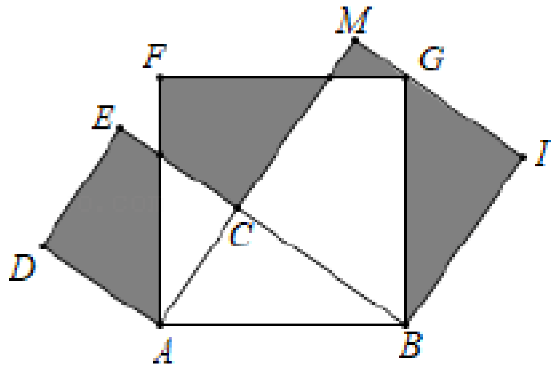
2021-2022学年北师大版八年级数学第一学期期末综合复习压轴题题型分类训练（附答案）

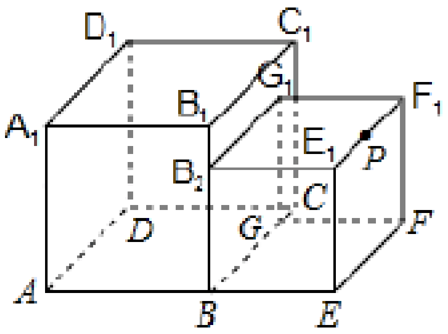
一．勾股定理 -面积综合

1．如图，在△ABC 中，∠ACB ＝90°，以 AC，BC 和 AB 为边向上作正方形 ACED 和正方形 BCMI 和正方形 ABGF，点 G 落在 MI 上，若 AC +BC ＝7，空白部分面积为 16，则图中阴影部分的面积是 ________.



二．勾股定理- 路径最短问题

2．棱长分别为 8cm，6cm 的两个正方体如图放置，点 A，B，E 在同一直线上，顶点 G 在棱 BC 上，点 P 是棱 E_1F_1 的中点．一只蚂蚁要沿着正方体的表面从点 A 爬到点 P，它爬行的最短距离是（　　）



A．$(3\sqrt{5}+10)$cm　B．$5\sqrt{13}$cm　C．$\sqrt{277}$cm　D．$(2\sqrt{58}+3)$cm

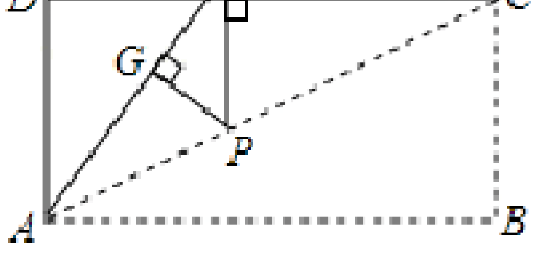
三．勾股定理-折叠问题

3．如图，将矩形纸片 ABCD 沿对角线 AC 折叠，使点 B 落到点 B′位置，AB′与 CD 交于点 E，且 AB ＝8，AD ＝4．

（1）求证：AE ＝EC；

（2）求 EC 的长；

（3）点 P 为线段 AC 上任一点，PG ⊥AE 于 G，PH ⊥EC 于 H．求 PG +PH 的值，并说明理由．



四．二次根式的化简求值

4．计算：已知 $x=2-\sqrt{3}$，求代数式（$7+4\sqrt{3}$）x^2+（$2+\sqrt{3}$）$x+\sqrt{3}$的值．

5．对于题目：“化简并求值：$\frac{1}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}$，其中 $a=\frac{1}{5}$．”

甲、乙两人的解答不同，甲的解答是：

$$\frac{1}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}=\frac{1}{a}+\sqrt{(a-\frac{1}{a})^2}=\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}=\frac{1}{5};$$

乙的答案是：$\frac{1}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}=\frac{1}{a}+\sqrt{(\frac{1}{a}-a)^2}=\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-a=\frac{2}{a}-a=\frac{49}{5}$．

