山东省滨州市邹平双语学校三区2024年高三第二次联考数学试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．下列函数中既关于直线$x=1$对称，又在区间$[-1,0]$上为增函数的是(　　)

A．$y=\sin \pi x$．　　B．$y=|x-1|$

C．$y=\cos \pi x$　　D．$y=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}$

2．已知集合$A=\left\{x \mid x^{2}-2x-3<0\right\}$，集合$B=\{x \mid x-1 \geq 0\}$，则$\complement_{\mathrm{R}}(A \cap B)=$（　　）．

A．$(-\infty,1) \cup[3,+\infty)$　　B．$(-\infty,1] \cup[3,+\infty)$

C．$(-\infty,1) \cup(3,+\infty)$　　D．$(1,3)$

3．若$(1-2i)z=5i$（i是虚数单位），则$|z|$的值为（　　）

A．3　　B．5　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

4．点M在曲线$G: y=3\ln x$上，过M作x轴垂线l，设l与曲线$y=\frac{1}{x}$交于点N，$\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}}{3}$，且$P$点的纵坐标始终为0，则称$M$点为曲线$G$上的“水平黄金点”，则曲线$G$上的“水平黄金点”的个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．设复数z满足$|z-3|=2$，z在复平面内对应的点为$M(a,b)$，则M不可能为（　　）

A．$(2,\sqrt{3})$　　B．$(3,2)$　　C．$(5,0)$　　D．$(4,1)$

6．已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_{2}(x-1), x>1\\ 3^{-x}, x \leq 1\end{cases}$，则$f\left[f(-2)\right]=$（　　）

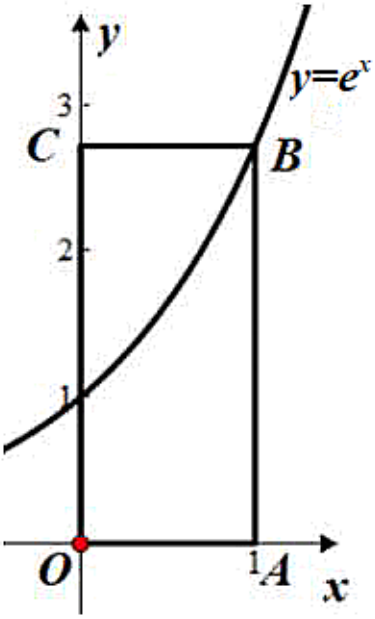
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

7．已知复数z满足$z(1+i)=1-i$（i为虚数单位），则z的虚部为（　　）

A．$-i$　　B．i　　C．1　　D．-1

8．某人用随机模拟的方法估计无理数e的值，做法如下：首先在平面直角坐标系中，过点$A(1,0)$作x轴的垂线与曲线$y=e^{x}$相交于点B，过B作y轴的垂线与y轴相交于点C（如图），然后向矩形$OABC$内投入M

粒豆子，并统计出这些豆子在曲线 $y=e^x$ 上方的有 N 粒 $(N<M)$，则无理数 e 的估计值是（　　）



A．$\frac{N}{M-N}$　　B．$\frac{M}{M-N}$　　C．$\frac{M-N}{N}$　　D．$\frac{M}{N}$

9．已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $7S_2=4S_4$，则公比 q 的值为（　　）

A．1　　B．1 或 $\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

10．函数 $f(x)=2^x-\frac{2}{x}-a$ 的一个零点在区间 $(1,2)$ 内，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(1,3)$　　B．$(1,2)$　　C．$(0,3)$　　D．$(0,2)$

11．由实数组成的等比数列{a_n}的前 n 项和为 S_n，则“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

12．已知函数 $f(x)=(k-1)xe^x$，若对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)<1$ 成立，则实数 k 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,1-e)$　　B．$(1-e,+\infty)$　　C．$(-e,0]$　　D．$(1-e,1]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设 F 为抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，A,B,D 为 C 上互相不重合的三点，且 $|\overrightarrow{AF}|$、$|\overrightarrow{BF}|$、$|\overrightarrow{DF}|$ 成等差数列，若线段 AD 的垂直平分线与 x 轴交于 $E(3,0)$，则 B 的坐标为_____.

