2024届内蒙古呼和浩特开来中学招生全国统一考试模拟试卷分科综合卷数学试题（三）

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知命题p：任意$x\geq 4$，都有$\log_2 x\geq 2$；命题q：$a>b$，则有$a^2>b^2$．则下列命题为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\wedge(\neg q)$　　C．$(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D．$(\neg p)\vee q$

2．若等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_{13}=0$，$a_3+a_4=21$，则S_7的值为（　　）．

A．21　　B．63　　C．13　　D．84

3．下列函数中既关于直线$x=1$对称，又在区间$[-1,0]$上为增函数的是(　　)

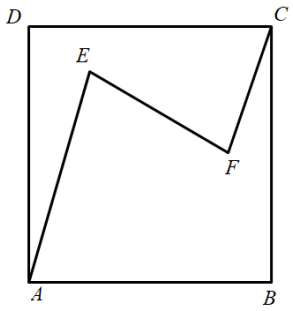
A．$y=\sin \pi x$．　　B．$y=|x-1|$

C．$y=\cos \pi x$　　D．$y=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}$

4．在等腰直角三角形ABC中，$\angle C=\frac{\pi}{2}, CA=2\sqrt{2}$，$D$为$AB$的中点，将它沿$CD$翻折，使点$A$与点$B$间的距离为$2\sqrt{3}$，此时四面体$ABCD$的外接球的表面积为（　　）．

A．5π　　B．$\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$　　C．12π　　D．20π

5．台球是一项国际上广泛流行的高雅室内体育运动，也叫桌球（中国粤港澳地区的叫法）、撞球（中国地区的叫法）控制撞球点、球的旋转等控制母球走位是击球的一项重要技术，一次台球技术表演节目中，在台球桌上，画出如图正方形*ABCD*，在点*E*，*F*处各放一个目标球，表演者先将母球放在点*A*处，通过击打母球，使其依次撞击点*E*，*F*处的目标球，最后停在点*C*处，若*AE*=50*cm*．*EF*=40*cm*．*FC*=30*cm*，∠*AEF*=∠*CFE*=60°，则该正方形的边长为（　　）



A．$50\sqrt{2}$ *cm*　　B．$40\sqrt{2}$ *cm*　　C．50*cm*　　D．$20\sqrt{6}$ *cm*

6．设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=60°$，则$|\vec{a}+t\vec{b}|$的取值范围是

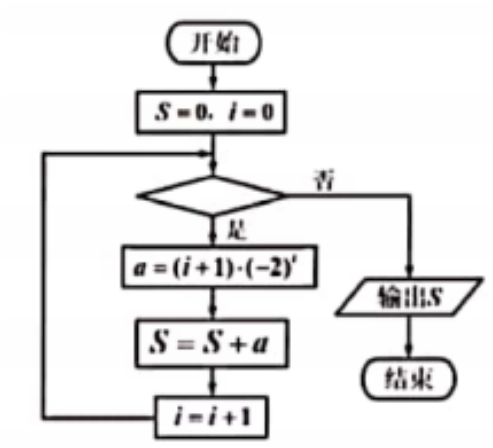
A．$\left[\sqrt{2},+\infty\right)$　　B．$\left[\sqrt{3},+\infty\right)$

C．$\left[\sqrt{2},6\right]$　　D．$\left[\sqrt{3},6\right]$

7．若双曲线E：$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{n}=1\ (mn>0)$绕其对称中心旋转$\frac{\pi}{3}$后可得某一函数的图象，则$E$的离心率等于（　　）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．2或$\sqrt{3}$

8．为计算$S=1-2\times2+3\times2^2-4\times2^3+...+100\times(-2)^{99}$，设计了如图所示的程序框图，则空白框中应填入（　　）

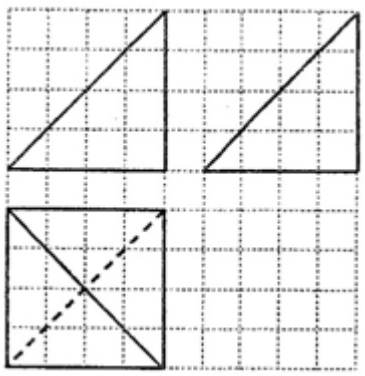


A．$i<100$　　B．$i>100$　　C．$i\le100$　　D．$i\ge100$

9．若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+4\ge0,\\x-2\le0,\\x+y-2\ge0,\end{cases}$且$z=ax+y$的最大值为$2a+6$，则$a$的取值范围是（　　）

A．$[-1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-1]$　　C．$(-1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)$

