

新疆维吾尔自治区喀什地区巴楚县第一中学 2024 年数学高三上期末监测试题

注意事项

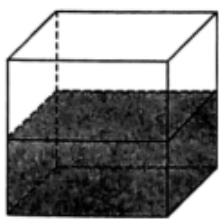
1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. “幻方”最早记载于我国公元前 500 年的春秋时期《大戴礼》中。“ n 阶幻方 ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}^*$)”是由前 n^2 个正整数组成的一个 n 阶方阵，其各行各列及两条对角线所含的 n 个数之和（简称幻和）相等，例如“3 阶幻方”的幻和为 15（如图所示）。则“5 阶幻方”的幻和为（ ）

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- A. 75 B. 65 C. 55 D. 45
2. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{m^2} = 1$ 的焦距为 $4\sqrt{5}$ ，则 C 的一个焦点到一条渐近线的距离为（ ）
- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{19}$ D. $2\sqrt{19}$
3. 数列 $\{a_n\}$ ，满足对任意的 $n \in \mathbb{N}_+$ ，均有 $a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ 为定值.若 $a_7=2$ ， $a_9=3$ ， $a_{98}=4$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的前 100 项的和 $S_{100}=(\quad)$
- A. 132 B. 299 C. 68 D. 99
4. 若 $z = 1 + (1-a)i$ ($a \in \mathbb{R}$)， $|z| = \sqrt{2}$ ，则 $a = (\quad)$
- A. 0 或 2 B. 0 C. 1 或 2 D. 1
5. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 左焦点 F 的直线 l 交 C 的左支于 A, B 两点，直线 AO (O 是坐标原点) 交 C 的右支于点 D ，若 $DF \perp AB$ ，且 $|BF| = |DF|$ ，则 C 的离心率是（ ）
- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$
6. 一个封闭的棱长为 2 的正方体容器，当水平放置时，如图，水面的高度正好为棱长的一半. 若将该正方体绕下底面（底面与水平面平行）的某条棱任意旋转，则容器里水面的最大高度为（ ）



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

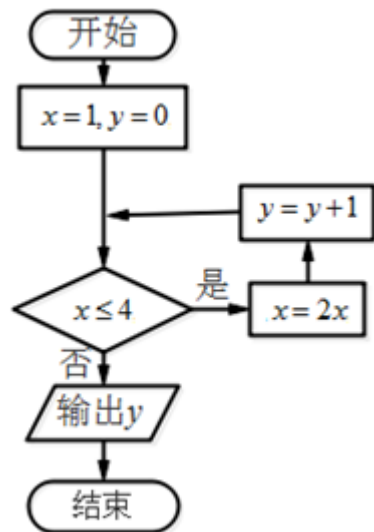
7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + \frac{1}{2}x, & x < 0 \\ \ln(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ ，若函数 $g(x) = f(x) - kx$ 有三个零点，则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $(0, 1)$ D. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq a \\ 5 - x, & x > a \end{cases}$ ($a > 0$)，若函数 $g(x) = f(x) - 4|x|$ 有三个零点，则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1) \cup [5, +\infty)$ B. $(0, \frac{6}{5}) \cup [5, +\infty)$
C. $(1, 5]$ D. $(\frac{6}{5}, 5]$

9. 如图是一个算法流程图，则输出的结果是 ()

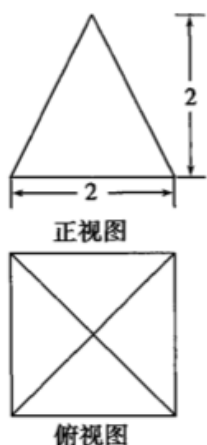


- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

10. 已知 $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin \alpha$ 的值等于 ()

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

11. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm)，则该几何体的表面积是()



- A. 8cm^2 B. 12cm^2 C. $(4\sqrt{5}+2)\text{cm}^2$ D. $(4\sqrt{5}+4)\text{cm}^2$

12. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + m = 0\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, 则 $B =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$ B. $\{-2, 3\}$ C. $\{-1, -2, 3\}$ D. $\{3\}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知两动点 A, B 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 上，动点 P 在直线 $3x + 4y - 10 = 0$ 上，若 $\angle APB$ 恒为锐角，则椭圆

C 的离心率的取值范围为_____.

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与准线的一个交点坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 则双曲线的焦距为_____.

