

专题 23 三角板转动求角和角平分线结合

1. 直角三角形纸板 COE 的直角顶点 O 在直线 AB 上.

(1) 如图 1, 当 $\angle AOE=165^\circ$ 时, $\angle BOE=$ _____°;

(2) 如图 2, OF 平分 $\angle AOE$, 若 $\angle COF=20^\circ$, 则 $\angle BOE=$ _____°;

(3) 将三角形纸板 COE 绕点 O 逆时针方向转动至如图 3 的位置, 仍有 OF 平分 $\angle AOE$, 若 $\angle COF=56^\circ$, 求 $\angle BOE$ 的度数.

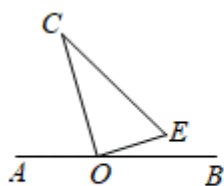


图1

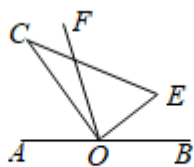


图2

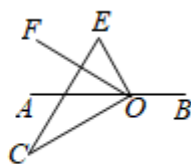


图3

【答案】(1) 15; (2) 40; (3) 112°

【分析】(1) 根据平角的定义求解即可;

(2) 根据 $\angle COF=20^\circ$, 先求解 $\angle EOF=70^\circ$, 再根据 OF 平分 $\angle AOE$, 求解 $\angle AOE=140^\circ$, 最后根据平角的定义求解 $\angle BOE$ 即可;

(3) 根据 $\angle COF=56^\circ$, 先求解 $\angle EOF=34^\circ$, 由 OF 平分 $\angle AOE$, 可得到 $\angle AOE=68^\circ$, 最后根据平角的定义求解 $\angle BOE$ 即可.

【详解】解: (1) $\because \angle AOE + \angle BOE = 180^\circ$, $\angle AOE = 165^\circ$,

$$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 15^\circ,$$

故答案为: 15;

(2) $\because \angle COE = 90^\circ$, $\angle COF = 20^\circ$, $\angle COE = \angle COF + \angle EOF$,

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

$\because OF$ 平分 $\angle AOE$,

$$\therefore \angle AOE = 2\angle EOF = 140^\circ,$$

$$\because \angle AOE + \angle BOE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 40^\circ,$$

故答案为: 40;

(3) $\because \angle COE = 90^\circ$, $\angle COE = \angle COF + \angle EOF$, $\angle COF = 56^\circ$,

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ - \angle COF = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ,$$

$\because OF$ 平分 $\angle AOE$,

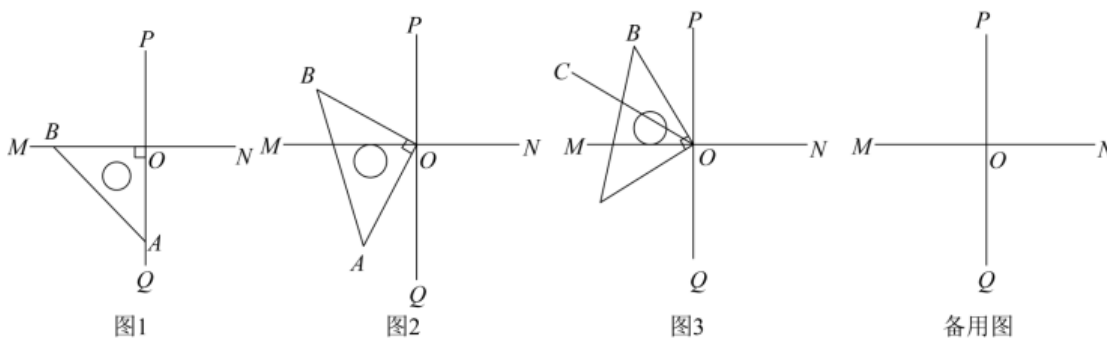
$\therefore \angle AOE = 2\angle EOF = 68^\circ$,

$\because \angle AOE + \angle BOE = 180^\circ$,

$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 112^\circ$.

【点睛】本题考查了角的计算，平角的定义，角的平分线定义，直角的定义，熟练掌握补角的定义，角的平分线定义，角的和与差是解题的关键.

2. 如图 1, 某校七年级数学学习小组在课后综合实践活动中, 把一个直角三角尺 AOB 的直角顶点 O 放在互相垂直的两条直线 PQ 、 MN 的垂足 O 处, 并使两条直角边落在直线 PQ 、 MN 上, 将 $\triangle AOB$ 绕着点 O 顺时针旋转 $\alpha^\circ (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$.



(1) 如图 2, 若 $\alpha = 26^\circ$, 则 $\angle BOP =$ _____, $\angle AOM + \angle BOQ =$ _____;

(2) 若射线 OC 是 $\angle BOM$ 的角平分线, 且 $\angle POC = \beta^\circ$.

① 若 $\triangle AOB$ 旋转到图 3 的位置, $\angle BON$ 的度数为多少? (用含 β 的代数式表示)

② $\triangle AOB$ 在旋转过程中, 若 $\angle AOC = 2\angle AOM$, 求此时 β 的值.

