江苏省天星湖中学2024届高三最后一卷数学试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$a\cos B+b\sin A=c$.若$a=2$，$\triangle ABC$的面积为$3(\sqrt{2}-1)$，则$b+c=$（　　）

A．5　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．16

2．设集合$A=\{x|x^2-x-2>0\}$，$B=\{x|\log_2 x\le 2\}$，则集合$(C_R A)\cap B=$

A．$\{x|-1\le x\le 2\}$　　B．$\{x|0<x\le 2\}$　　C．$\{x|0<x\le 4\}$　　D．$\{x|-1\le x\le 4\}$

3．已知复数z满足$(1+i)\,z=2i$，则$|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．1　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

4．集合$P=\{x\in N\,|\,-2<x-1<2\}$的子集的个数是（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．8

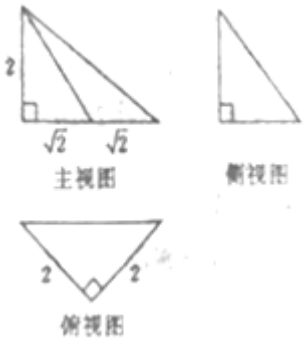
5．已知F_1,F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的两个焦点，过点$F_1$且垂直于$x$轴的直线与$C$相交于$A,B$两点，若$|AB|=\sqrt{2}$，则$\triangle ABF_2$的内切圆半径为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6．函数$f(x)=ax-2$与$g(x)=e^x$的图象上存在关于直线$y=x$对称的点，则a的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,\frac{e}{4}\right]$　　B．$\left(-\infty,\frac{e}{2}\right]$　　C．$(-\infty,e]$　　D．$(-\infty,e^2]$

7．某几何体的三视图如右图所示,则该几何体的外接球表面积为(　　)



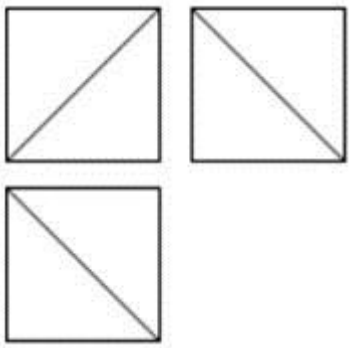
A．12π　　**B**．16π

C．24π　　**D**．48π

8．已知三棱锥 ***P*－*ABC*** 的顶点都在球 ***O*** 的球面上，***PA*** $=\sqrt{2}$，***PB*** $=\sqrt{14}$，***AB*＝4**，***CA*＝*CB*** $=\sqrt{10}$，面 ***PAB*⊥面 *ABC***，则球 ***O*** 的表面积为（　　）

A．$\dfrac{10\pi}{3}$　　**B**．$\dfrac{25\pi}{6}$　　**C**．$\dfrac{40\pi}{9}$　　**D**．$\dfrac{50\pi}{3}$

9．一个正方体被一个平面截去一部分后,剩余部分的三视图如下图,则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（　）



A．$\dfrac{1}{8}$　　**B**．$\dfrac{1}{7}$　　**C**．$\dfrac{1}{6}$　　**D**．$\dfrac{1}{5}$

10．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，点 $P\left(x_0,y_0\right)$ 是直线 $bx-ay+4a=0$ 上任意一点，若圆 $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2=1$ 与双曲线 C 的右支没有公共点，则双曲线的离心率取值范围是（　　）.

