为半径作弧，两弧交于点 *D*，连接 *BD*，*CD*．若 *BD* 的长为 $2\sqrt{3}$，则 *CD* 的最大值为(　)

A．2　　B．$2\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{30}$　　D．$7\sqrt{2}$

【答案】B

【分析】如图，由题意知，D_1D_2是AC的垂直平分线，交AC于E，B在D_1D_2上，$\angle CBE=30°$，$CE=\frac{1}{2}AC=1$，$BE=\sqrt{3}$，由$BD=2\sqrt{3}$，可知$ED_1=\sqrt{3}$，$ED_2=3\sqrt{3}$，分别在$Rt\triangle CED_1$和$Rt\triangle CED_2$中，用勾股定理求解CD_1与CD_2的值，比较后取最大值即可．

【详解】解：如图，由题意知，D_1D_2是AC的垂直平分线，交AC于E，B在D_1D_2上，



$\therefore \angle BEC=90°$，$\angle CBE=30°$，$CE=\frac{1}{2}AC=1$，

$\therefore BE=\sqrt{3}$，

$\because BD=2\sqrt{3}$，

$\therefore BD_1=2\sqrt{3}$，$ED_1=\sqrt{3}$，$BD_2=2\sqrt{3}$，$ED_2=3\sqrt{3}$，

在$Rt\triangle CED_1$中，由勾股定理得$CD_1=\sqrt{CE^2+ED_1^2}=2$，

在$Rt\triangle CED_2$中，由勾股定理得$CD_2=\sqrt{CE^2+ED_2^2}=2\sqrt{7}$，

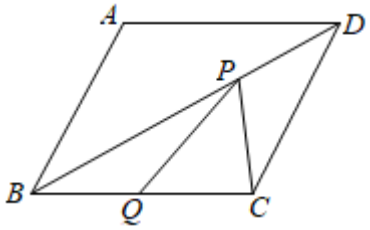
$\because CD_2>CD_1$，

$\therefore CD$的最大值为$2\sqrt{7}$，

故选B．

【点睛】本题考查了垂直平分线，等边三角形的性质，含30°的直角三角形，勾股定理等知识．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

23．如图，菱形$ABCD$的周长为24，$\angle ABD=30°$，Q是BC的中点，则$PC+PQ$的最小值是（　　）

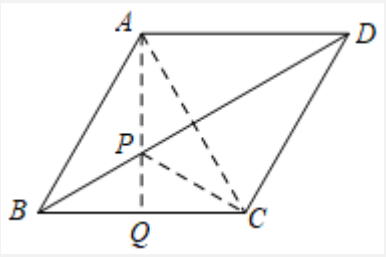


A．6　　B．$3\sqrt{3}$　　C．$3\sqrt{5}$　　D．$6\sqrt{3}$

【答案】B

【分析】连接 AQ，AC，AP，由菱形的对称轴可知，$PA=PC$，从而当点 A、P、Q 三点共线时，$PC+PQ$ 最小，根据题意可得△ABC 是等边三角形，然后在 Rt△ABQ 中，由勾股定理，求出 AQ 即可．

【详解】解：如图，连接 AQ，AC，AP，



由菱形的对称轴可知，$PA=PC$，

∴ $PC+PQ=PA+PQ\le AQ$，

即当点 A、P、Q 三点共线时，$PC+PQ$ 最小，

∵ ∠ABD=30°，四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ ∠ABC=60°，AB=BC，

∴ △ABC 是等边三角形，

∵ 点 Q 为 BC 的中点，

∴ $AQ\perp BC$，

∵ 菱形 $ABCD$ 的周长为 24，

∴ AB=BC=6，

∵ Q 是 BC 的中点，

∴ $BQ=3$，

在 Rt△ABQ 中，由勾股定理得：

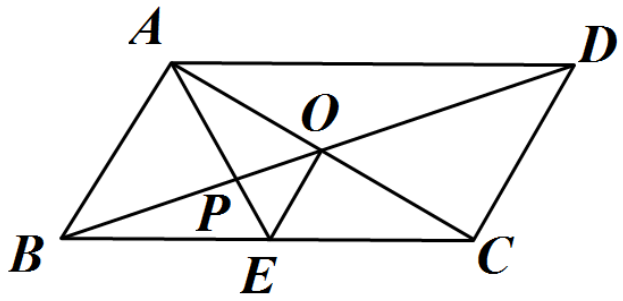
$AQ=\sqrt{AB^2-BQ^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$，

即 $PC+PQ$ 的最小值是 $3\sqrt{3}$．

故选：B

【点睛】本题主要考查了轴对称——最短路线问题，菱形的性质和等边三角形的判定和性质，理解题意，当点A 、P 、Q 三点共线时，$PC+PQ$ 最小是解题的关键.

24．如图，$\square ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，AE 平分$\angle BAD$，分别交 BC、BD 于点 E、P，连接 OE，$\angle ADC=60°$，$BC=2AB=4$，则下列结论：①$AD=4OE$；②$BD=2\sqrt{7}$；③$30°<\angle BOE<45°$；④$S_{\triangle AOP}=\frac{\sqrt{3}}{3}$．其中正确的个数是（ ）



A．4　　B．3　　C．2　　D．1

【答案】A

【分析】①先根据角平分线和平行线的性质得：$\angle BAE=\angle BEA$，则 $AB=BE=2$，由有一个角是 60 度的等腰三角形是等边三角形得：$\triangle ABE$ 是等边三角形，即可得到 E 为 BC 中点，再根据中位线定理得到 $AB=2OE$，即 $AD=4OE$ ；②先根据三角形中位线定理得：$OE=\frac{1}{2}AB=1$，$OE\parallel AB$，根据勾股定理计算 OC，OD 的长，即可求 BD 的长；③根据大角对大边进行计算求解即可得到答案；④过点 P 分别作 $PM\perp AB$ 于 M，$PN\perp AD$ 于 N 可以得到 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle APD}}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot PM}{\frac{1}{2}AD\cdot PN}=\frac{1}{2}$ 即可求得 $S_{\triangle ABP}=2S_{\triangle AOP}$，由此求出 $S_{\triangle AOB}$ 即可得出结论.

【详解】解：$\because AE$ 平分$\angle BAD$，

$\therefore \angle BAE=\angle DAE$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，$\angle ABC=\angle ADC=60°$，$AD=BC,OA=OC,$

$\therefore \angle DAE=\angle BEA$，

$\therefore \angle BAE=\angle BEA$，

$\therefore AB=BE=2$，

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore AE=BE=2$，

$\because BC=4$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/847112120132006134