【答案】(1) 64° , 180° ;

(2) ① $2\beta^\circ$; ② 60° 或 36°

【分析】(1) 根据 $\angle BOP = 180^\circ - \angle AOB - \angle AOQ$, 可分别计算出结果;

(2) ① 先求 $\angle BOP$ 与 $\angle PON$, 再利用 $\angle BON = \angle BOP + \angle PON$ 得出结论;

② 分两种情况讨论: 当 OB 旋转到 OP 左侧时; 当 OB 旋转到 OP 右侧时解答即可.

(1)

解: $MN \perp PQ$,

$\therefore \angle MOQ = 90^\circ$, $\angle AOB = 90^\circ$,

$\because \angle AOQ = \beta^\circ$,

$\therefore \angle BOP = 180^\circ - \angle AOB - \angle AOQ = 180^\circ - 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$, $\angle AOM = \angle MOQ - \angle AOQ = 90^\circ - \beta^\circ$,

$$\because \angle BOQ = \angle AOB + \angle AOQ = 90^\circ + \beta^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM + \angle BOQ = 90^\circ - \beta^\circ + 90^\circ + \beta^\circ = 180^\circ;$$

(2)

$$\textcircled{1} \because \angle MOP = 90^\circ, \angle POC = \beta^\circ,$$

$$\therefore \angle MOC = 90^\circ - \beta^\circ,$$

$\because OC$ 是 $\angle BOM$ 的角平分线,

$$\therefore \angle BOM = 2\angle MOC = 2(90^\circ - \beta^\circ) = 180^\circ - 2\beta^\circ,$$

$$\therefore \angle BOP = 90^\circ - \angle BOM = 2\beta^\circ - 90^\circ,$$

$$\because \angle PON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BON = \angle BOP + \angle PON = 2\beta^\circ - 90^\circ + 90^\circ = 2\beta^\circ;$$

②当 OB 旋转到 OP 左侧时, 如图:

$\because OC$ 是 $\angle BOM$ 的角平分线,

$$\therefore \angle BOC = \angle MOC,$$

$$\because \angle AOC = 2\angle AOM,$$

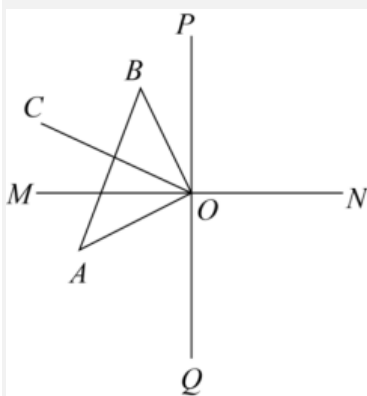
$$\therefore \angle AOM = \angle MOC,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle MOC = \angle AOM,$$

$$\because \angle BOC + \angle MOC + \angle AOM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle MOC = \angle AOM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = \beta^\circ = 90^\circ - \angle MOC = 60^\circ;$$



当 OB 旋转到 OP 右侧时, 如图:

设 $\angle AOM = x$,

$$\because \angle AOC = 2\angle AOM = 2x,$$

$$\therefore \angle MOC = 3\angle AOM = 3x,$$

$$\therefore \angle BOC + \angle MOC + \angle AOM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle MOC = \angle AOM = 30^\circ,$$

$\therefore OC$ 是 $\angle BOM$ 的角平分线,

$$\therefore \angle BOC = \angle MOC = 3x,$$

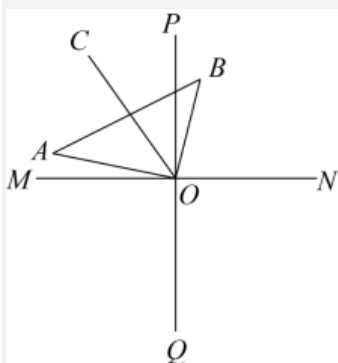
$$\therefore \angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 5x = 90^\circ,$$

$$\therefore x = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle MOC = 3x = 54^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = \beta^\circ = 90^\circ - \angle MOC = 36^\circ;$$

综上 β 的值为: 60° 或 36° .



【点睛】本题考查了旋转的性质，角平分线的性质，分情况讨论是解题关键.

3. 如图 1，点 O 为直线 AB 上一点，过点 O 作射线 OC，使 $\angle BOC = 50^\circ$. 现将一直角三角板的直角顶点放在点 O 处，一边 OD 与射线 OB 重合，如图 2.

(1) $\angle EOC =$ _____;

(2) 如图 3，将三角板 DOE 绕点 O 逆时针旋转一定角度，此时 OC 是 $\angle EOB$ 的角平分线，求 $\angle BOD$ 的度数;

(3) 将三角板 DOE 绕点 O 逆时针旋转，在 OE 与 OA 重合前，是否有某个时刻满足 $\angle DOC = \frac{1}{3} \angle AOE$ ，求此时 $\angle BOD$ 的度数.