10．某空间几何体的三视图如图所示（图中小正方形的边长为1），则这个几何体的体积是（　　）



A．$\frac{32}{3}$　　B．$\frac{64}{3}$　　C．16　　D．32

11．若集合 $A=\{x|x(x-2)>0\}$，$B=\{x|x-1>0\}$，则 $A\cap B=$

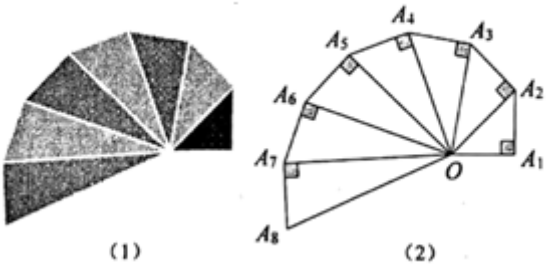
A．$\{x|x>1$或$x<0\}$　**B**．$\{x|1<x<2\}$　　**C**．$\{x\mid x>2\}$　　**D**．$\{x|x>1\}$

12．$F(-c,0)$为双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2+y^2=\dfrac{3}{4}c^2$ 交于 A、B 两点，（A 在 F、B 之间）与双曲线 E 在第一象限的交点为 P，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{3}{100}c^2$，则双曲线 E 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　**B**．$\dfrac{5}{2}$　　**C**．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　**D**．5

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．图（1）是第七届国际数学教育大会（*ICME*-7）的会徽图案，它是由一串直角三角形演化而成的（如图（2）），其中 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots=A_7A_8=1$，则 $\overrightarrow{A_6A_7}\cdot\overrightarrow{A_7A_8}$ 的值是_____.



14．$\left(ax^2-\dfrac{1}{x}\right)^6$ 展开式中 x^3 项系数为 160，则 a 的值为_____.

15．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$，则向量 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 的夹角为_____.

16．若满足 $\begin{cases}x\le 3\\ x+y\ge 2\\ y\le x\end{cases}$，则目标函数 $z=y-2x$ 的最大值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

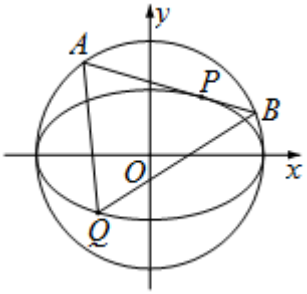
17．（12 分）在 $\angle ABC$ 中，内角 *A*，*B*，*C* 的对边分别为 *a*，*b*，*c*，且满足 $\sqrt{3}a=\sqrt{3}b\cos C-c\sin B$.

（1）求 *B*；

（2）若 $b=2\sqrt{3}$，*AD* 为 *BC* 边上的中线，当 $\triangle ABC$ 的面积取得最大值时，求 *AD* 的长.

18．（12 分）已知直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 恰有一个公共点 P，l 与圆 $x^2+y^2=a^2$ 相交于

A,B 两点.



（I）求 k 与 m 的关系式；

（II）点 Q 与点 P 关于坐标原点 O 对称.若当 $k=-\frac{1}{2}$ 时，ΔQAB 的面积取到最大值 a^2，求椭圆的离心率.

19.（12 分）已知直线 $x+y=1$ 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点，且交椭圆于 *A*，*B* 两点，线段 *AB* 的中点是 $M\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$，

（1）求椭圆的方程；

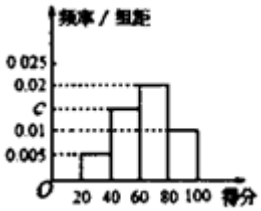
（2）过原点的直线 *l* 与线段 *AB* 相交（不含端点）且交椭圆于 *C*，*D* 两点，求四边形 $ACBD$ 面积的最大值.

20.（12 分）已知 O 为坐标原点，点 $F_1(-\sqrt{2},0)$，$F_2(\sqrt{2},0)$，$S(3\sqrt{2},0)$，动点 N 满足 $|NF_1|+|NS|=4\sqrt{3}$，点 P 为线段 NF_1 的中点，抛物线 C：$x^2=2my(m>0)$ 上点 A 的纵坐标为 $\sqrt{6}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OS}=6\sqrt{6}$.

（1）求动点 P 的轨迹曲线 W 的标准方程及抛物线 C 的标准方程；

（2）若抛物线 C 的准线上一点 Q 满足 $OP\perp OQ$，试判断 $\frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}$ 是否为定值，若是，求这个定值；若不是，请说明理由.