谁的解答是错误的？谁的解答是正确的？为什么？

五．坐标与图形性质

6．平面直角坐标系中，点 A（0，5），点 B（﹣5，3），点 C 为 x 轴负半轴上一点，且∠BAC＝45°，则点 C 的横坐标为________．

7．在平面直角坐标系中，按要求写出下列点的坐标：

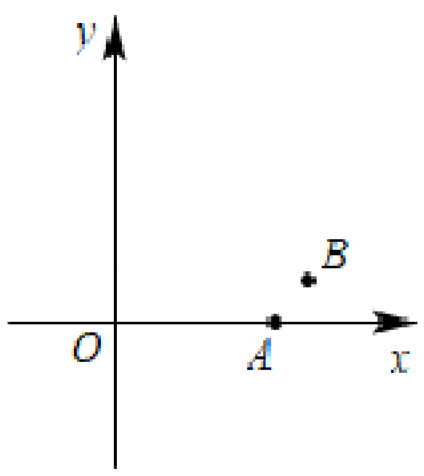
（1）点 A 在第三象限，且 A 到 x 轴的距离为 4，到 y 轴的距离为 6，直接写出点 A 的坐标；

（2）直线 MN，点 M（﹣2，y），N（x，3），若 MN ∥x 轴，且 M，N 之间的距离为 6 个单位，求出点 M，N 的坐标．

六．一次函数点的坐标特征

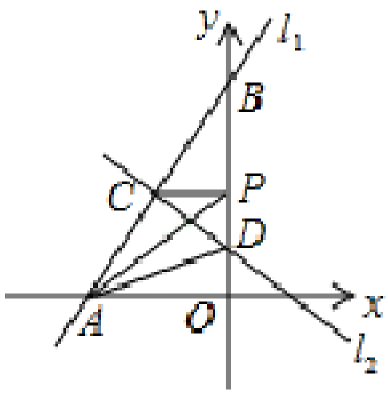
8．已知 A（x_1，y_1）、B（x_2，y_2）是一次函数 $y=(2-m)x+3$ 图象上两点，且（x_1-x_2）（y_1-y_2）＜0，则 m 的取值范围为________．

9．如图，平面直角坐标系中，若点 A（3，0）、B（4，1）到一次函数 $y=kx+4$（$k\neq0$）图象的距离相等，则 k 的值为________．



七．一次函数综合

10．已知直线 l_1：$y=kx+b$ 与直线 l_2：$y=-\frac{1}{2}x+m$ 都经过 C（$-\frac{6}{5}$，$\frac{8}{5}$），直线 l_1 交 y 轴于点 B（0，4），交 x 轴于点 A，直线 l_2 交 y 轴于点 D，P 为 y 轴上任意一点，连接 PA、PC，有以下说法：①方程组 $\begin{cases} y=kx+b \\ y=-\frac{1}{2}x+m \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=-\frac{6}{5} \\ y=\frac{8}{5} \end{cases}$；②△BCD 为直角三角形；③$S_{\triangle ABD}=3$；④当 PA+PC 的值最小时，点 P 的坐标为（0，1）．其中正确的说法个数有（　　）