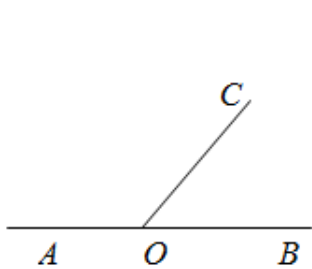


图1

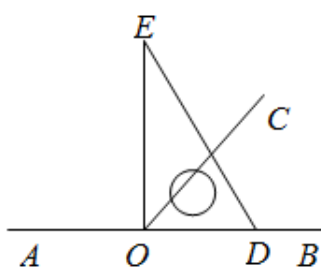


图2

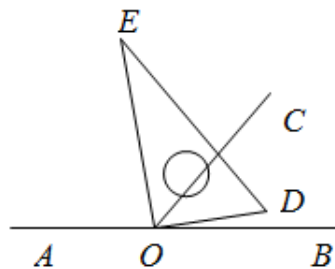


图3

【答案】(1) 40° ; (2) 10° ; (3) 30° 或 60°

【分析】(1) 根据 $\angle EOD$ 和 $\angle BOC$ 的度数可以得到 $\angle EOC$ 的度数；

(2) 根据 OC 是 $\angle EOB$ 的角平分线， $\angle BOC = 50^\circ$ ，可以求得 $\angle EOC$ 的度数，由 $\angle EOD = 90^\circ$ ，可得 $\angle DOC$ 的度数，从而可得 $\angle BOD$ 的度数；

(3) 画出符合题意的两种图形，设 $\angle DOC = \alpha$ ，由 $\angle BOC = 50^\circ$ ， $\angle EOD = 90^\circ$ ， $\angle DOC = \frac{1}{3} \angle AOE$ 可得 $\angle DOC$ 的度数，由 $\angle BOC = 50^\circ$ ，即可得到 $\angle BOD$ 的度数.

【详解】(1) $\because \angle EOD = 90^\circ$ ， $\angle BOC = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle EOC = \angle EOD - \angle BOC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ，$$

故答案为： 40° ；

(2) 解： $\because OC$ 是 $\angle EOB$ 的角平分线，

$$\therefore \angle EOC = \angle BOC = 50^\circ，$$

$$\angle DOC = \angle EOD - \angle EOC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ，$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BOC - \angle COD = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ；$$

(3) ①若 OD 在 OC 下方时， $\angle DOC = \frac{1}{3} \angle AOE$ ，

设 $\angle DOC = \alpha$ ，则 $\angle AOE = 3\alpha$ ，

$$\angle BOD = 50^\circ - \alpha，$$

$$\angle BOD + \angle AOE = 180^\circ - \angle EOD = 90^\circ，$$

$$\therefore 3\alpha + 50^\circ - \alpha = 90^\circ，$$

$$\therefore \alpha = 20^\circ \quad \therefore \angle BOD = 50^\circ - \alpha = 30^\circ；$$

②若 OD 在 OC 上方时， $\angle DOC = \frac{1}{3} \angle AOE$ ，

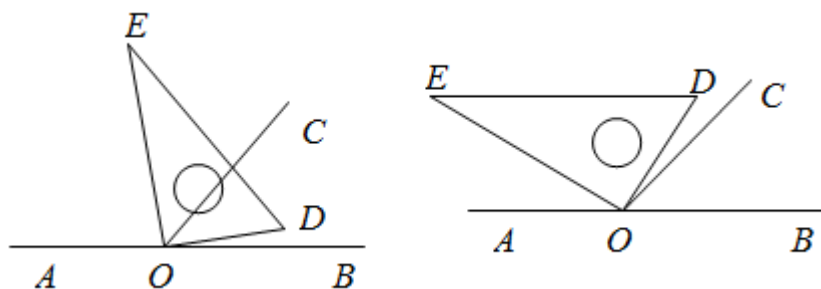
设 $\angle DOC = \alpha$ ，则 $\angle AOE = 3\alpha$ ，

$$\angle BOD = 50^\circ + \alpha，$$

$$\angle BOD + \angle AOE = 180^\circ - \angle EOD = 90^\circ，$$

$$\therefore 3\alpha + 50^\circ + \alpha = 90^\circ，$$

$$\therefore \alpha = 10^\circ \quad \therefore \angle BOD = 50^\circ + \alpha = 60^\circ。$$



【点睛】本题考查了角的计算和旋转的知识以及角平分线的性质和应用，解题的关键是明确题意，灵活变化，找出所求问题需要的量。

4. 已知，如图，把直角三角形 MON 的直角顶点 O 放在直线 AB 上，射线 OC 平分 $\angle AON$ 。

(1) 如图，若 $\angle MOC = 28^\circ$ ，求 $\angle BON$ 的度数；

(2) 若 $\angle MOC = m^\circ$ ，则 $\angle BON$ 的度数为_____；

(3) 由 (1) 和 (2)，我们发现 $\angle MOC$ 和 $\angle BON$ 之间有什么样的数量关系？

(4) 若将三角形 MON 绕点 O 旋转到如图所示的位置，试问 $\angle MOC$ 和 $\angle BON$ 之间的数量关系是否发生变化？请说明理由。

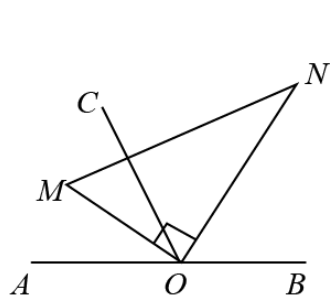


图1

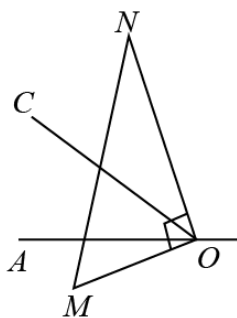


图2

【答案】(1) $\angle BON = 56^\circ$ ；(2) $2m^\circ$ ；(3) $\angle BON = 2\angle MOC$ ；(4) 不变.理由见解析.