A．$(1,2]$　　**B**．$(1,4]$　　**C**．$[2,+\infty)$　　**D**．$[4,+\infty)$

11．《算数书》竹简于上世纪八十年代在湖北省江陵县张家山出土，这是我国现存最早的有系统的数学典籍.其中记载有求“囷盖”的术：“置如其周，令相承也.又以高乘之，三十六成一”.该术相当于给出了由圆锥的底面周长 L 与高 h，计算其体积 $V\approx\dfrac{1}{36}L^2h$ 的近似公式.它实际上是将圆锥体积公式中的圆周率近似取为 3.那么近似公式 $V\approx\dfrac{3}{112}L^2h$ 相当于将圆锥体积公式中的圆周率近似取为（　　）

A．$\dfrac{22}{7}$　　**B**．$\dfrac{157}{50}$　　**C**．$\dfrac{28}{9}$　　**D**．$\dfrac{337}{115}$

12．在ΔABC中，内角A的平分线交BC边于点D，$AB=4$，$AC=8$，$BD=2$，则ΔABD的面积是（　　）

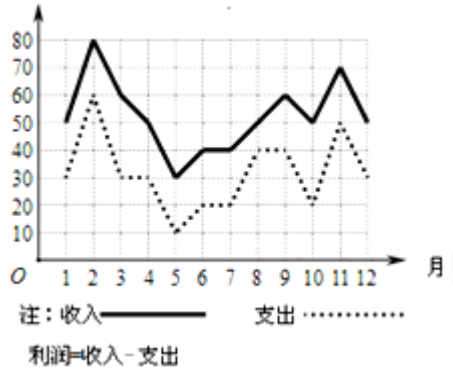
A．$16\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{15}$　　C．3　　D．$8\sqrt{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在$\triangle ABC$中，内角$A,\ B,\ C$所对的边分别是$a,\ b,\ c$，若$\cos B=\frac{4}{5},\cos C=\frac{12}{13}$，$b=1$，则$a=$_____.

14．点P_0是曲线$y=3\ln x+x+k$（$k\in\mathbf{R}$）图象上的一个定点，过点P_0的切线方程为$4x-y-1=0$，则实数k的值为_____.

15．某商场一年中各月份的收入、支出情况的统计如图所示，下列说法中正确的是_____.



①2至3月份的收入的变化率与11至12月份的收入的变化率相同；

②支出最高值与支出最低值的比是6:1；

③第三季度平均收入为50万元；

④利润最高的月份是2月份.

16．某市高三理科学生有15000名，在一次调研测试中，数学成绩ξ服从正态分布$N\left(100,\ \sigma^2\right)$，已知$P\left(80<\xi\leq 100\right)=0.40$，若按成绩分层抽样的方式取$100$份试卷进行分析，则应从$120$分以上的试卷中抽取的份数为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知$(x+1)^n=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+a_3(x-1)^3+\cdots+a_n(x-1)^n$，（其中$n\in\mathbf{N}^*$）

$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$.

(1)求S_n；

(2)求证：当$n\geq 4$时，$S_n>(n-2)2^n+2n^2$.

18．（12分）已知$x>0$，$y>0$，$z>0$，$x^2+y^2+z^2=1$，证明：

（1）$(x+y)^2+(y+z)^2+(x+z)^2\geq 4$；

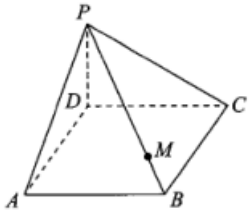
（2）$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>1+2\sqrt{xy}+2\sqrt{xz}+2\sqrt{yz}$.

19.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{a}{2}x^2-x(\ln x-b-1)$，$a,b\in\mathrm{R}$.

（1）当 $b=-1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的零点个数；

（2）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $c\le e^{2a+b}$ 求 c 的最大值.

20.（12 分）如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB=2$，$\angle APC=\frac{\pi}{3}$，M 为 PB 上的四等分点，即 $BM=\frac{1}{4}BP$.



（1）证明：平面 $AMC\perp$ 平面 PBC；

（2）求平面 PDC 与平面 AMC 所成锐二面角的余弦值.