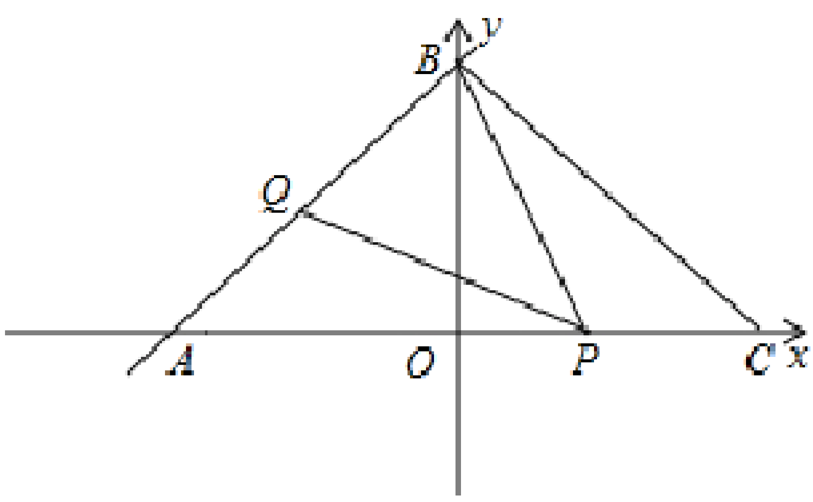
A．1 个　　　B．2 个　　　C．3 个　　　D．4 个

11．如图，一次函数 $y=\frac{1}{2}x+2$ 的图象与 x，y 轴分别交于 A，B 两点，点 C 与点 A 关于 y 轴对称．动点 P，Q 分别在线段 AC，AB 上（点 P 与点 A，C 不重合），且满足∠BPQ ＝∠BAO．

（1）点 A 的坐标为________，点 B 的坐标为________，线段 BC 的长度＝________；

（2）当点 P 在什么位置时，△APQ ≌△CBP？说明理由；

（3）当△PQB 为等腰三角形时，求点 P 的坐标．



八．动点问题

12．在直角坐标系中，直线 $y=-x+6$ 与 x 轴交于 B 点，与 y 轴交于点 A，D 为 AB 的中点，连接 OD，点 E 是线段 AO 上的动点，连接 DE，作 DF ⊥DE，交 x 轴于点 F．已知点 E 从 A 点出发，以每秒 1 个单位长度的速度在线段 AO 上移动，设移动时间为 t秒．

（1）如图 1，当 t=2 时，求 F 点的坐标；

（2）如图 2，当 t=4 时，在直线 AB 上是否存在一点 P，使 OP +PF 的值最小？若存在，请求出 P 点坐标及 OP +PF 的最小值；若不存在，请说明理由.

（3）连接 EF，与 OD 交于点 G，当 OD 将△DEF 分成的两部分面积之比为 1：2 时，求相应 t的值及直线 EF 的解析式.

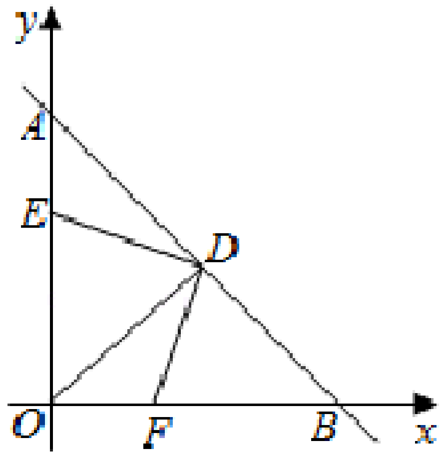


图 1

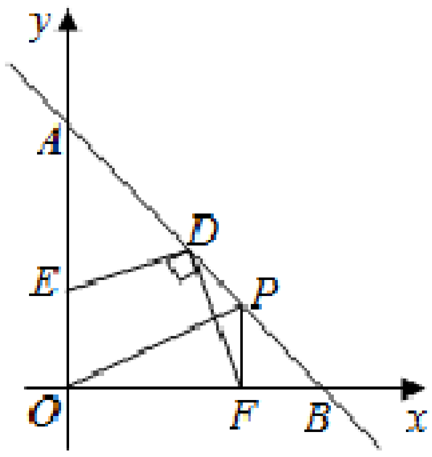


图 2

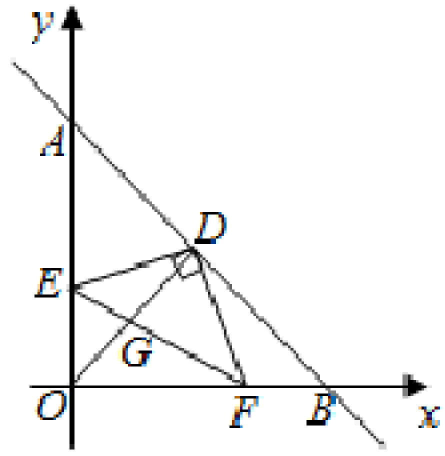


图3

九．蝴蝶模型面积问题

13．问题提出

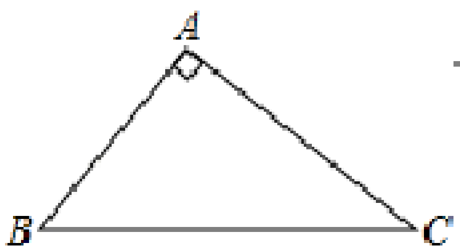
（1）如图①，在 Rt△ABC 中，∠A＝90°，AB＝3，AC＝4，在 BC 上找一点 D，使得 AD 将△ABC 分成面积相等的两部分，作出线段 AD，并求出 AD 的长度；