【分析】(1) 根据 $\angle MOC + \angle NOC = 90^\circ$ ， $\angle MOC = 28^\circ$ ，即可求出 $\angle NOC = 62^\circ$ ，根据角平分线的性质得到 $\angle AON = 2\angle NOC = 124^\circ$ ，即可求出 $\angle BON$ 的度数.

(2) 根据 (1) 中的步骤进行求解即可.

(3) 根据 (1)，(2) 的结果直接进行计算即可.

(4) 根据 $\angle MOC + \angle NOC = 90^\circ$ ，得到 $\angle NOC = 90^\circ - \angle MOC$ ，根据角平分线的性质得到 $\angle AON = 2\angle NOC$ ，根据 $\angle BON = 180^\circ - \angle AON = 180^\circ - 2\angle NOC = 180^\circ - 2(90^\circ - \angle MOC) = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle MOC = 2\angle MOC$ ，即可求解.

【详解】解：(1) $\because \angle MON = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle MOC + \angle NOC = 90^\circ$.

又 $\because \angle MOC = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle NOC = 62^\circ$.

Q OC 平分 $\angle AON$,

$$\therefore \angle AON = 2\angle NOC = 124^\circ .$$

Q $\angle BON + \angle AON = 180^\circ$,

$$\therefore \angle BON = 56^\circ .$$

(2) Q $\angle MON = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MOC + \angle NOC = 90^\circ .$$

又 Q $\angle MOC = m^\circ$,

$$\therefore \angle NOC = 90^\circ - m^\circ .$$

Q OC 平分 $\angle AON$,

$$\therefore \angle AON = 2\angle NOC = 180^\circ - 2m^\circ .$$

Q $\angle BON + \angle AON = 180^\circ$,

$$\therefore \angle BON = 2m^\circ .$$

故答案为: $2m^\circ$.

(3) $\angle BON = 2\angle MOC$.

(4) 不变, 理由如下:

Q $\angle MON = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MOC + \angle NOC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle NOC = 90^\circ - \angle MOC ,$$

Q OC 平分 $\angle AON$,

$$\therefore \angle AON = 2\angle NOC ,$$

Q $\angle BON + \angle AON = 180^\circ$,

$$\therefore \angle BON = 180^\circ - \angle AON = 180^\circ - 2\angle NOC = 180^\circ - 2(90^\circ - \angle MOC) = 2\angle MOC ,$$

即 $\angle BON = 2\angle MOC$.

【点睛】本题考查了直角三角形、角平分线的性质及邻补角等知识, 熟练掌握直角三角形与角平分线的性质进行计算是解题的关键.

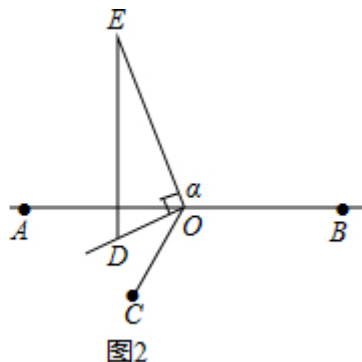
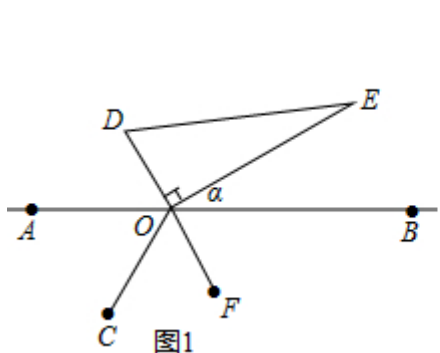
5. 如图 1, 点 A、O、B 在同一直线上, $\angle AOC = 60^\circ$, 在直线 AB 另一侧, 直角三角形 DOE 绕直角顶点 O 逆时针旋转 (当 OD 与 OC 重合时停止), 设 $\angle BOE = \alpha$:

(1) 如图 1, 当 DO 的延长线 OF 平分 $\angle BOC$, $\angle \alpha =$ _____ 度;

(2) 如图 2, 若 (1) 中直角三角形 DOE 继续逆时针旋转, 当 OD 位于 $\angle AOC$ 的内部, 且 $\angle AOD =$

$$\frac{1}{3} \angle AOC, \angle \alpha = \underline{\quad} \text{度};$$

(3) 在上述直角三角形 DOE 的旋转过程中, ($\angle COD + \angle \alpha$) 的度数是否改变? 若不改变, 请求出其度数; 若改变, 请说明理由.



【答案】(1) 30 ; (2) 110; (3) ($\angle COD + \angle \alpha$) 的度数不变, 见解析.

【分析】(1) 先根据邻补角定义和角平分线的定义求出 $\angle BOF$ 的度数, 再根据余角的定义即可求出 $\angle \alpha$ 的度数;

(2) 根据 $\angle AOD = \frac{1}{3} \angle AOC$ 易得 $\angle AOD = 20^\circ$, 根据余角的定义可求出 $\angle AOE = 70^\circ$, 再根据补角的定义即可求出 $\angle \alpha$ 的度数;

(3) 根据周角等于 360° 可得 $\angle COD + \angle \alpha = 360^\circ - \angle DOE - \angle BOC$, $\angle DOE$ 与 $\angle BOC$ 的大小不变, 可知 ($\angle COD + \angle \alpha$) 的度数不变且为 150° .