21.（12 分）某校为了解校园安全教育系列活动的成效，对全校学生进行了一次安全意识测试，根据测试成绩评定“合格”“不合格”两个等级，同时对相应等级进行量化：“合格”记 5 分，“不合格”记 0 分．现随机抽取部分学生的答卷，统计结果及对应的频率分布直方图如下：



等级	不合格	合格

得分	$[20,40]$	$[40,60]$	$[60,80]$	$[80,100]$
频数	**6**	a	**24**	b

（1）由该题中频率分布直方图求测试成绩的平均数和中位数；

（2）其他条件不变，在评定等级为“合格”的学生中依次抽取 2 人进行座谈，每次抽取 1 人，求在第 1 次抽取的测试得分低于 80 分的前提下，第 2 次抽取的测试得分仍低于 80 分的概率；

（3）用分层抽样的方法，从评定等级为“合格”和“不合格”的学生中抽取 10 人进行座谈．现再从这 10 人中任选 4 人，记所选 4 人的量化总分为ξ，求ξ的数学期望$E(\xi)$．

22．（10 分）在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=2\sqrt{2}+2t\\y=\sqrt{2}-t\end{cases}$（$t$为参数），以$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_1$的极坐标方程为$\rho=2\sin\theta$．

（1）求l的普通方程和C_1的直角坐标方程；

（2）把曲线C_1向下平移1个单位，然后各点横坐标变为原来的2倍得到曲线C_2（纵坐标不变），设点P是曲线C_2上的一个动点，求它到直线l的距离的最小值．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

先分别判断命题p,q真假，再由复合命题的真假性，即可得出结论．

【详解】

p为真命题；命题q是假命题，比如当$0>a>b$，

或a=1，$b=-2$时，则$a^2>b^2$不成立．

则$p\wedge q$，$(\neg p)\wedge(\neg q)$，$(\neg p)\vee q$均为假．

故选:B

【点睛】

本题考查复合命题的真假性，判断简单命题的真假是解题的关键，属于基础题.

2、B

【解析】

由已知结合等差数列的通项公式及求和公式可求 d ， a_1，然后结合等差数列的求和公式即可求解.

【详解】

解：因为 $S_{13}=0$， $a_3+a_4=21$，

所以 $\begin{cases}13a_1+13\times 6d=0\\2a_1+5d=21\end{cases}$，解可得， $d=-3$， $a_1=18$，

则 $S_7=7\times 18+\frac{1}{2}\times 7\times 6\times(-3)=63$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查等差数列的通项公式及求和公式的简单应用，属于基础题.

3、C

【解析】

根据函数的对称性和单调性的特点，利用排除法，即可得出答案.

【详解】

A 中，当 $x=1$ 时， $y=\sin \pi x=0\neq 1$，所以 $y=\sin \pi x$ 不关于直线 $x=1$ 对称，则 A 错误；

B 中， $y=|x-1|=\begin{cases}x-1,(x\geq 1)\\-x+1,(x<1)\end{cases}$，所以在区间 $[-1,0]$ 上为减函数，则 B 错误；

D 中， $y=f(x)=e^x+e^{-x}$，而 $f(0)=2, f(2)=e^2+e^{-2}$，则 $f(0)\neq f(2)$，所以 $y=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}$ 不关于直线 $x=1$ 对称，则 D 错误；

故选：C.

【点睛】

本题考查函数基本性质，根据函数的解析式判断函数的对称性和单调性，属于基础题.

4、D

【解析】

如图，将四面体 $ABCD$ 放到直三棱柱中，求四面体的外接球的半径转化为求三棱柱外接球的半径，然后确定球心在上下底面外接圆圆心连线中点，这样根据几何关系，求外接球的半径.

【详解】

ΔABC 中，易知 $AB=4$，$CD=AD=BD=2$

翻折后 $AB=2\sqrt{3}$，

$$\therefore \cos\angle ADB=\frac{2^2+2^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}{2\times 2\times 2}=-\frac{1}{2}\ ，$$

$\therefore \angle ADB=120^\circ$，

设 ΔADB 外接圆的半径为 r，

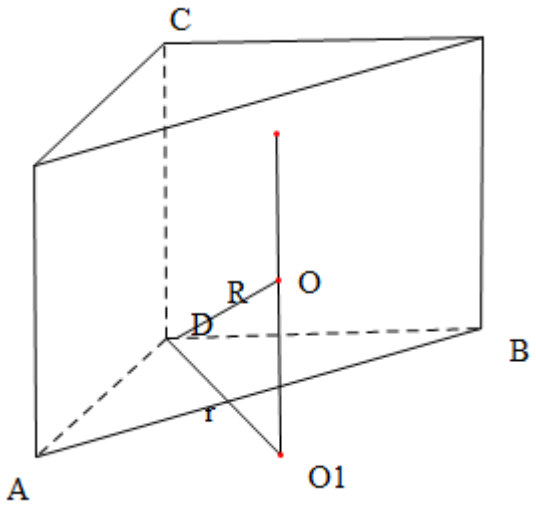
$$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}=2r=4\ ，\ \therefore r=2\ ，$$