问题探究

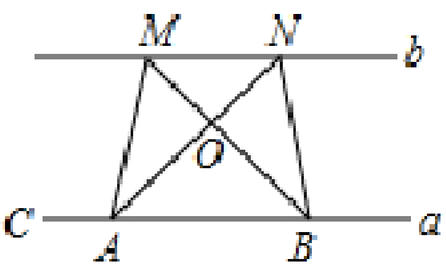
（2）如图②，点 A、B 在直线 a 上，点 M、N 在直线 b 上，且 a∥b，连接 AN、BM 交于点 O，连接 AM、BN，试判断△AOM 与△BON 的面积关系，并说明你的理由；

解决问题

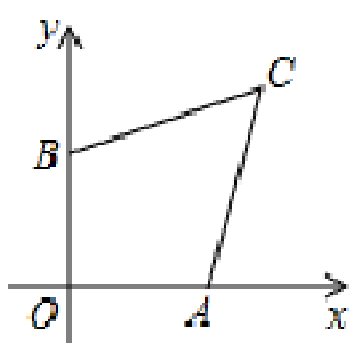
（3）如图③，刘老伯有一个形状为筝形 OACB 的养鸡场，在平面直角坐标系中，O（0，0）、A（4，0）、B（0，4）、C（6，6），是否在边 AC 上存在一点 P，使得过 B、P 两点修一道笔直的墙（墙的宽度不计），将这个养鸡场分成面积相等的两部分？若存在，请求出直线 BP 的表达式；若不存在，请说明理由.



图①



图②



图③

十．二元一次方程组的解

14．若方程组$\begin{cases}3kx-3y+1=0\\6x+3y=1\end{cases}$有无穷多组解，（x，y 为未知数），则（　　）

A．k≠2　　B．k＝－2　　C．k＜－2　　D．k＞－2

十一．整体思想解二元一次方程组

15．已知关于 x，y 的方程组$\begin{cases}ax+by=10\\mx-ny=8\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，求关于 x，y 的方程组$\begin{cases}\frac{1}{2}a(x+y)+\frac{1}{3}b(x-y)=10\\\frac{1}{2}m(x+y)-\frac{1}{3}n(x-y)=8\end{cases}$的解.

十二．分类讨论思想处理二元一次方程组的应用问题

16．某公园的门票价格规定如表：

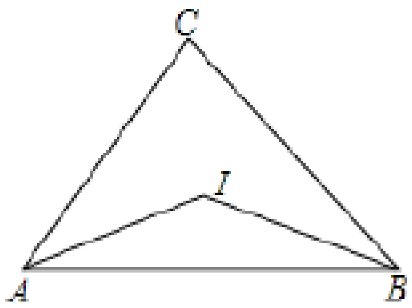
购票人数	1～50 人	51～100 人	100 以上
票价	10 元/人	8 元/人	5 元/人

（1）某校七年级甲、乙两班共 100 多人去该公园举行联欢活动，其中甲班 50 多人，乙班不足 50 人．如果以班为单位分别买票，两个班一共应付 920 元；如果两个班联合起来作为一团体购票，一共只要付 515 元．问：甲、乙两班分别有多少人？

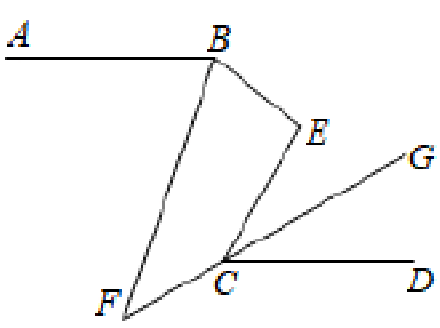
（2）若有 A、B 两个团队共 160 人，以各自团队为单位分别买票，共用 950 元，问 A、B 两个团队各有多少人？

十三．平行线与内角和定理的模型综合应用

17．如图，在△ABC 中，∠A、∠B 的平分线相交于点 I，若∠C＝70°，则∠AIB＝_______度，若∠AIB＝155°，则∠C＝_______度.