【详解】解: (1) $\because DO$ 的延长线 OF 平分 $\angle BOC$, $\angle AOC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOC) = \frac{1}{2} (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ,$$

又 $\because \angle DOE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle \alpha = 90^\circ - \angle BOF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

故答案为 30

(2) 当 OD 位于 $\angle AOC$ 的内部, 且 $\angle AOD = \frac{1}{3} \angle AOC$ 时, $\angle AOD = \frac{1}{3} \times 60^\circ = 20^\circ$,

又 $\because \angle DOE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ - \angle AOD = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle \alpha = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$$

故答案为 110

(3) ($\angle COD + \angle \alpha$) 的度数不变.

理由如下:

$$\because (\angle COD + \angle \alpha) + \angle DOE + \angle BOC = 360^\circ,$$

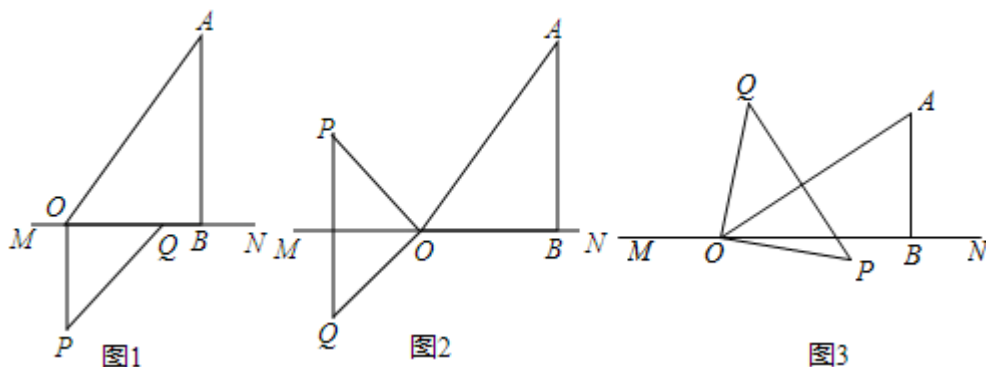
$$\because \angle DOE = 90^\circ, \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle COD + \angle \alpha = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ.$$

$\therefore (\angle COD + \angle \alpha)$ 的度数不变且为 150° .

【点睛】本题主要考查了余角和补角的定义以及角平分线的定义，互为余角的两个角的和为 90° ，互为补角的两个角的和为 180° .

6. 如图 1，将一块含 60° 角的三角板 ABO 的一边 BO 放在直线 MN 上，AB 边在直线 MN 的上方，其中 $\angle A = 60^\circ$ ，另一块含 45° 角的三角板 POQ 的一边 OQ 在直线 MN 上，另一边 OP 在直线 MN 的下方.



- (1) 现将图 1 中的三角板 POQ 绕点 O 按顺时针方向旋转，当直线 MN 恰好为 $\angle POQ$ 的平分线时，如图 2 所示，则 $\angle AOP$ 的度数_____度；
- (2) 继续将图 2 中的三角板绕点 O 按顺时针方向旋转至图 3 的位置，使得边 OA 落在 $\angle QOB$ 的内部，且 AO 恰好为 $\angle POQ$ 的平分线时，求 $\angle BOP$ 的度数；
- (3) 在上述直角三角板从图 1 按顺时针方向旋转至图位置为止，这个过程中，若三角板 POQ 绕点 O 以每秒 15° 的速度匀速旋转，当三角板 POQ 的 OP 边或 OQ 边所在直线平分 $\angle AOB$ ，则求此时三角板 POQ 绕点 O 旋转的时间 t 的值(请直接写出答案).

【答案】(1) 75° ；(2) $\angle BOP = 15^\circ$ ；(3) 当 OP 边所在直线平分 $\angle AOB$ 时旋转时间为 5 秒或 17 秒，当 OQ 边所在直线平分 $\angle AOB$ 时旋转时间为 11 秒或 23 秒.

【分析】(1) 根据三角板 PQO 的特性结合题意可得出 $\angle POM = 45^\circ$ ，在平角 MON 中可求出 $\angle AOP$ 的度数；

(2) 根据角平分线的定义即可得到结论；

(3) 此题分两种情况，一种 OP 边所在直线平分 $\angle AOB$ ，另一种 OQ 边所在直线平分 $\angle AOB$ ，找出两种情况下三角板 PQO 绕点 O 旋转的度数，即可求出时间 t.

