

专题 17 分式方程及分式方程的应用压轴题六种模型全攻略



【考点导航】

目录

【典型例题】	1
【考点一 分式方程的定义】	1
【考点二 解分式方程】	2
【考点三 根据分式方程解的情况求参数的值】	5
【考点四 分式方程无解问题求参数的值】	7
【考点五 列分式方程】	9
【考点六 分式方程的实际应用】	11
【过关检测】	14



【典型例题】

【考点一 分式方程的定义】

例题：（2023 秋·河南开封·八年级统考期末）下列方程中是分式方程的是（ ）

A. $\frac{x}{2} - 2x = 1$ B. $2x^2 = x - 3$ C. $\frac{1}{x-2} = 2$ D. $\frac{3x+1}{\pi} = 2$

【变式训练】

1. （2023 春·江苏·八年级专题练习）下列方程中不是分式方程的是（ ）

A. $\frac{2}{x+1} = 3$ B. $\frac{1}{x} = \frac{3}{x-1}$ C. $\frac{x}{2} = 2$ D. $\frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$

2. （2023 春·八年级课时练习）下列方程：① $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$ ；② $\frac{x-b}{a} = 1 - \frac{x-a}{b}$ （ a, b 为常数，且

$ab \neq 0$ ）；③ $\frac{x-1}{2} - \frac{y+3}{6} = \frac{1}{3}$ ；④ $\frac{x}{x-3} = 2 - \frac{3}{x-3}$ ；⑤ $\frac{x}{\pi} + 5 = x$. 其中，分式方程有（ ）

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点二 解分式方程】

例题：（2023 秋·陕西商洛·八年级统考期末）解下列分式方程：

$$(1) \frac{x}{x-1} = \frac{3}{2x-2} - 1 \qquad (2) \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1} = \frac{x+1}{4x^2-1}$$

【变式训练】

1. （2023 春·河南周口·八年级统考阶段练习）解下列分式方程：

$$(1) \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x-2} + 1 \qquad (2) \frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x-2)}$$

2. （2023 春·江苏·八年级专题练习）解方程

$$(1) \frac{3-x}{x-4} = \frac{1}{4-x} - 2 \qquad (2) \frac{x}{x-2} - 1 = \frac{4}{x^2-4x+4}$$

【考点三 根据分式方程解的情况求参数的值】

例题：（2023 春·江苏·八年级专题练习）关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{a-2}{2-x} = 1$ 的解为正数，则 a 的取值范围是（ ）

A. $a < 5$ B. $a < 5$ 且 $a \neq 3$ C. $a > 5$ 且 $a \neq 2$ D. $a > 5$

【变式训练】

1. （2023 春·山东济南·八年级统考期末）已知关于 x 的分式方程 $\frac{m-3}{2x+1} = 1$ 的解为负数，则 m

的取值范围是_____.

2. (2023 春·重庆沙坪坝·九年级重庆八中校考阶段练习) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x+m}{x+2} - \frac{m}{x-2} = 1$ 的解不超过 6, 且关于 y 的不等式组 $\begin{cases} m-6y > 2 \\ y-4 \leq 3y+4 \end{cases}$ 有且仅有四个整数解, 则符合条件的整数 m 的和_____.

【考点四 分式方程无解问题求参数的值】

例题: (2023 春·八年级课时练习) 若关于 x 的方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{7}{x^2-1}$ 无解, 则 $k =$ _____.

【变式训练】

1. (2023 春·八年级课时练习) 若关于 x 的方程, $\frac{mx}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{2}{x-1}$ 无解, 则 m 的值为_____
2. (2023 春·八年级课时练习) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{3x}{x-2} = \frac{m}{2-x} + 1$
 - (1) 若此方程无解, 则 m 的值为___;
 - (2) 若此方程的解为正数, 则 m 的取值范围为___.

【考点五 列分式方程】

例题 (2023·山西晋城·统考一模) 山西省宁武县被命名为“中国高原莜麦之乡”. 莜麦是世界公认的营养价值很高的粮种之一, 对预防和治疗高血压、糖尿病等多种疾病, 促进新陈代谢有明显功效. 某莜麦标准化种植基地在改良前种植总产量可以达到 12600kg, 经过改良后, 平均每亩产量是原来的 1.5 倍. 若改良后种植总产量不变, 但种植亩数减少 25 亩, 求改良前平均每亩的产量. 若设改良前平均每亩的产量为 x kg, 则可列方程为_____.