18．如图，AB∥CD，∠DCE 的角平分线 CG 的反向延长线和∠ABE 的角平分线 BF 交于点 F，∠E－∠F＝33°，则∠E＝_______.

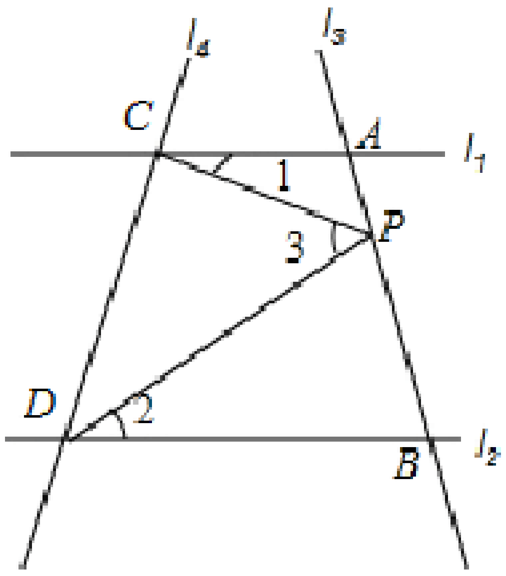


19．如图，已知直线 $l_1 // l_2$，且 l_3 和 l_1、l_2 分别交于 A、B 两点，点 P 在 AB 上.

（1）∠1、∠2、∠3 之间的关系为________；

（2）如果点 P 在 A、B 两点之间运动时，∠1、∠2、∠3 之间的关系为________；

（3）如果点 P（点 P 和 A、B 不重合）在 A、B 两点外侧运动时，∠1、∠2、∠3 之间关系为________.



20．已知 AM ∥CN，点 B 为平面内一点，AB ⊥BC 于 B.

（1）如图 1，直接写出∠A 和∠C 之间的数量关系________；

（2）如图 2，过点 B 作 BD ⊥AM 于点 D，求证：∠ABD ＝∠C；

（3）如图 3，在（2）问的条件下，点 E、F 在 DM 上，连接 BE、BF、CF，BF 平分∠DBC，BE 平分∠ABD，若∠FCB +∠NCF ＝180°，∠BFC ＝3∠DBE，求∠EBC 的度数.