【详解】解：(1) Q 直线 MN 平分 $\angle POQ$ ， $\angle POQ = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle POM = 45^\circ,$$

又 $\angle AOB = 60^\circ$ 且 $\angle MOB$ 为平角，

$$\therefore \angle POA = 180^\circ - \angle POM - \angle AOB = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ,$$

故 $\angle AOP$ 的度数为 75° ；

故答案为 75 ；

(2) QAO 恰好为 $\angle POQ$ 的平分线，

$$\therefore \angle AOP = \frac{1}{2} \angle POQ = 45^\circ,$$

$$\angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOP = \angle AOP - \angle AOB = 15^\circ;$$

(3)根据题意可知，分两种情况，

①当 OP 边所在直线平分 $\angle AOB$ 时，三角板 PQO 绕点 O 旋转的度数为 $360^\circ - 90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOB$ 或 $90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOB$ ，

$$\angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{时间 } t = (360^\circ - 90^\circ - 15^\circ) \div 15^\circ = 17(\text{秒}) \text{ 或 } t = (90^\circ - 15^\circ) \div 15^\circ = 5(\text{秒});$$

②当 OQ 边所在直线平分 $\angle AOB$ 时，三角板 PQO 绕点 O 旋转的度数为 $360^\circ - \frac{1}{2} \angle AOB$ 或 $180^\circ - \frac{1}{2} \angle AOB$ ，

$$\angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{时间 } t = (360^\circ - 15^\circ) \div 15^\circ = 23(\text{秒}) \text{ 或 } t = (180^\circ - 15^\circ) \div 15^\circ = 11(\text{秒}).$$

综合①②得当 OP 边所在直线平分 $\angle AOB$ 时旋转时间为 5 秒或 17 秒，当 OQ 边所在直线平分 $\angle AOB$ 时旋转时间为 11 秒或 23 秒.

【点睛】此题考查了角平分线的定义，根据题意找到各个量之间的关系是解题的关键.

7. 将一三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 O 按如图方式叠放在一起.

(1)如图1,若 $\angle BOD = 35^\circ$,则 $\angle AOC =$ ____ $^\circ$;若 $\angle AOC = 135^\circ$,则 $\angle BOD =$ ____ $^\circ$;

(2)如图2,若 $\angle AOC = 140^\circ$,则 $\angle BOD =$ ____ $^\circ$;

(3)猜想 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 的大小关系,并结合图1说明理由;

(4)三角尺 AOB 不动,将三角尺 COD 的 OD 边与 OA 边重合,然后绕点 O 按顺时针或逆时针方向任意转动一个角度,当 $\angle AOD$ ($0^\circ < \angle AOD < 90^\circ$) 等于多少度时,这两块三角尺各有一条边互相垂直,直接写出 $\angle AOD$ 角度所有可能的值,不用说明理由.

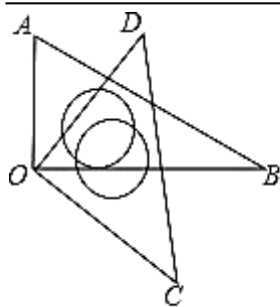


图1

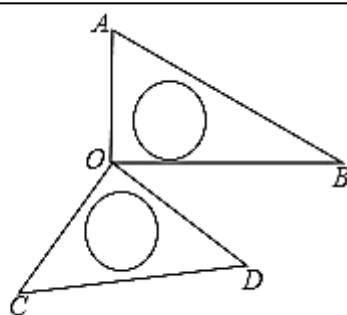


图2

【答案】(1) 145° , 45° ; (2) 40° ; (3) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 互补, 理由详见解析; (4) $\angle AOD$ 角度所有可能的值为: 30° 、 45° 、 60° 、 75°

【分析】(1) 由于是两直角三角形板重叠, 根据 $\angle AOC = \angle AOB + \angle COD - \angle BOD$ 可分别计算出 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 的度数;

(2) 根据 $\angle BOD = 360^\circ - \angle AOC - \angle AOB - \angle COD$ 计算可得;

(3) 由 $\angle AOD + \angle BOD + \angle BOD + \angle BOC = 180^\circ$ 且 $\angle AOD + \angle BOD + \angle BOC = \angle AOC$ 可知两角互补;

(4) 分别利用 $OD \perp AB$ 、 $CD \perp OB$ 、 $CD \perp AB$ 、 $OC \perp AB$ 分别求出即可.

【详解】解: 解: (1) 若 $\angle BOD = 35^\circ$,

$$\because \angle AOB = \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + \angle COD - \angle BOD = 90^\circ + 90^\circ - 35^\circ = 145^\circ,$$

若 $\angle AOC = 135^\circ$,

$$\text{则 } \angle BOD = \angle AOB + \angle COD - \angle AOC = 90^\circ + 90^\circ - 135^\circ = 45^\circ;$$

(2) 如图 2, 若 $\angle AOC = 140^\circ$,

$$\text{则 } \angle BOD = 360^\circ - \angle AOC - \angle AOB - \angle COD = 40^\circ;$$

(3) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 互补.

$$\because \angle AOD + \angle BOD + \angle BOD + \angle BOC = 180^\circ.$$

$$\because \angle AOD + \angle BOD + \angle BOC = \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 180^\circ,$$

即 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 互补.