21.（12 分）这次新冠肺炎疫情，是新中国成立以来在我国发生的传播速度最快、感染范围最广、防控难度最大的一次重大突发公共卫生事件.中华民族历史上经历过很多磨难，但从来没有被压垮过，而是愈挫愈勇，不断在磨难中成长，从磨难中奋起.在这次疫情中，全国人民展现出既有责任担当之勇、又有科学防控之智.某校高三学生也展开了对这次疫情的研究，一名同学在数据统计中发现，从 2020 年 2 月 1 日至 2 月 7 日期间，日期 x 和全国累计报告确诊病例数量 y（单位：万人）之间的关系如下表：

日期 x	1	2	3	4	5	6	7
全国累计报告确诊病例数量 y（万人）	1.4	1.7	2.0	2.4	2.8	3.1	3.5

（1）根据表中的数据，运用相关系数进行分析说明，是否可以用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系？

（2）求出 y 关于 x 的线性回归方程 $y=bx+a$（系数精确到 0.01）.并预测 2 月 10 日全国累计报告确诊病例数.

参考数据：$\sum_{i=1}^{7}y_i=16.9$，$\sum_{i=1}^{7}x_iy_i=77.5$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})}=1.88$，$\sqrt{7}\approx2.65$.

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}}$

回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}}$，$a=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=2\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1, x\in R.$

（1）求 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）$\triangle ABC$ 内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，若 $f(\dfrac{A}{2})=1$ 且 A 为锐角，$a=3$，$\sin C=2\sin B$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据正弦定理边化角以及三角函数公式可得 $A=\dfrac{\pi}{4}$,再根据面积公式可求得 $bc=6(2-\sqrt{2})$,再代入余弦定理求解即可.

【详解】

$\triangle ABC$ 中,$a\cos B+b\sin A=c$,由正弦定理得 $\sin A\cos B+\sin B\sin A=\sin C$,

又 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$,

$\therefore\sin B\sin A=\cos A\sin B$,又 $\sin B\neq 0$,$\therefore\sin A=\cos A$,$\therefore\tan A=1$,又 $A\in(0,\pi)$,

$\therefore A=\dfrac{\pi}{4}\because S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{4}bc=3(\sqrt{2}-1)$,

$\therefore bc=6(2-\sqrt{2})$,$\because a=2$,$\therefore$由余弦定理可得 $a^2=(b+c)^2-2bc-2bc\cos A$,

$\therefore (b+c)^2 = 4+(2+\sqrt{2})bc = 4+(2+\sqrt{2})\times 6(2-\sqrt{2}) = 16$,可得$b+c=4$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了解三角形中正余弦定理与面积公式的运用,属于中档题.

2、B

【解析】

先求出集合A和它的补集，然后求得集合B的解集，最后取它们的交集得出结果.

【详解】

对于集合 A，$(x-2)(x+1)>0$，解得$x<-1$或$x>2$，故$C_R A=[-1,2]$.对于集合 B，$\log_2 x \le 2 = \log_2 4$，解得$0<x\le 4$.故$(C_R A)\cap B=(0,2]$.故选 B.

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查对数不等式的解法，考查集合的补集和交集的运算.对于有两个根的一元二次不等式的解法是：先将二次项系数化为正数，且不等号的另一边化为0，然后通过因式分解，求得对应的一元二次方程的两个根，再利用“大于在两边，小于在中间”来求得一元二次不等式的解集.

3、A

【解析】

根据复数的运算法则，可得z，然后利用复数模的概念，可得结果.

【详解】

由题可知：$z=\dfrac{2i}{1+i}=\dfrac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{2i-2i^2}{1-i^2}$

由$i^2=-1$，所以$z=1+i$

所以$|z|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

故选：A

【点睛】

本题主要考查复数的运算，考验计算，属基础题.

4、D

【解析】

先确定集合P中元素的个数，再得子集个数.

【详解】

由题意 $P=\{x\in N\,|\,-1<x<3\}=\{0,1,2\}$，有三个元素，其子集有 8 个.

故选：D.

【点睛】

本题考查子集的个数问题，含有 n 个元素的集合其子集有 2^n 个，其中真子集有 2^n-1 个.