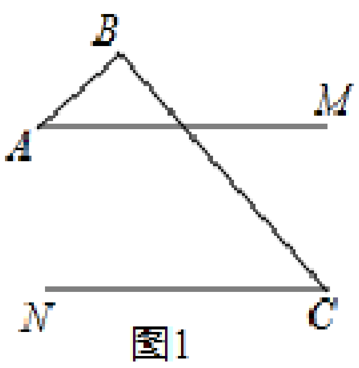


图1

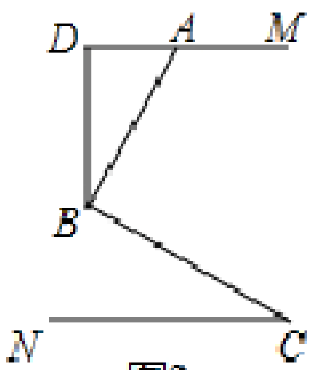


图2

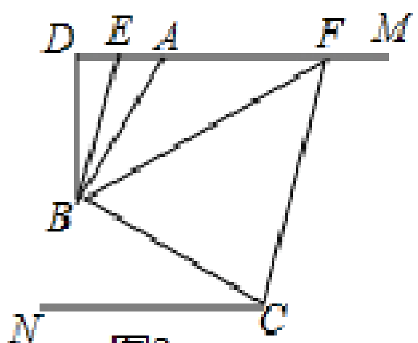
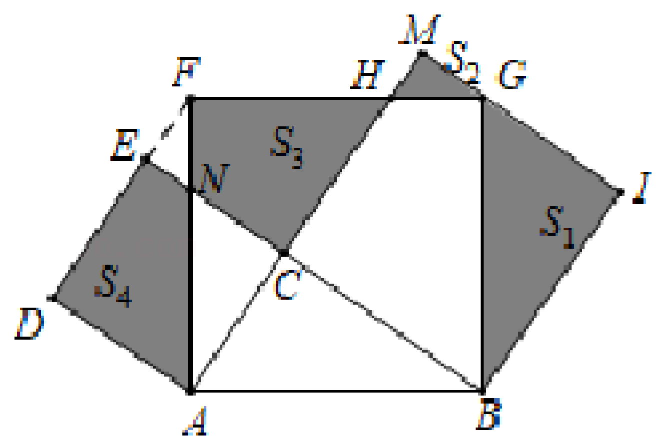


图3

参考答案

一．勾股定理 -面积综合

1．解：如图，



∵四边形 ABGF 是正方形，

∴∠FAB =∠AFG =∠ACB =90°，

∴∠FAC +∠BAC =∠FAC +∠ABC =90°，

∴∠FAC =∠ABC，

∴△FAH ≌△ABN （ASA），

∴$S_{\triangle FAH}=S_{\triangle ABN}$，

∴$S_{\triangle ABC}=S_{四边形FNCH}$，

在△ABC 中，∠ACB =90°，

∴$AC^2+BC^2=AB^2$，

∵AC +BC =7，

∴$(AC+BC)^2=AC^2+BC^2+2AC\cdot BC=49$，

∴$AB^2+2AC\cdot BC=49$，

∵$AB^2-S_{\triangle ABC}=16$，

∴$AB^2-\frac{1}{2}AC\cdot BC=16$，

∴$BC\cdot AC=\frac{66}{5}$，

∴阴影部分的面积和$=AC^2+BC^2+3S_{\triangle ABC}-AB^2=3S_{\triangle ABC}=\frac{3}{2}BC\cdot AC=\frac{3}{2}\times\frac{66}{5}=\frac{99}{5}$.

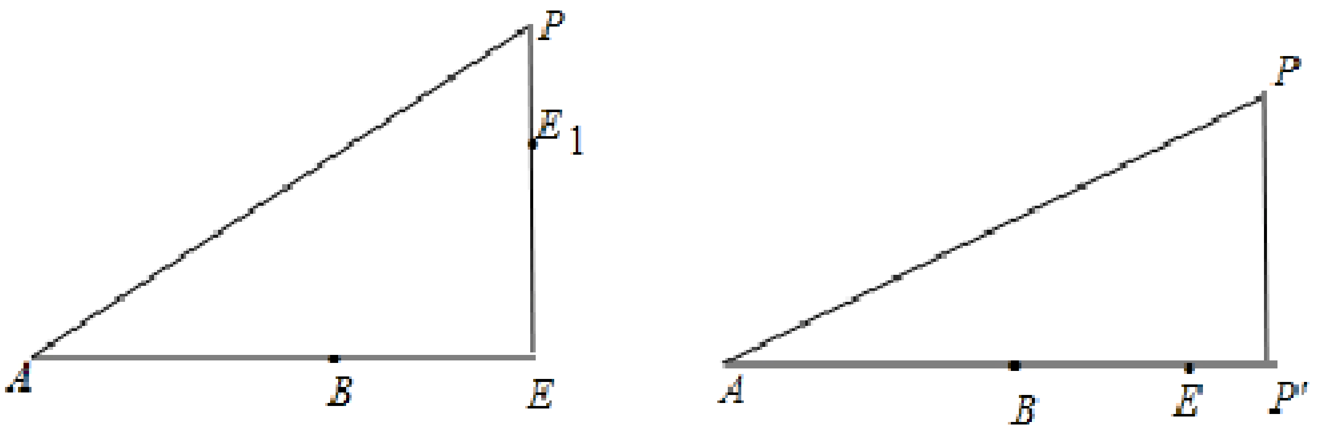
故答案为：$\frac{99}{5}$.