14．设函数 $f(x)(x\in R)$ 满足 $f(-x)=f(x),f(x)=f(2-x)$，且当 $x\in[0,1]$ 时 $f(x)=x^3$，又函数 $g(x)=|x\cos(\pi x)|$，则函数 $h(x)=g(x)-f(x)$ 在 $[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$ 上的零点个数为_____.

15．已知椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$的左焦点为$F$，点$P$在椭圆上且在$x$轴的上方，若线段$PF$的中点在以原点$O$为圆心，$|OF|$为半径的圆上，则直线$PF$的斜率是_____.

16．$(1-x)(1+x)^4$展开式中，含x^2项的系数为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）设函数$f(x)=x-\frac{1}{x}$，$g(x)=t\ln x$，其中$x\in(0,1)$，t为正实数.

（1）若$f(x)$的图象总在函数$g(x)$的图象的下方，求实数t的取值范围；

（2）设$H(x)=(\ln x-x^2+1)e^x+(x^2-1)\left(1-\frac{1}{x}\right)$，证明：对任意$x\in(0,1)$，都有$H(x)>0$.

18．（12分）已知曲线C的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$为参数）.

（1）求曲线C的直角坐标方程与直线l的普通方程；

（2）已知点$M(1,0)$，直线l与曲线C交于A、B两点，求$||MA|-|MB||$.

19．（12分）已知点A、B分别在x轴、y轴上运动，$|AB|=3$，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$.

（1）求点M的轨迹C的方程；

（2）过点$N\left(0,-\frac{3}{5}\right)$且斜率存在的直线$l$与曲线$C$交于$P$、$Q$两点，$E(0,1)$，求$|EP|^2+|EQ|^2$的取值范围.

20．（12分）在ΔABC角中，角A、B、C的对边分别是a、b、c，若$asinB=\sqrt{3}bcosA$.

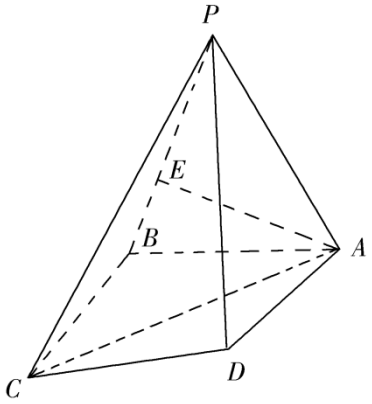
（1）求角A；

（2）若ΔABC的面积为$2\sqrt{3}$，$a=5$，求ΔABC的周长.

21．（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$ P－ABCD中，$\triangle PAB$是等边三角形，$BC\perp AB$，$BC=CD=2\sqrt{3}$，$AB=AD=2$.

（1）若$PB=3BE$，求证：AE P平面PCD；

（2）若$PC=4$，求二面角$A-PC-B$的正弦值.



22.（10 分）已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x}-\dfrac{\ln x}{a}$.

（1）若 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数，求实数 a 的最大值；

（2）若 $0<a<1$，求证：$f(x)\geq\dfrac{2+\ln a}{a}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据函数的对称性和单调性的特点，利用排除法，即可得出答案.

【详解】

A 中，当 $x=1$ 时，$y=\sin\pi x=0\neq 1$，所以 $y=\sin\pi x$ 不关于直线 $x=1$ 对称，则 A 错误；

B 中，$y=|x-1|=\begin{cases}x-1,(x\geq 1)\\-x+1,(x<1)\end{cases}$，所以在区间 $[-1,0]$ 上为减函数，则 B 错误；

D 中，$y=f(x)=e^{x}+e^{-x}$，而 $f(0)=2,f(2)=e^{2}+e^{-2}$，则 $f(0)\neq f(2)$，所以 $y=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}$ 不关于直线 $x=1$ 对称，则 D 错误；

故选：C.

【点睛】

本题考查函数基本性质，根据函数的解析式判断函数的对称性和单调性，属于基础题.