15. 能说明“在数列 $\{a_n\}$ 中，若对于任意的 $m, n \in \mathbb{N}^+$, $a_{m+n} > a_m + a_n$, 则 $\{a_n\}$ 为递增数列”为假命题的一个等差数列是_____. (写出数列的通项公式)

16. 直线 $x \sin \alpha + y + 2 = 0$ 的倾斜角的取值范围是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, $\forall x \in \mathbb{R}$, 不等式 $|x-1| - |x-2| \leq a+b+c$ 恒成立.

(1) 求证: $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$

(2) 求证: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq \sqrt{2}$.

18. (12 分) 设 $x, y, z \in \mathbb{R}$, $z(x+2y) = m$.

(1) 若 $x^2 + 2y^2 + 3z^2$ 的最小值为 4, 求 m 的值;

(2) 若 $x^2 + 4y^2 + \frac{1}{2}z^2 \geq 1$, 证明: $m \leq -1$ 或 $m \geq 1$.

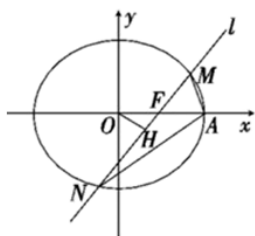
19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $0 < x < \pi$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程;
- (2) 当 $0 < m < \pi$ 时, 证明: $f(x) < m \ln x + \frac{\pi}{x}$ 对任意 $x \in (0, \pi)$ 恒成立.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 5x + 2 \ln x$.

- (1) 求 $f(x)$ 的极值;
- (2) 若 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 证明: $x_1 + x_2 > 1$.

21. (12 分) 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $\left(-\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$, 且离心率 $e = \frac{1}{2}$, 过右焦点 F 且不与坐标轴垂直的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点.



- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
- (2) 设椭圆 C 的右顶点为 A , 线段 MN 的中点为 H , 记直线 OH, AM, AN 的斜率分别为 k_0, k_1, k_2 , 求证: $\frac{k_1 + k_2}{k_0}$ 为定值.

22. (10 分) 健身馆某项目收费标准为每次 60 元, 现推出会员优惠活动: 具体收费标准如下:

消费次数	第 1 次	第 2 次	第 3 次	不少于 4 次
收费比例	0.95	0.90	0.85	0.80

现随机抽取了 100 为会员统计它们的消费次数, 得到数据如下:

消费次数	1 次	2 次	3 次	不少于 4 次
频数	60	25	10	5

假设该项目的成本为每次 30 元, 根据给出的数据回答下列问题:

- (1) 估计 1 位会员至少消费两次的概率
- (2) 某会员消费 4 次, 求这 4 次消费获得的平均利润;
- (3) 假设每个会员每星期最多消费 4 次, 以事件发生的频率作为相应事件的概率, 从会员中随机抽取两位, 记从这两位会员的消费获得的平均利润之差的绝对值为 X , 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

计算 $1+2+\dots+25$ 的和，然后除以 5，得到“5 阶幻方”的幻和。

【详解】

依题意“5 阶幻方”的幻和为 $\frac{1+2+\dots+25}{5} = \frac{\frac{1+25}{2} \times 25}{5} = 65$ ，故选 B.

【点睛】

本小题主要考查合情推理与演绎推理，考查等差数列前 n 项和公式，属于基础题.

2、B

【解析】

根据焦距即可求得参数 m ，再根据点到直线的距离公式即可求得结果.

【详解】

因为双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{m^2} = 1$ 的焦距为 $4\sqrt{5}$ ，

故可得 $4 + m^2 = (2\sqrt{5})^2$ ，解得 $m^2 = 16$ ，不妨取 $m = 4$ ；

又焦点 $F(2\sqrt{5}, 0)$ ，其中一条渐近线为 $y = -2x$ ，

由点到直线的距离公式即可求的 $d = \frac{|4\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = 4$.

故选：B.

【点睛】

本题考查由双曲线的焦距求方程，以及双曲线的几何性质，属综合基础题.

3、B

【解析】

由 $a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ 为定值，可得 $a_{n+3} = a_n$ ，则 $\{a_n\}$ 是以 3 为周期的数列，求出 a_1, a_2, a_3 ，即求 S_{100} ．

【详解】

对任意的 $n \in \mathbb{N}_+$ ，均有 $a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ 为定值，

$$\therefore (a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}) - (a_n + a_{n+1} + a_{n+2}) = 0,$$

$$\text{故 } a_{n+3} = a_n,$$

$\therefore \{a_n\}$ 是以 3 为周期的数列，

$$\text{故 } a_1 = a_7 = 2, a_2 = a_8 = 4, a_3 = a_9 = 3,$$

$$\therefore S_{100} = (a_1 + a_2 + a_3) + L + (a_{97} + a_{98} + a_{99}) + a_{100} = 33(a_1 + a_2 + a_3) + a_1$$

$$= 33(2 + 4 + 3) + 2 = 299.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查周期数列求和，属于中档题.