二．勾股定理- 路径最短问题

2．解：如图，有两种展开方法：

方法一：PA＝$\sqrt{14^2+9^2}$＝$\sqrt{277}$cm，

方法二：PA＝$\sqrt{17^2+6^2}$＝$\sqrt{325}$cm．



故需要爬行的最短距离是$\sqrt{277}$cm．

故选：C．

三．勾股定理-折叠问题

3．解：（1）由翻折变换的性质可知：∠EAC ＝∠BAC ，

∵DC ∥AB，

∴∠ECA ＝∠BAC ．

∴∠EAC ＝∠ECA ．

∴EA ＝EC ．

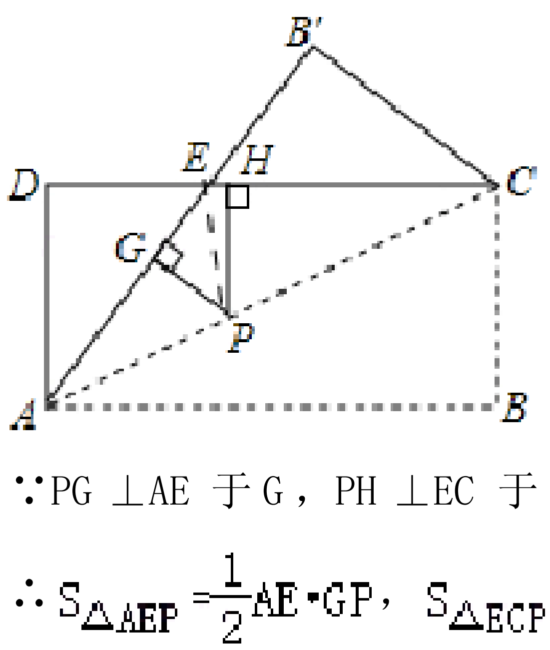
（2）设 EA ＝EC ＝x，DE ＝8 - x；

在 Rt△DEA 中，由勾股定理得：$AE^2=AD^2+DE^2$，即 $x^2=(8-x)^2+4^2$，

解得：x＝5.

∴EC ＝5.

（3）如图所示；连接 EP．



∵PG ⊥AE 于 G，PH ⊥EC 于 H，

∴$S_{\triangle AEP}=\frac{1}{2}AE\cdot GP$，$S_{\triangle ECP}=\frac{1}{2}EC\cdot PH$.

∵$S_{\triangle AEP}+S_{\triangle ECP}=S_{\triangle ECA}$，

∴$\frac{1}{2}AE\cdot GP+\frac{1}{2}EC\cdot PH=\frac{1}{2}EC\cdot AD$，即$\frac{1}{2}\times5\times PG+\frac{1}{2}\times5\times PH=\frac{1}{2}\times5\times4$.

∴PG +PH =4.

四．二次根式的化简求值

4．解：∵$x=2-\sqrt{3}$,

∴$x^2=(2-\sqrt{3})^2=7-4\sqrt{3}$,

∴$(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$

$=(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$

$=1+1+\sqrt{3}$

$=2+\sqrt{3}$.

5．解：甲的解答错误，

当$a=\frac{1}{5}$时，$\frac{1}{a}=5$，$a-\frac{1}{a}<0$，

∴$\sqrt{(a-\frac{1}{a})^2}=|a-\frac{1}{a}|=\frac{1}{a}-a$，

故乙的解答正确.