2、A

【解析】

算出集合 *A*、*B* 及 $A \cap B$，再求补集即可.

【详解】

由 $x^2-2x-3<0$，得 $-1<x<3$，所以 $A=\{x\mid -1<x<3\}$，又 $B=\{x\mid x\geq 1\}$，

所以 $A\cap B=\{x\mid 1\leq x<3\}$，故 $\complement_R(A\cap B)=\{x\mid x<1 \text{或} x\geq 3\}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查集合的交集、补集运算，考查学生的基本运算能力，是一道基础题.

3、D

【解析】

直接利用复数的模的求法的运算法则求解即可.

【详解】

$(1-2i)z=5i$（i 是虚数单位）

可得 $|(1-2i)||z|=|5i|$

解得 $|z|=\sqrt{5}$

本题正确选项：*D*

【点睛】

本题考查复数的模的运算法则的应用，复数的模的求法，考查计算能力.

4、C

【解析】

设 $M(t,3\ln t)$,则 $N\left(t,\frac{1}{t}\right)$,则 $\overrightarrow{OP}=\left(\frac{2t}{3},\ln t+\frac{1}{3t}\right)$,即可得 $\ln t+\frac{1}{3t}=0$,设 $g(t)=\ln t+\frac{1}{3t}$,利用导函数判断 $g\left(t\right)$ 的零点的个数,即为所求.

【详解】

设 $M(t,3\ln t)$,则 $N\left(t,\frac{1}{t}\right)$,所以 $\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}}{3}=\left(\frac{2t}{3},\ln t+\frac{1}{3t}\right)$,

依题意可得 $\ln t+\frac{1}{3t}=0$,

设 $g(t)=\ln t+\frac{1}{3t}$,则 $g'(t)=\frac{1}{t}-\frac{1}{3t^2}=\frac{3t-1}{3t^2}$,

当 $0<t<\frac{1}{3}$ 时,$g'(t)<0$,则 $g(t)$ 单调递减；当 $t>\frac{1}{3}$ 时,$g'(t)>0$,则 $g(t)$ 单调递增,

所以 $g(t)_{\min}=g\left(\frac{1}{3}\right)=1-\ln 3<0$,且 $g\left(\frac{1}{e^2}\right)=-2+\frac{e^2}{3}>0,\ g(1)=\frac{1}{3}>0$,

$\therefore g(t)=\ln t+\frac{1}{3t}=0$ 有两个不同的解,所以曲线 G 上的“水平黄金点”的个数为 2.

故选:C

【点睛】

本题考查利用导函数处理零点问题,考查向量的坐标运算,考查零点存在性定理的应用.

5、D

【解析】

依题意，设 $z=a+bi$，由 $|z-3|=2$，得 $(a-3)^2+b^2=4$，再一一验证.

【详解】

设 $z=a+bi$，

因为 $|z-3|=2$，

所以 $(a-3)^2+b^2=4$，

经验证 $M(4,1)$ 不满足，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了复数的概念、复数的几何意义，还考查了推理论证能力，属于基础题.

6、C

【解析】

结合分段函数的解析式,先求出 $f(-2)$,进而可求出 $f\left[f(-2)\right]$.

【详解】

由题意可得 $f(-2)=3^2=9$，则 $f\left[f(-2)\right]=f(9)=\log_2(9-1)=3$.

故选:C.

【点睛】

本题考查了求函数的值,考查了分段函数的性质,考查运算求解能力,属于基础题.

7、D

【解析】

根据复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$，利用复数的除法求得 z，再根据复数的概念求解.

【详解】

因为复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$，

所以 $z=\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=-i$，

所以 z 的虚部为 -1.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查复数的概念及运算，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

8、D

【解析】

利用定积分计算出矩形 $OABC$ 中位于曲线 $y=e^x$ 上方区域的面积，进而利用几何概型的概率公式得出关于 e 的等式，解出 e 的表达式即可.