【变式训练】

1. (2023·广东东莞·东莞市厚街海月学校校考模拟预测) 劳动教育是全面发展教育体系的重要组成部分, 是大中小学必须开展的教育活动. 某校积极响应, 开设校园农场. 七年级学生共收获农产品 1800kg , 八年级学生共收获农产品 1440kg , 已知八年级学生比七年级学生人均多收获 1kg 农产品, 七年级学生人数是八年级学生人数的 1.5 倍. 求七、八年级各有多少名学生. 若设八年级有 x 名学生, 则可列分式方程为_____.
2. (2023 春·江苏·八年级专题练习) 有一项工程, 甲单独做正好按期完成, 乙单独做则要超期 3 天才能完成. 现甲、乙合做 2 天, 余下由乙单独做正好按期完成, 问甲单独做需要几天完成? 若设甲单独做需要 x 天完成, 则根据题意可列方程_____.

【考点六 分式方程的实际应用】

例题: (2023·黑龙江哈尔滨·统考一模) 某社区计划对面积为 2000 平方米的区域进行绿化招标, 甲、乙两个工程队中标, 全部绿化工作由甲、乙两个工程队来完成, 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化面积的 2 倍, 并且在独立完成面积为 400 平方米区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天.

- (1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积是多少平方米;
- (2) 若甲队每天绿化费用是 0.6 万元, 乙队每天绿化费用为 0.2 万元, 如果施工总费用不超过 11 万元, 那么乙工程队至少需施工多少天?

【变式训练】

1. (2023 春·江苏无锡·九年级校考阶段练习) 无锡地铁 5 号线一期工程全长 25.4 公里, 设 22 个站点, 起自渔父岛站, 串联蠡湖未来城、无锡主城区、南长街、坊前、梅村等地. 某站点由 A 、 B 两个工程队一起建设了 8 个月, 剩下的部分由 A 队单独建设, 还需 4 个月.
- (1) 若 A 队单独建设需要 24 个月, B 队单独建设需要多少时间?
- (2) 若 A 队单独建设的时间为 a 个月 ($12 < a < 20$), 试分析说明 A 、 B 两队谁的施工速度更快.

2. (2023 春·全国·七年级专题练习) 某公司需将一批材料运往工厂, 计划租用甲、乙两种型号的货车, 在每辆货车都满载的情况下, 甲型货车每辆装载量是乙型货车的 $\frac{5}{3}$ 倍, 若甲、乙两种型号货车各装载 1500 箱材料, 甲型货车比乙型货车少用 40 辆.

(1) 甲、乙两种型号的货车每辆分别可装载多少箱材料?

(2) 经初步估算, 公司要运往工厂的这批材料不超过 1110 箱. 计划租用甲、乙两种型号的货车共 60 辆, 且乙型货车的数量不大于甲型货车数量的 2 倍, 该公司一次性将这批材料运往工厂共有哪几种租车方案?



【过关检测】

一、选择题

1. (2023 春·上海·八年级专题练习) 已知方程: ① $\frac{1-9x^2}{x^2} = 0$, ② $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} = 1$, ③ $x + \frac{2}{x+2} = 2 + \frac{2}{x-2}$, ④ $(x + \frac{4}{5})(x-6) = -1$. 这四个方程中, 分式方程的个数是 ()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

2. (2023 春·全国·八年级专题练习) 解分式方程 $\frac{x}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$, 去分母后得到 ()

A. $x = 2 + 3$ B. $x = 2(x-1) + 3$
C. $x = 3(x-1) + 2$ D. $x(x-1) = 2 + 3(x-1)$

3. (2023 春·江苏扬州·八年级校联考期中) 若关于 x 的 $\frac{x-1}{x+4} = \frac{m}{x+4}$ 无实数解, 则 m 的值是 ()

A. 5

B. -5

C. 1

D. -1

4. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 如图,《四元玉鉴》是我国古代数学重要著作之一,为元代数学家朱世杰所著.该著作记载了“买椽多少”问题:“六贯二百一十钱,倩人去买几株椽.每株脚钱三文足,无钱准与一株椽”.大意是:现请人代买一批椽,这批椽的价钱为 6210 文.如果每株椽的运费是 3 文,那么少拿一株椽后,剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱,试问 6210 文能买多少株椽?(椽,装于屋顶以支持屋顶盖材料的木杆)设这批椽有 x 株,则符合题意的方程是 ()



A. $\frac{6210}{x} = 3$

B. $\frac{6210}{x} = 3x - 1$

C. $3(x-1) = \frac{6210}{x}$

D. $3(x-1) = \frac{6210}{x-1}$

5. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{m}{x^2-4}$ 的解为正数,则 m 的取值范围是 ()

A. $m < -4$

B. $m > -4$

C. $m < -4$ 且 $m \neq -16$

D. $m > -4$ 且 $m \neq 8$

二、填空题

6. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 方程 $\frac{3}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是_____.