4、A

【解析】

利用复数的模的运算列方程，解方程求得 a 的值.

【详解】

由于 $z = 1 + (1-a)i$ ($a \in \mathbb{R}$)， $|z| = \sqrt{2}$ ，所以 $\sqrt{1^2 + (1-a)^2} = \sqrt{2}$ ，解得 $a = 0$ 或 $a = 2$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查复数模的运算，属于基础题.

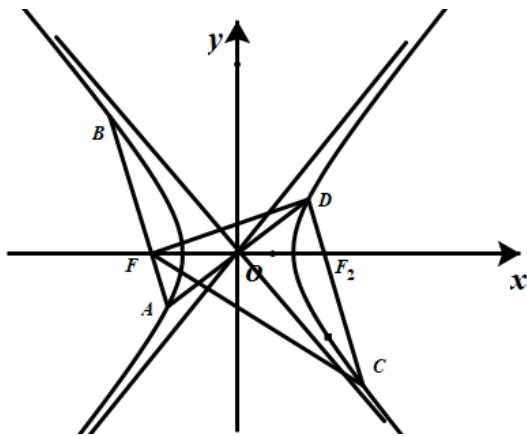
5、D

【解析】

如图，设双曲线的右焦点为 F_2 ，连接 DF_2 并延长交右支于 C ，连接 FC ，设 $DF_2 = x$ ，利用双曲线的几何性质可以得

到 $DF = x + 2a$ ， $FC = x + 4a$ ，结合 $Rt\triangle FDC$ 、 $Rt\triangle FDF_2$ 可求离心率.

【详解】



如图，设双曲线的右焦点为 F_2 ，连接 FC ，连接 DF_2 并延长交右支于 C 。

因为 $FO = OF_2$, $AO = OD$ ，故四边形 FAF_2D 为平行四边形，故 $FD \perp DF_2$ 。

又双曲线为中心对称图形，故 $F_2C = BF$ 。

设 $DF_2 = x$ ，则 $DF = x + 2a$ ，故 $F_2C = x + 2a$ ，故 $FC = x + 4a$ 。

因为 $\triangle FDC$ 为直角三角形，故 $(x + 4a)^2 = (2x + 2a)^2 + (x + 2a)^2$ ，解得 $x = a$ 。

在 $Rt\triangle FDF_2$ 中，有 $4c^2 = a^2 + 9a^2$ ，所以 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查双曲线离心率，注意利用双曲线的对称性（中心对称、轴对称）以及双曲线的定义来构造关于 a, b, c 的方程，

本题属于难题。

6、B

【解析】

根据已知可知水面的最大高度为正方体面对角线长的一半，由此得到结论。

【详解】

正方体的面对角线长为 $2\sqrt{2}$ ，又水的体积是正方体体积的一半，

且正方体绕下底面（底面与水平面平行）的某条棱任意旋转，

所以容器里水面的最大高度为面对角线长的一半，

即最大水面高度为 $\sqrt{2}$ ，故选 B。

【点睛】

本题考查了正方体的几何特征，考查了空间想象能力，属于基础题。

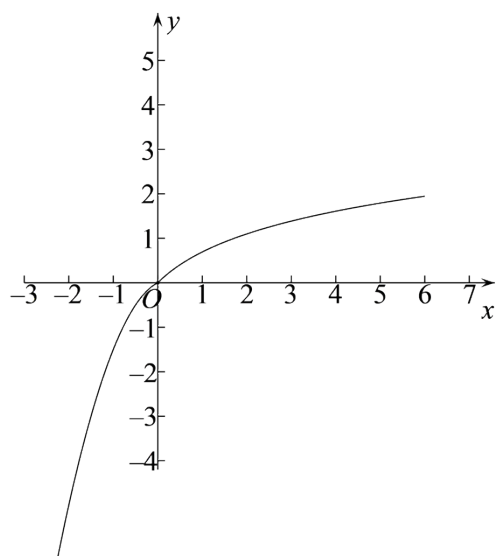
7、B

【解析】

根据所给函数解析式，画出函数图像.结合图像，分段讨论函数的零点情况：易知 $x=0$ 为 $g(x)=f(x)-kx$ 的一个零点；对于当 $x<0$ 时，由代入解析式解方程可求得零点，结合 $x<0$ 即可求得 k 的范围；对于当 $x>0$ 时，结合导函数，结合导数的几何意义即可判断 k 的范围.综合后可得 k 的范围.