【详解】

在函数 $y=e^x$ 的解析式中，令 $x=1$，可得 $y=e$，则点 $B(1,e)$，直线 BC 的方程为 $y=e$，

矩形 $OABC$ 中位于曲线 $y=e^x$ 上方区域的面积为 $S=\int_0^1\left(e-e^x\right)dx=\left(ex-e^x\right)\Big|_0^1=1$，

矩形 $OABC$ 的面积为 $1\times e=e$，

由几何概型的概率公式得 $\dfrac{N}{M}=\dfrac{1}{e}$，所以，$e=\dfrac{M}{N}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查利用随机模拟的思想估算 e 的值，考查了几何概型概率公式的应用，同时也考查了利用定积分计算平面区域的面积，考查计算能力，属于中等题.

9、C

【解析】

由 $7S_2=4S_4$ 可得 $3(a_1+a_2)=4(a_3+a_4)$，故可求 q 的值.

【详解】

因为 $7S_2=4S_4$，所以 $3(a_1+a_2)=4(S_4-S_2)=4(a_3+a_4)$，

故$q^2=\frac{3}{4}$，因$\{a_n\}$为正项等比数列，故$q>0$，所以$q=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故选 C.

【点睛】

一般地，如果$\{a_n\}$为等比数列，S_n为其前n项和，则有性质：

（1）若$m,n,p,q\in N^*,m+n=p+q$，则$a_ma_n=a_pa_q$；

（2）公比$q\neq 1$时，则有$S_n=A+Bq^n$，其中A,B为常数且$A+B=0$；

（3）$S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n},\cdots$ 为等比数列（$S_n\neq 0$ ）且公比为q^n.

10、C

【解析】

显然函数$f(x)=2^x-\frac{2}{x}-a$在区间$(1,2)$内连续,由$f(x)$的一个零点在区间$(1,2)$内,则$f(1)f(2)<0$,即可求解.

【详解】

由题,显然函数$f(x)=2^x-\frac{2}{x}-a$在区间$(1,2)$内连续,因为$f(x)$的一个零点在区间$(1,2)$内,所以$f(1)f(2)<0$,即$(2-2-a)(4-1-a)<0$,解得$0<a<3$,

故选:C

【点睛】

本题考查零点存在性定理的应用,属于基础题.

11、C

【解析】

根据等比数列的性质以及充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

解：若{a_n}是等比数列，则$S_9-S_8=a_9=a_1q^8,q\neq 0$，

若$a_1>0$，则$S_9-S_8=a_9=a_1q^8>0$，即$S_9>S_8$成立，

若$S_9>S_8$成立，则$S_9-S_8=a_9=a_1q^8>0$，即$a_1>0$，

故“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的充要条件，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用等比数列的通项公式是解决本题的关键.

12、D

【解析】

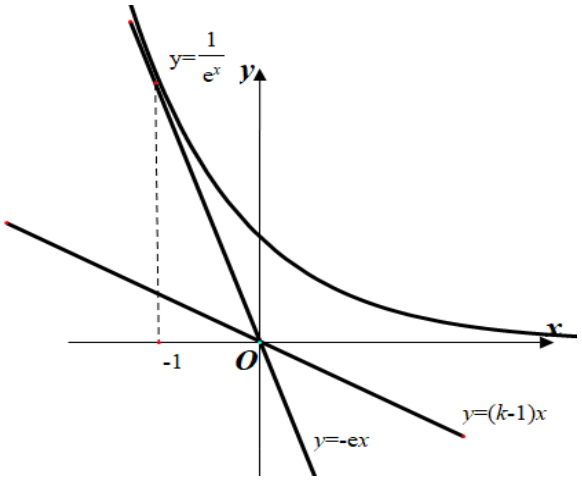
先将所求问题转化为$(k-1)x<\frac{1}{\mathrm{e}^x}$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，即$y=\frac{1}{e^x}$得图象恒在函数

$y=(k-1)x$图象的上方，再利用数形结合即可解决.