7. (2023 春·江苏泰州·八年级统考期中) 若分式方程 $\frac{3}{x-2} + 1 = \frac{m}{4-2x}$ 有增根,则 m 的值是_____.

8. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 某店用 4000 元购进一批商品,很快售完,该店又用了 5500 元购进第二批同种商品,第二批的价格比第一批多 10 元/件,数量比第一批多 25%. 设第一批购进的数量为 x 件,则可列分式方程为_____.

9. (2023 春·全国·八年级专题练习) 若关于 x 的分式方程 $\frac{x-3m}{x-2} - 1 = \frac{3m}{x+2}$ 的解是负数,则 m 的取值范围是_____.

10. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 定义一种新运算,当 $a \neq b$ 时, $a \circledast b = \begin{cases} \frac{ab}{a-b} (a > b) \\ \frac{ab}{b-a} (a < b) \end{cases}$. 若 $2 \circledast x = 4$, 则 $x =$ _____.

三、解答题

11. (2023 春·江苏·八年级期中) 解方程:

$$(1) \frac{5x+2}{x^2+x} = \frac{3}{x+1}; \quad (2) \frac{x+1}{x-1} - \frac{6}{x^2-1} = 1.$$

12. (2023 春·江苏扬州·八年级校联考期中) 解分式方程:

$$(1) \frac{x}{2x-3} + \frac{5}{3-2x} = 4 \quad (2) \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$$

13. (2023 春·江苏南京·八年级南京外国语学校校考期中) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} - 2 = \frac{m}{1-x}$.

(1) 当 $m=1$ 时, 求方程的解;

(2) 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} - 2 = \frac{m}{1-x}$ 的解为非负数, 则 m 的取值范围是_____.

14. (2023 春·江苏扬州·八年级校联考期中) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x-a}{x-2} - \frac{5}{x} = 1$

(1) 若分式方程的根是 $x=5$, 求 a 的值

(2) 若分式方程有增根, 求 a 的值

(3) 若分式方程有无解, 求 a 的值

15. (2023 春·全国·八年级专题练习) 重庆市万州区为创建文明城市, 打造美丽万州, 某街道计划将一条长 1480 米的道路改造成智慧公路.

(1) 通过工程招标, 该工程由甲队单独施工, 计划工期 70 天, 施工 1200 米后, 为了按期完工, 甲队改进了技术, 施工效率提高了 40%, 刚好按时完工, 求技术改造前甲队每天施工多少米?

(2) 在某次新的改造任务中, 乙、丙两队决定合作施工, 通过工程招标, 乙队获得了 1080 米的改造工程, 丙队获得了 640 米的改造工程, 乙、丙两个工程队同时开始施工, 施工初期, 乙工程队每天比丙工程队多施工 10 米, 乙工程队在完成 360 米改造任务后, 通过技术改进使工作效率比原来提高了 20%, 乙、丙两队同时完工, 求丙工程队平均每天施工的米数.

16. (2023 春·江苏苏州·八年级校考期中) 先阅读下面的材料, 然后回答问题:

方程 $x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2}$ 的解为 $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{2}$;

方程 $x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3}$ 的解为 $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{1}{3}$;

方程 $x + \frac{1}{x} = 4 + \frac{1}{4}$ 的解为 $x_1 = 4$, $x_2 = \frac{1}{4}$;

...

(1) 观察上述方程的解, 猜想关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = 6 + \frac{1}{6}$ 的解是_____;

(2) 根据上面的规律, 猜想关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$ 的解是_____;

(3) 由 (2) 可知, 在解方程 $y + \frac{y+2}{y+1} = \frac{5}{2}$ 时, 可以变形转化为方程 $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$ 的形式求值, 按要求写出你的变形求解过程.