【详解】

根据题意，画出函数图像如下图所示：



函数 $g(x)=f(x)-kx$ 的零点，即 $f(x)=kx$.

由图像可知， $f(0)=0$,

所以 $x=0$ 是 $f(x)-kx=0$ 的一个零点，

当 $x<0$ 时， $f(x)=-x^2+\frac{1}{2}x$, 若 $f(x)-kx=0$,

则 $-x^2+\frac{1}{2}x-kx=0$, 即 $x=\frac{1}{2}-k$, 所以 $\frac{1}{2}-k<0$, 解得 $\frac{1}{2}<k$;

当 $x>0$ 时， $f(x)=\ln(x+1)$,

则 $f'(x)=\frac{1}{x+1}$, 且 $\frac{1}{x+1}\in(0,1)$

若 $f(x)-kx=0$ 在 $x>0$ 时有一个零点，则 $k\in(0,1)$,

综上可得 $k\in\left(\frac{1}{2},1\right)$,

故选：B.

【点睛】

本题考查了函数图像的画法，函数零点定义及应用，根据零点个数求参数的取值范围，导数的几何意义应用，属于中档题.

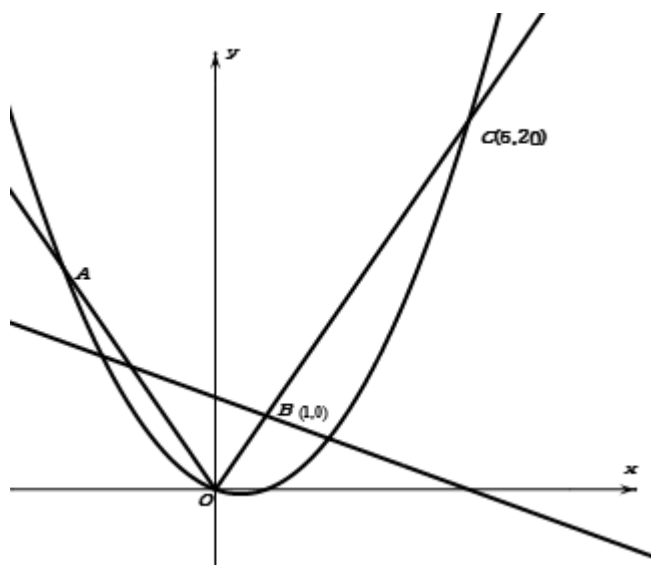
8、A

【解析】

分段求解函数零点，数形结合，分类讨论即可求得结果.

【详解】

作出 $y = x^2 - x$ 和 $y = 5 - x$ ， $y = 4|x|$ 的图像如下所示：



函数 $g(x) = f(x) - 4|x|$ 有三个零点，

等价于 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有三个交点，

又因为 $a > 0$ ，且由图可知，

当 $x \leq 0$ 时 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有两个交点 A, O ，

故只需当 $x > 0$ 时， $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有一个交点即可.

若当 $x > 0$ 时，

$a \in (0, 1)$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有一个交点 B ，故满足题意；

$a = 1$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 没有交点，故不满足题意；

$a \in (1, 5)$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 也没有交点，故不满足题意；

$a \in [5, +\infty)$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有一个交点 C ，故满足题意.

综上所述，要满足题意，只需 $a \in (0, 1) \cup [5, +\infty)$.

故选：A.

【点睛】

本题考查由函数零点的个数求参数范围，属中档题.

9、A

【解析】

执行程序框图，逐次计算，根据判断条件终止循环，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，执行上述的程序框图：

第1次循环：满足判断条件， $x=2, y=1$ ；

第2次循环：满足判断条件， $x=4, y=2$ ；

第3次循环：满足判断条件， $x=8, y=3$ ；

不满足判断条件，输出计算结果 $y=3$ ，

故选 A.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的结果的计算与输出，其中解答中执行程序框图，逐次计算，根据判断条件终止循环是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.

10、A

【解析】

由余弦公式的二倍角可得， $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = 1 - 2\sin^2(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}) = \frac{7}{9}$ ，再由诱导公式有

$$\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha, \text{ 所以 } \sin \alpha = -\frac{7}{9}$$

【详解】

$$\because \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$$

$\therefore$ 由余弦公式的二倍角展开式有

$$\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{9}$$

$$\text{又} \because \cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha$$

$$\therefore \sin \alpha = -\frac{7}{9}$$

故选：A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/857112123010006056>