【详解】

由$f(x)<1$得$(k-1)x<\frac{1}{\mathrm{e}^x}$，由题意函数$y=\frac{1}{e^x}$得图象恒在函数$y=(k-1)x$图象的上方，

作出函数的图象如图所示



过原点作函数$y=\frac{1}{e^x}$的切线，设切点为(a,b)，则$-\mathrm{e}^{-a}=\frac{b}{a}=\frac{1}{a\mathrm{e}^a}$，解得$a=-1$，所以切

线斜率为$-\mathrm{e}$，所以$-\mathrm{e}<k-1\le 0$，解得$1-\mathrm{e}<k\le 1$.

故选：D.

【点睛】

本题考查导数在不等式恒成立中的应用，考查了学生转化与化归思想以及数形结合的思想，是一道中档题.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、$(1,2)$或$(1,-2)$

【解析】

设出A,B,D三点的坐标，结合等差数列的性质、线段垂直平分线的性质、抛物线的定义进行求解即可.

【详解】

抛物线$C:y^2=4x$的准线方程为：$x=-1$，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),D(x_3,y_3)$，由抛物线的定义可知：

$|\overset{\frown}{AF}|=x_1-(-1)=x_1+1$，$|\overset{\frown}{BF}|=x_2-(-1)=x_2+1$，$|\overset{\frown}{DF}|=x_3-(-1)=x_3+1$，因为$|\overset{\frown}{AF}|$、$|\overset{\frown}{BF}|$、$|\overset{\frown}{DF}|$成等差

数列，所以有$2|\overset{\frown}{BF}|=|\overset{\frown}{DF}|+|\overset{\frown}{AF}|$，所以$x_2=\frac{x_1+x_3}{2}$，

因为线段 AD 的垂直平分线与 x 轴交于 $E(3,0)$，所以 $EA=ED$，因此有

$\sqrt{(3-x_1)^2+y_1^{\,2}}=\sqrt{(3-x_3)^2+y_3^{\,2}}\Rightarrow 9-6x_1+x_1^{\,2}+4x_1=9-6x_3+x_3^{\,2}+4x_3$，化简整理得：

$(x_1-x_3)(x_1+x_3-2)=0\Rightarrow x_1=x_3$ 或 $x_1+x_3=2$.

若 $x_1=x_3$，由 $x_2=\dfrac{x_1+x_3}{2}$ 可知；$x_1=x_2=x_3$，这与已知矛盾，故舍去；

若 $x_1+x_3=2$，所以有 $x_2=\dfrac{x_1+x_3}{2}=1$，因此 $y_2^{\,2}=4x_2=4\Rightarrow y_2=\pm 2$.

故答案为：$(1,2)$ 或 $(1,-2)$

【点睛】

本题考查了抛物线的定义的应用，考查了等差数列的性质，考查了数学运算能力.

14、1

【解析】

判断函数 $f(x)$ 为偶函数，周期为 2，判断 $g(x)$ 为偶函数，计算 $f(0)=0,f(1)=1$，

$g(0)=g(\dfrac{1}{2})=g(-\dfrac{1}{2})=g(\dfrac{3}{2})=0$，画出函数图像，根据图像到答案.

【详解】

$f(-x)=f(x)$ 知，函数 $f(x)$ 为偶函数，$f(x)=f(2-x)$，函数关于 $x=1$ 对称。

$f(x)=f(2-x)=f(x-2)$，故函数 $f(x)$ 为周期为 2 的周期函数，且 $f(0)=0,f(1)=1$。

$g(x)=|x\cos(\pi x)|$ 为偶函数，$g(0)=g(\dfrac{1}{2})=g(-\dfrac{1}{2})=g(\dfrac{3}{2})=0$，$g\left(1\right)=1$，

当 $x\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$ 时，$g(x)=x\cos(\pi x)$，$g'(x)=\cos(\pi x)-\pi x\sin\left(\pi x\right)$，函数先增后减。

当 $x\in\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$ 时，$g(x)=-x\cos(\pi x)$，$g'(x)=\pi x\sin\left(\pi x\right)-\cos(\pi x)$，函数先增后减。

在同一坐标系下作出两函数在 $[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}]$ 上的图像，发现在 $[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}]$ 内图像共有 1 个公共点，

则函数 $h(x)$ 在 $[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}]$ 上的零点个数为 1.

故答案为：6.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/848042013045006076