专题 17 分式方程及分式方程的应用压轴题六种模型

全攻略



【考点导航】

目录

【典型例题】	1
【考点一 分式方程的定义】	1
【考点二 解分式方程】	2
【考点三 根据分式方程解的情况求参数的值】	5
【考点四 分式方程无解问题求参数的值】	7
【考点五 列分式方程】	9
【考点六 分式方程的实际应用】	11
【过关检测】	14



【典型例题】

【考点一 分式方程的定义】

例題：（2023 秋·河南开封·八年级统考期末）下列方程中是分式方程的是（ ）

A. $\frac{x}{2} - 2x = 1$ B. $2x^2 = x - 3$ C. $\frac{1}{x-2} = 2$ D. $\frac{3x+1}{\pi} = 2$

【答案】C

【分析】根据分式方程的定义判断即可。

【详解】解：A，B，D 选项中的方程，分母中不含未知数，所以不是分式方程，故不符合题意；

C 选项方程中的分母中含未知数，是分式方程，故符合题意；

故选：C。

【点睛】本题考查了分式方程的定义，掌握分母中含有未知数的方程叫做分式方程是解题的关键。

【变式训练】

1. （2023 春·江苏·八年级专题练习）下列方程中不是分式方程的是（ ）

A. $\frac{2}{x+1} = 3$ B. $\frac{1}{x} = \frac{3}{x-1}$ C. $\frac{x}{2} = 2$ D. $\frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$

【答案】C

【分析】根据分式方程的概念逐项判断即可找出正确答案.

【详解】解：分式方程需同时满足3个条件，即是方程，有分母，分母中含有未知量，观察可知，选项ABD均满足上述三个条件，故都是分式方程，选项C分母中没有未知量，不属于分式方程，故答案为：C.

【点睛】本题考查分式方程的概念，熟练掌握分式方程的判定方法是解题的关键.

2. (2023 春·八年级课时练习) 下列方程：① $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$ ；② $\frac{x-b}{a} = 1 - \frac{x-a}{b}$ (a, b 为常数，且 $ab \neq 0$)；③ $\frac{x-1}{2} - \frac{y+3}{6} = \frac{1}{3}$ ；④ $\frac{x}{x-3} = 2 - \frac{3}{x-3}$ ；⑤ $\frac{x}{\pi} + 5 = x$. 其中，分式方程有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【分析】根据分式方程的定义对各小题进行逐一分析即可.

【详解】① $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$ 分母中含未知数，是分式方程；

② $\frac{x-b}{a} = 1 - \frac{x-a}{b}$ (a, b 为常数，且 $ab \neq 0$) 分母中不含未知数，故不是分式方程；

③ $\frac{x-1}{2} - \frac{y+3}{6} = \frac{1}{3}$ 分母中不含未知数，故不是分式方程；

④ $\frac{x}{x-3} = 2 - \frac{3}{x-3}$ 分母中含未知数，是分式方程；

⑤ $\frac{x}{\pi} + 5 = x$ 分母中不含未知数，故不是分式方程；

综上，①④是分式方程，共有2个，

故选：B.

【点睛】本题考查了分式方程的定义，判断一个方程是否为分式方程，主要是依据分式方程的定义，也就是看分母中是否含有未知数，注意：仅仅是字母不行，必须是表示未知数的字母.

【考点二 解分式方程】

例题：(2023 秋·陕西商洛·八年级统考期末) 解下列分式方程：

(1) $\frac{x}{x-1} = \frac{3}{2x-2} - 1$

(2) $\frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1} = \frac{x+1}{4x^2-1}$

【答案】(1) $x = \frac{5}{4}$

(2) $x = 6$

【分析】(1)根据解分式方程的基本步骤求解即可.

(2)根据解分式方程的基本步骤求解即可.

【详解】(1)解: 方程两边同时乘 $2(x-1)$, 得 $2x = 3 - 2(x-1)$

化简, 得 $4x - 5 = 0$

解得: $x = \frac{5}{4}$

经检验, $x = \frac{5}{4}$ 是原分式方程的解

故 $x = \frac{5}{4}$ 是原方程的解.

(2) 方程两边同乘以 $(2x+1)(2x-1)$, 得: $6x - 3 - 4x - 2 = x + 1$,

解得: $x = 6$.

检验: 当 $x = 6$ 时, $(2x+1)(2x-1) \neq 0$,

故 $x = 6$ 是分式方程的解.

【点睛】 本题考查了分式方程的解法, 熟练掌握解分式方程的基本步骤是解题的关键.