五．坐标与图形性质

6．解如图，过 B 作 AB 的垂线与 AC 的延长线交于 E 点，

过 A、E 点作 x 轴平行线，过 B 作 y 轴平行线，分别交于点 G 、H ，

则∠ABE =90°，

又∠BAC =45°，

∴△ABE 为等腰直角三角形，

∵∠GAB +∠GBA =∠HBE +∠GBA =90°，

∴∠GAB =∠HBE ，

△ABG 与△BEH 中，

$\begin{cases}\angle G=\angle H=90^\circ\\ \angle GAB=\angle HBE\\ AB=BE\end{cases}$，

∴△ABG ≌△BEH （AAS ），

∴BH =AG =5，HE =GB =2，

∴E 为（-3，-2），

又 A 为（0，5），

∴直线 AE 的解析式为：

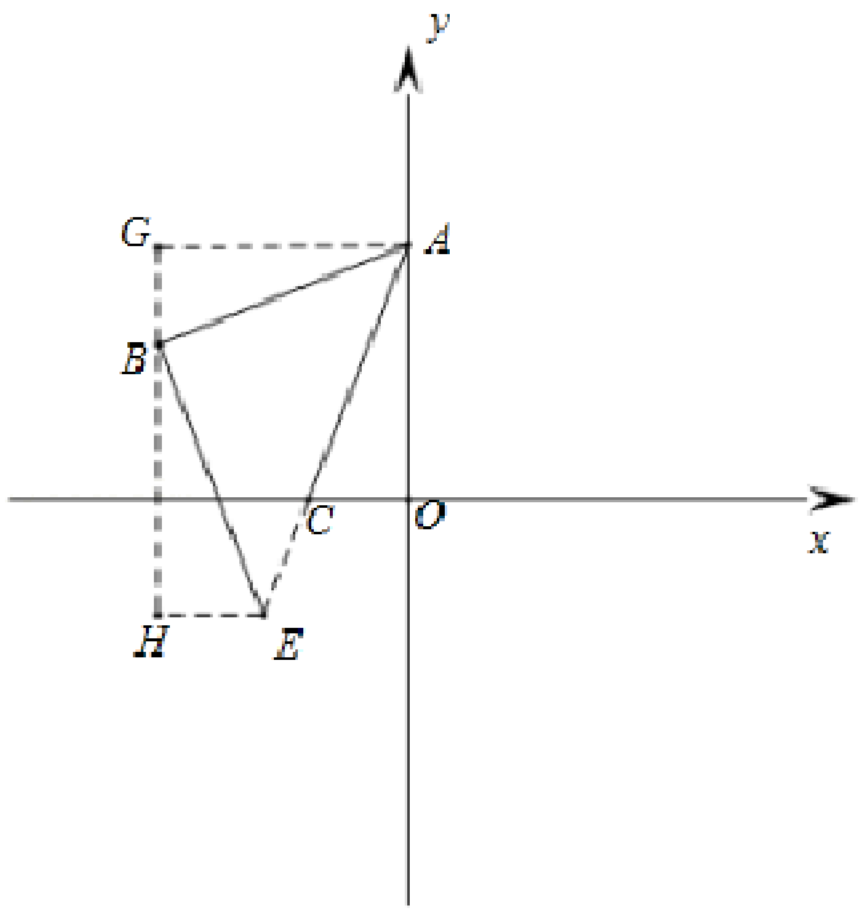
$y=\frac{7}{3}x+5$，

令 y＝0，得 $x=-\frac{15}{7}$，

∴C 为（$-\frac{15}{7}$，0），

∴C 点的横坐标为 $-\frac{15}{7}$

故答案为：$-\frac{15}{7}$.



7．解：（1）∵点 A 在第三象限，A 到 x 轴距离为 4，到 y 轴距离为 6，

∴点 A 的横坐标为－6，纵坐标为－4，

∴点 A（－6，－4）；

（2）∵MN ∥x 轴，

∴M 和 N 两点的纵坐标相等，

∵M （－2，y），N（x，3），

∴y＝3，

∴点 M （－2，3），

∵M，N 之间的距离为 6 个单位，

当点 N 在点 M 的左边时，x＝－2－6＝－8，

点 N 的坐标为（－8，3），

当点 N 在点 M 的右边时，x＝－2+6＝4，

点 N 的坐标为（4，3），