5、B

【解析】

首先由 $|AB|=\sqrt{2}$ 求得双曲线的方程，进而求得三角形的面积，再由三角形的面积等于周长乘以内切圆的半径即可求解.

【详解】

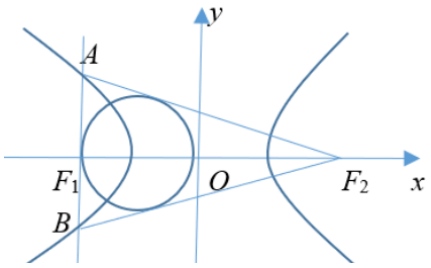
由题意 $b=1$ 将 $x=-c$ 代入双曲线 C 的方程,得 $y=\pm\frac{1}{a}$ 则 $\frac{2}{a}=\sqrt{2},a=\sqrt{2},c=\sqrt{3}$,由

$|AF_2|-|AF_1|=|BF_2|-|BF_1|=2a=2\sqrt{2}$,得 ΔABF_2 的周长为

$|AF_2|+|BF_2|+|AB|=2a+|AF_1|+2a+|BF_1|+|AB|=4a+2|AB|=6\sqrt{2}$,

设 ΔABF_2 的内切圆的半径为 r ,则 $\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}r=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{2},r=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

故选：B



【点睛】

本题考查双曲线的定义、方程和性质，考查三角形的内心的概念，考查了转化的思想，属于中档题.

6、C

【解析】

由题可知，曲线 $f(x)=ax-2$ 与 $y=\ln x$ 有公共点，即方程 $ax-2=\ln x$ 有解，可得 $a=\frac{2+\ln x}{x}$ 有解，令 $h(x)=\frac{2+\ln x}{x}$ ，则 $h'(x)=\frac{-1-\ln x}{x^2}$ ，对 x 分类讨论，得出 $x=\frac{1}{e}$ 时， $h(x)$ 取得极大值 $h\left(\frac{1}{e}\right)=e$ ，也即为最大值，进而得出结论.

【详解】

解：由题可知，曲线 $f(x)=ax-2$ 与 $y=\ln x$ 有公共点，即方程 $ax-2=\ln x$ 有解，

即 $a=\dfrac{2+\ln x}{x}$ 有解，令 $h(x)=\dfrac{2+\ln x}{x}$，则 $h'(x)=\dfrac{-1-\ln x}{x^2}$，

则当 $0<x<\dfrac{1}{e}$ 时，$h'(x)>0$；当 $x>\dfrac{1}{e}$ 时，$h'(x)<0$，

故 $x=\dfrac{1}{e}$ 时，$h(x)$ 取得极大值 $h\left(\dfrac{1}{e}\right)=e$，也即为最大值，

当 x 趋近于 0 时，$h(x)$ 趋近于 $-\infty$，所以 $a\le e$ 满足条件.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查利用导数研究函数性质的基本方法，考查化归与转化等数学思想，考查抽象概括、运算求解等数学能力，属于难题.

7、A

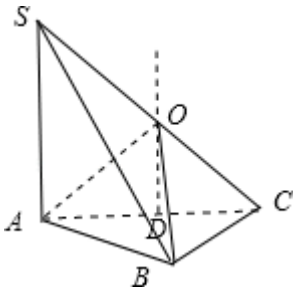
【解析】

由三视图知：几何体为三棱锥，且三棱锥的一条侧棱垂直于底面，结合直观图判断外接球球心的位置，求出半径，代入求得表面积公式计算.

【详解】

由三视图知：几何体为三棱锥，且三棱锥的一条侧棱垂直于底面，高为 2，

底面为等腰直角三角形，斜边长为 $2\sqrt{2}$，如图：



∴ΔABC 的外接圆的圆心为斜边 AC 的中点 D，$OD\perp AC$，且 $OD\subset$ 平面 SAC，

Q $SA=AC=2$，

$\therefore SC$ 的中点 O 为外接球的球心，

∴半径 $R=\sqrt{3}$，

∴外接球表面积 $S=4\pi\times 3=12\pi$.