【变式训练】

1. (2023 春·河南周口·八年级统考阶段练习) 解下列分式方程:

(1) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x-2} + 1$ (2) $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x-2)}$

【答案】(1) $x = 3$

(2) $x = 5$

【分析】(1) 分式方程两边同时乘以 $(x-1)(x-2)$ 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解;

(2) 分式方程两边同时乘以 $(x-1)(x-2)$ 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【详解】(1) 解: $\frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x-2} + 1$,

去分母, 得 $(x+1)(x-2) = x-1 + (x-1)(x-2)$,

去括号, 得 $x^2 + x - 2x - 2 = x - 1 + x^2 - x - 2x + 2$,

移项、合并同类项, 得 $x = 3$,

经检验 $x = 3$ 是原方程的解;

(2) 解: $\frac{x}{x-1}-1=\frac{3}{(x-1)(x-2)},$

去分母, 得 $x(x-2)-(x-1)(x-2)=3,$

去括号, 得 $x^2-2x-x^2+3x-2=3,$

合并同类项, 得 $x-2=3,$

即 $x=5,$

经检验 $x=5$ 是原方程的解.

【点睛】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

2. (2023 春·江苏·八年级专题练习) 解方程

(1) $\frac{3-x}{x-4}=\frac{1}{4-x}-2$

(2) $\frac{x}{x-2}-1=\frac{4}{x^2-4x+4}$

【答案】(1) 无解

(2) $x=4$

【分析】(1) 先去分母, 把分式方程化为整式方程, 再解出整式方程, 然后检验, 即可求解.

(2) 先去分母, 把分式方程化为整式方程, 再解出整式方程, 然后检验, 即可求解.

【详解】(1) 解: $\frac{3-x}{x-4}=\frac{1}{4-x}-2$

去分母得: $3-x=-1-2(x-4)$

解得: $x=4,$

检验: 当 $x=4$ 时, $x-4=0,$

∴原方程无解;

(2) 解: $\frac{x}{x-2}-1=\frac{4}{x^2-4x+4}$

∴ $\frac{x}{x-2}-1=\frac{4}{(x-2)^2}$

去分母得: $x(x-2)-(x-2)^2=4,$

解得: $x=4,$

检验: 当 $x=4$ 时, $(x-2)^2 \neq 0,$

∴原方程的解为 $x=4.$

【点睛】本题主要考查了解分式方程, 熟练掌握解分式方程的基本步骤, 并注意验根是解题的关键.

【考点三 根据分式方程解的情况求参数的值】

例题 (2023 春·江苏·八年级专题练习) 关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{a-2}{2-x} = 1$ 的解为正数, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 5$ B. $a < 5$ 且 $a \neq 3$ C. $a > 5$ 且 $a \neq 2$ D. $a > 5$

【答案】B

【分析】先化分式方程为整式方程得到 $3-a=x-2$, 求得方程的解 $x=5-a$, 根据解的属性, 方程的增根两个角度去求解即可.

【详解】 $\because \frac{1}{x-2} + \frac{a-2}{2-x} = 1$,

去分母, 得 $3-a=x-2$,

解得 $x=5-a$.

$\because$ 分式方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{a-2}{2-x} = 1$ 的解为正数, 且方程的增根为 $x-2=0$,

$\therefore 5-a > 0, 3-a \neq 0$,

解得 $a < 5$ 且 $a \neq 3$,

故选 B.

【点睛】本题考查了分式方程的解, 增根, 探求字母的取值范围, 熟练根据解的属性, 增根的意义建立不等式是解题的关键.

【变式训练】

1. (2023 春·山东济南·八年级统考期末) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m-3}{2x+1} = 1$ 的解为负数, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 4$ 且 $m \neq 3$

【分析】直接解分式方程, 然后根据分式方程的解为负数, 结合 $2x+1 \neq 0$ 求出答案.

【详解】解: $\frac{m-3}{2x+1} = 1$,

去分母得: $m-3=2x+1$,

解得: $x = \frac{m-4}{2}$,

$\because$ 分式方程的解是负数,

$\therefore x < 0$ 且 $2x+1 \neq 0$,

即 $m-4 < 0$ 且 $m-4+1 \neq 0$,

解得: $m < 4$ 且 $m \neq 3$,

故答案为: $m < 4$ 且 $m \neq 3$.

【点睛】本题考查了分式方程的解, 正确解分式方程是解题的关键.