(4) $OD \perp AB$ 时, $\angle AOD = 30^\circ$,

$CD \perp OB$ 时, $\angle AOD = 45^\circ$,

$CD \perp AB$ 时, $\angle AOD = 75^\circ$,

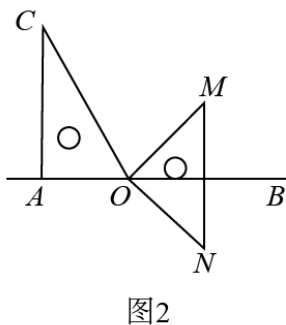
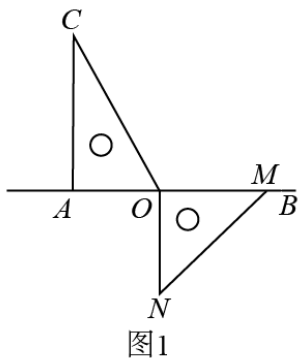
$OC \perp AB$ 时, $\angle AOD = 60^\circ$,

即 $\angle AOD$ 角度所有可能的值为: 30° 、 45° 、 60° 、 75° ;

故答案为 (1) 145° , 45° ; (2) 40° .

【点睛】本题主要考查了互补、互余的定义等知识，解题的关键是理解重叠的部分实质是两个角的重叠。

8. 如图 1，将三角板如图放置， $\angle AOC=60^\circ$ 。将另一把直角三角尺的直角顶点放在点 O 处，一边 OM 在射线 OB 上，另一边 ON 在直线 AB 的下方，其中 $\angle OMN=45^\circ$ 。



(1) 将图 1 中的三角尺 MON 绕点 O 逆时针旋转至图 2，使一边 OM 在 $\angle BOC$ 的内部，且恰好平分 $\angle BOC$ ，求 $\angle CON$ 的度数；

(2) 将图 1 中的三角尺 MON 绕点 O 按每秒 10° 的速度沿顺时针方向旋转一周，在旋转的过程中，在第_____秒时，直线 MN 恰好与直线 OC 垂直；在第_____秒时，直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$ 。（直接写出结果）；

(3) 将图 1 中的三角尺 MON 绕点 O 顺时针旋转使 ON 在 $\angle AOC$ 的内部，请探究 $\angle AOM$ 与 $\angle NOC$ 之间的数量关系，并说明理由。

(4) 通过操作我们发现，将图 1 中三角形 AOC 绕点 O 顺时针旋转一定角度 α ($0 < \alpha < 180^\circ$) 时，三角形 AOC 会被直线 AB 或 ON 分成两个三角形，其中一个三角形有两个角相等，请直接写出所有符合条件的旋转角度 α 。

【答案】(1) $\angle CON=150^\circ$

(2) 1.5 或 19.5； 12 或 30

(3) $\angle AOM$ 与 $\angle NOC$ 之间的数量关系为： $\angle AOM - \angle NOC = 30^\circ$ 。理由见解析

(4) 45° 或 60° 或 135° 或 150°

【分析】(1) 由 OM 平分 $\angle BOC$ 得到 $\angle COM = 60^\circ$ ，进而得到 $\angle CON$ 。

(2) 分别分两种情况讨论，画图，求出旋转角度，然后除以旋转速度即可求解。

(3) 画图，通过 $\angle COA = 60^\circ$ ， $\angle MON = 90^\circ$ ，可以得到数量关系。

(4) 根据其中一个三角形是等腰三角形分 4 种情况讨论.

(1)

解: $\because \angle AOC = 60^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 120^\circ$,

又 $\because OM$ 平分 $\angle BOC$,

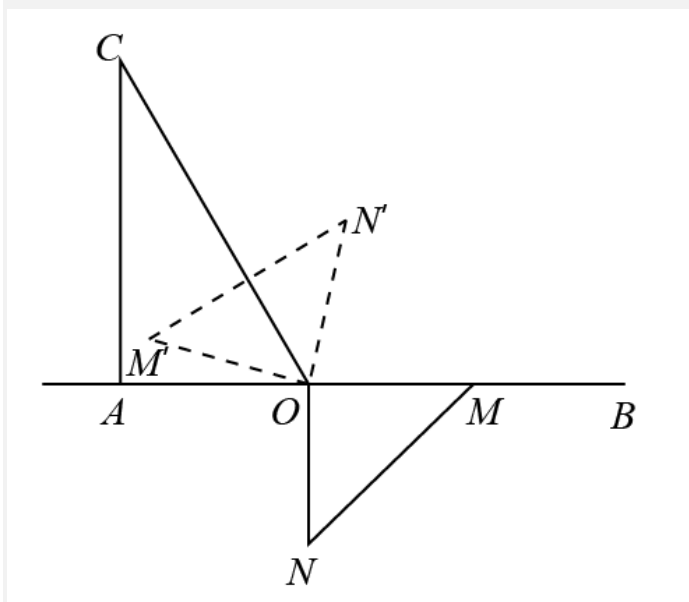
$\therefore \angle COM = \frac{1}{2} \angle BOC = 60^\circ$

$\therefore \angle CON = \angle COM + 90^\circ = 150^\circ$;

(2)

解: ①直线 MN 恰好与直线 OC 垂直:

如图, 当 $\triangle OMN$ 旋转到直线 OC 上方时:



$\because M'N' \perp OC$, $\angle N'M'O = 45^\circ$

$\therefore \angle COM' = 45^\circ$

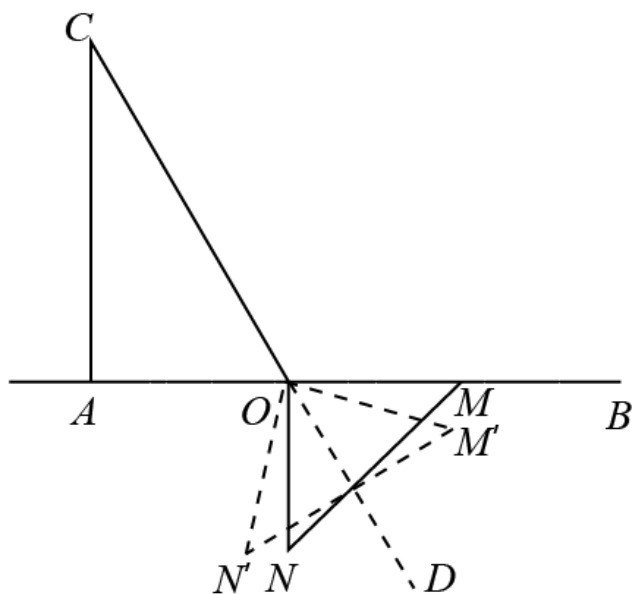
$\because \angle AOC = 60^\circ$

$\therefore \angle AOM' = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

$\therefore$ 旋转角度为 $180^\circ + 15^\circ = 195^\circ$

$\therefore$ 旋转时间为 $195 \div 10 = 19.5$ (秒)

如图, 当 $\triangle OMN$ 在直线 OC 下方时:



∴ $MN' \perp OC$, $\angle N'M'O = 45^\circ$

∴ $\angle DOM' = 45^\circ$

∴ $\angle DOB = 60^\circ$

∴ $\angle MOM' = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

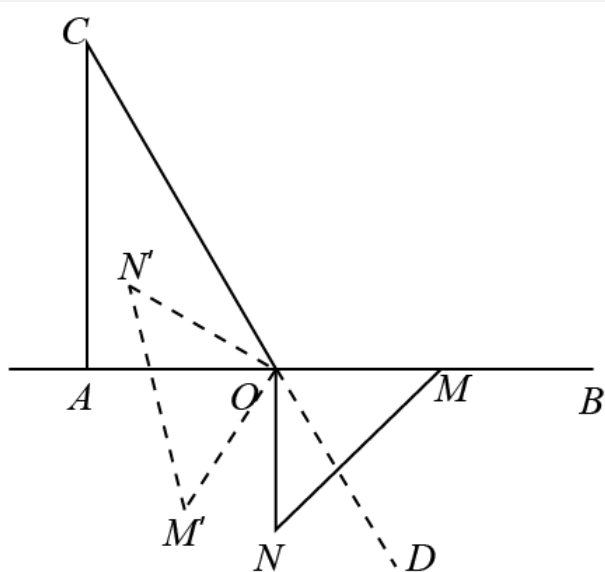
∴ 旋转角度为 15°

∴ 时间为 $15 \div 10 = 1.5$ (秒)

故在第 19.5 或 1.5 秒时, 直线 MN 恰好与直线 OC 垂直

② 直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$

当 $\angle OMN$ 旋转到 ON 在直线 OA 上方时:



∴ 直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$

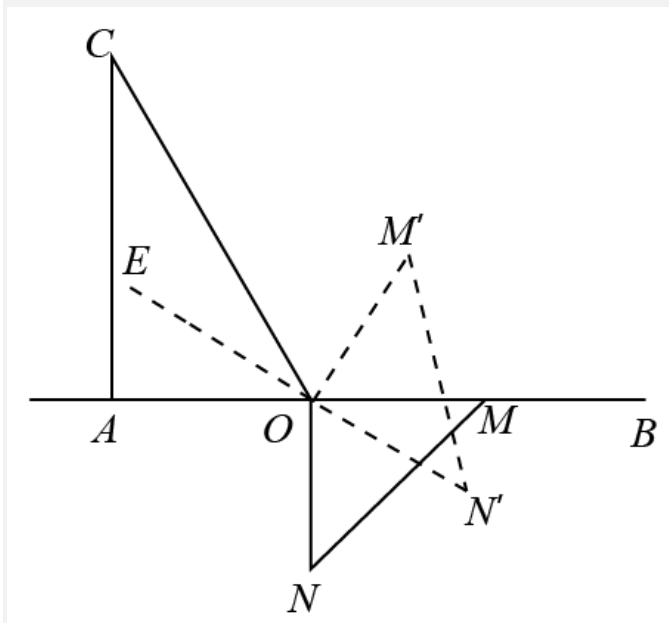
$$\therefore \angle AON' = \frac{1}{2} \angle AOC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle NON' = 120^\circ$$

∴ 旋转角度为 120°

∴ 旋转时间为 $120 \div 10 = 12$ (秒)

当 $\triangle OMN$ 旋转到 ON 在直线 OA 下方时:



∴ 直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$

$$\therefore \angle BON' = \angle AOE = \frac{1}{2} \angle AOC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle NON' = 60^\circ$$

∴ 旋转角度为 $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$

∴ 旋转时间为 $300 \div 10 = 30$ (秒)

在第 12 或 30 秒时, 直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$

(3)

解: 如图, ON 在 $\angle ACO$ 的内部

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要
下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/855112144334012012>