故选：A

【点睛】

本题考查了由三视图求几何体的外接球的表面积，根据三视图判断几何体的结构特征，利用几何体的结构特征与数据求得外接球的半径是解答本题的关键.

8、D

【解析】

由题意画出图形，找出$\triangle PAB$外接圆的圆心及三棱锥$P-BCD$的外接球心O，通过求解三角形求出三棱锥$P-BCD$的外接球的半径，则答案可求.

【详解】

如图；设AB的中点为D；

$\because PA=\sqrt{2}$，$PB=\sqrt{14}$，$AB=4$，

$\therefore \triangle PAB$为直角三角形，且斜边为AB，故其外接圆半径为：$r=\frac{1}{2}AB=AD=2$；

设外接球球心为O；

$\because CA=CB=\sqrt{10}$，面$PAB\perp$面ABC，

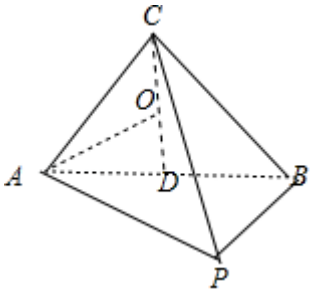
$\therefore CD\perp AB$可得$CD\perp$面PAB；且$DC=\sqrt{CA^2-AD^2}=\sqrt{6}$.

$\therefore O$在CD上；

故有：$AO^2=OD^2+AD^2\Rightarrow R^2=(\sqrt{6}-R)^2+r^2\Rightarrow R=\frac{5}{\sqrt{6}}$；

$\therefore$球O的表面积为：$4\pi R^2=4\pi\times\left(\frac{5}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{50\pi}{3}$.

故选：D.

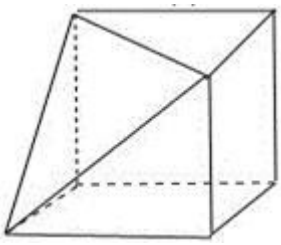


【点睛】

本题考查多面体外接球表面积的求法，考查数形结合的解题思想方法，考查思维能力与计算能力，属于中档题.

9、D

【解析】



试题分析：如图所示，截去部分是正方体的一个角,其体积是正方体体积的$\frac{1}{6}$,剩余部分体积是正方体体积的$\frac{5}{6}$,所以截去部分体积与剩余部分体积的比值为$\frac{1}{5}$,故选 D.

考点：本题主要考查三视图及几何体体积的计算.

10、B

【解析】

先求出双曲线的渐近线方程，可得则直线$bx-ay+2a=0$与直线$bx-ay=0$的距离d，根据圆$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=1$与双曲线C的右支没有公共点，可得$d\geq 1$，解得即可.

【详解】

由题意，双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\quad(a>0,b>0)$的一条渐近线方程为$y=\frac{b}{a}x$，即$bx-ay=0$，

$\because P(x_0,y_0)$是直线$bx-ay+4a=0$上任意一点，

则直线$bx-ay+4a=0$与直线$bx-ay=0$的距离$d=\frac{4a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{4a}{c}$，

$\because$圆$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=1$与双曲线C的右支没有公共点，则$d\geq 1$，

$\therefore \frac{4a}{c}\geq 1$，即$e=\frac{c}{a}\leq 4$，又$e>1$

故e的取值范围为$(1,4]$，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了直线和双曲线的位置关系，以及两平行线间的距离公式，其中解答中根据圆与双曲线C的右支没有公共点得出$d\geq 1$是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

11、C

【解析】

将圆锥的体积用两种方式表达，即$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{3}{112}(2\pi r)^2h$，解出$\pi$即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/856224101010010123