2. (2023 春·重庆沙坪坝·九年级重庆八中校考阶段练习) 已知关于 x 的分式方程

$\frac{x+m}{x+2} - \frac{m}{x-2} = 1$ 的解不超过 6, 且关于 y 的不等式组 $\begin{cases} m-6y > 2 \\ y-4 \leq 3y+4 \end{cases}$ 有且仅有四个整数解, 则

符合条件的整数 m 的和_____.

【答案】 -2

【分析】先解分式方程, 求得分式方程解 $x = 2 - 2m$, 再由分式方程的解不超过 6, 得 $2 - 2m \leq 6$

且 $2 - 2m \neq \pm 2$, 解得: $m \geq -2$ 且 $m \neq 0$ 、 $m \neq 2$, 然后解不等式组得 $-4 \leq m < \frac{m-2}{6}$, 根据不

等式组有四个整数解, 得 $-1 < \frac{m-2}{6} \leq 0$, 解得: $-4 < m \leq 2$, 所以 $-2 \leq m < 2$ 且 $m \neq 0$, 又因

为 m 为整数, 则 $m = \pm 1, -2$, 即可求解.

【详解】解: 解方程 $\frac{x+m}{x+2} - \frac{m}{x-2} = 1$, 得 $x = 2 - 2m$,

$\because \frac{x+m}{x+2} - \frac{m}{x-2} = 1$ 的解不超过 6,

$\therefore 2 - 2m \leq 6$ 且 $2 - 2m \neq \pm 2$,

解得: $m \geq -2$ 且 $m \neq 0$ 、 $m \neq 2$,

解不等式组 $\begin{cases} m-6y > 2 \\ y-4 \leq 3y+4 \end{cases}$, 得 $-4 \leq y < \frac{m-2}{6}$,

$\because$ 不等式组有四个整数解,

$\therefore -1 < \frac{m-2}{6} \leq 0$,

解得: $-4 < m \leq 2$,

$\therefore -2 \leq m < 2$ 且 $m \neq 0$,

$\because m$ 为整数,

$\therefore m = \pm 1, -2$,

$\therefore$ 符合条件的整数 m 的和为: $(-1) + 1 + (-2) = -2$,

故答案为: -2.

【点睛】本题考查根据分式方程解的情况和不等式组的整数解求字母系数值, 熟练掌握解分式方程和不等式组是解题的关键.

【考点四 分式方程无解问题求参数的值】

例题: (2023 春·八年级课时练习) 若关于 x 的方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{7}{x^2-1}$ 无解, 则 $k =$

_____.

【答案】 -3 或 $-\frac{7}{2}$

【分析】 首先方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$ ，整理可得方程： $(k+3)x = k+4$ ，然后分析 $k+3$ 的情况，再利用关于 x 的方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{7}{x^2-1}$ 无解，得 $x = \pm 1$ ，继而求得答案.

【详解】 解：两边都乘以 $(x+1)(x-1)$ ，得

$$k(x-1) + 3(x+1) = 7,$$

整理，得

$$(k+3)x = k+4,$$

当 $k+3=0$ 时，即 $k=-3$ 时，方程无解；

$$\text{当 } k+3 \neq 0 \text{ 时， } x = \frac{k+4}{k+3},$$

$\because$ 关于 x 的方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{7}{x^2-1}$ 无解，

$$\therefore (x+1)(x-1)=0,$$

解得： $x=1$ 或 $x=-1$ ，

$$\text{当 } x=-1 \text{ 时， } \frac{k+4}{k+3} = -1, \text{ 解得： } k = -\frac{7}{2};$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时， } \frac{k+4}{k+3} = 1, \text{ 此时无解；}$$

$$\therefore k = -3 \text{ 或 } k = -\frac{7}{2}.$$

故答案为： -3 或 $-\frac{7}{2}$.

【点睛】 本题考查分式方程的解，分式方程无解有两种情况： ① 相应的整式方程无解； ② 求出的整式方程的解是原分式方程的增根，也就是使原分式方程的分母为 0 的根.

【变式训练】

1. (2023 春·八年级课时练习) 若关于 x 的方程， $\frac{mx}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{2}{x-1}$ 无解，则 m 的值为

_____.

【答案】 $m=5$ 或 $m=6$ 或 $m=4$.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程求得 $x = \frac{1}{5-m}$ ，由分式方程无解求出 m 的值即可.

$$\text{【详解】 } \frac{mx}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{2}{x-1}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/855212320100011221>