如图：易得 $CD\perp$ 平面 ABD，将四面体 $ABCD$ 放到直三棱柱中，则球心在上下底面外接圆圆心连线中点，设几何体外接球的半径为 R，

$R^2=r^2+1^2=2^2+1^2=5$ ，

$\therefore$ 四面体 $ABCD$ 的外接球的表面积为 $S=4\pi R^2=20\pi$.

故选：D



【点睛】

本题考查几何体的外接球的表面积，意在考查空间想象能力，和计算能力，属于中档题型，求几何体的外接球的半径时，一般可以用补形法，因正方体，长方体的外接球半径 容易求，可以将一些特殊的几何体补形为正方体或长方体，比如三条侧棱两两垂直的三棱锥，或是构造直角三角形法，确定球心的位置，构造关于外接球半径的方程求解.

5、D

【解析】

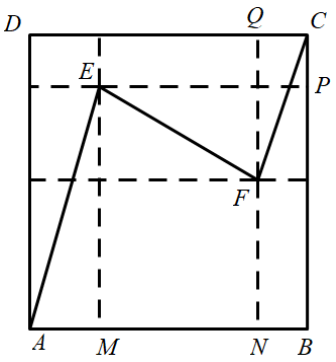
过点 E,F 做正方形边的垂线，如图，设 $\angle AEM=\alpha$，利用直线三角形中的边角关系，将 AB,BC 用 α

表示出来，根据 $AB=BC$，列方程求出 α，进而可得正方形的边长.

【详解】

过点 E,F 做正方形边的垂线，如图，

设 $\angle AEM=\alpha$，则 $\angle CFQ=\alpha$，$\angle MEF=\angle QFE=60^\circ-\alpha$，



则 $AB=AM+MN+NB=AE\sin\alpha+EF\sin\left(60^\circ-\alpha\right)+FC\sin\alpha$

$=50\sin\alpha+40\sin\left(60^\circ-\alpha\right)+30\sin\alpha=40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)$，

$CB=BP+PC=AE\cos\alpha+FC\cos\alpha-EF\cos\left(60^\circ-\alpha\right)$

$=50\cos\alpha+30\cos\alpha-40\cos\left(60^\circ-\alpha\right)=40\left(\frac{3}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)$

因为 $AB=CB$，则 $40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)=40\left(\frac{3}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)$，

整理化简得 $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=2-\sqrt{3}$，又 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，

得 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore AB=40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)=40\times\left(\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\right)=20\sqrt{6}$.

即该正方形的边长为 $20\sqrt{6}cm$.

故选：D.

【点睛】

本题考查直角三角形中的边角关系，关键是要构造直角三角形，是中档题.

6、B

【解析】

由模长公式求解即可.

【详解】

$\left|\vec{a}+t\vec{b}\right|=\sqrt{(\vec{a}+t\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}t+t^2\vec{b}^2}=\sqrt{4+2t+t^2}=\sqrt{(t+1)^2+3}\geq\sqrt{3}$，

当$t=-1$时取等号，所以本题答案为 B.

【点睛】

本题考查向量的数量积，考查模长公式，准确计算是关键，是基础题.

7、C

【解析】

由双曲线的几何性质与函数的概念可知，此双曲线的两条渐近线的夹角为$60°$，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$，由离心率公式$e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}$即可算出结果.

【详解】

由双曲线的几何性质与函数的概念可知，此双曲线的两条渐近线的夹角为$60°$，又双曲线的焦点既可在x轴，又可在y轴上，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=2$或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，函数的概念，考查了分类讨论的数学思想.

8、A

【解析】

根据程序框图输出的 S 的值即可得到空白框中应填入的内容.

【详解】

由程序框图的运行，可得：S＝0，i＝0

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝1，S＝1，i＝1

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝2×（﹣2），S＝1+2×（﹣2），i＝2

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝3×（﹣2）^{2}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}，i＝3

…

观察规律可知：满足判断框内的条件，执行循环体，a＝99×（﹣2）^{99}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}+…+1×（﹣2）

^{99}，i＝1，此时，应该不满足判断框内的条件，退出循环，输出 S 的值，所以判断框中的条件应是 i＜1.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/848016127131006116