2024 届内蒙古乌兰察布市集宁地区高三第一次月考数学试题

注意事项：

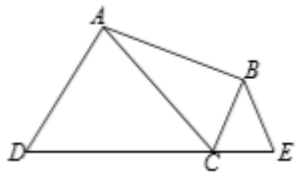
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图所示，为了测量 A 、 B 两座岛屿间的距离，小船从初始位置 C 出发，已知 A 在 C 的北偏西 $45°$ 的方向上， B 在 C 的北偏东 $15°$ 的方向上，现在船往东开 2 百海里到达 E 处，此时测得 B 在 E 的北偏西 $30°$ 的方向上，再开回 C 处，由 C 向西开 $2\sqrt{6}$ 百海里到达 D 处，测得 A 在 D 的北偏东 $22.5°$ 的方向上，则 A 、 B 两座岛屿间的距离为（　）



A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

2．地球上的风能取之不尽，用之不竭.风能是清洁能源，也是可再生能源.世界各国致力于发展风力发电，近 10 年来，全球风力发电累计装机容量连年攀升，中国更是发展迅猛，2014 年累计装机容量就突破了 100GW ，达到 114.6GW ，中国的风力发电技术也日臻成熟，在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心.以下是近 10 年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图. 根据所给信息，正确的统计结论是（　　）





A．截止到 2015 年中国累计装机容量达到峰值

B．10 年来全球新增装机容量连年攀升

C．10 年来中国新增装机容量平均超过 20GW

D．截止到 2015 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过 $\dfrac{1}{3}$

3．在函数：①$y=\cos|2x|$；②$y=|\cos x|$；③$y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$；④$y=\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$中，最小正周期为 π 的所有函数为（　）

A．①②③　　B．①③④　　C．②④　　D．①③

4．已知圆 $x^2+y^2-6x-7=0$ 与抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线相切，则 p 的值为（）

A．1　　**B．2**　　**C．** $\frac{1}{2}$　　**D．4**

5．设 $y=f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且在 $\left[0,+\infty\right)$ 单调递增，$a=\log_{0.2}0.3, b=\log_2 0.3$，则（　　）

A． $f(a+b)>f(ab)>f(0)$　　**B．** $f(a+b)>f(0)>f(ab)$

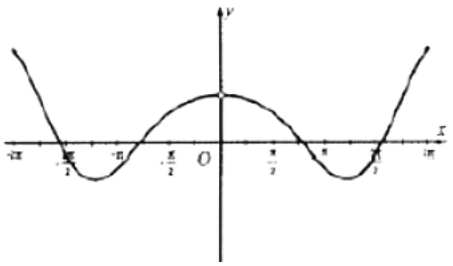
C． $f(ab)>f(a+b)>f(0)$　　**D．** $f(ab)>f(0)>f(a+b)$

6．一个正四棱锥形骨架的底边边长为 2，高为 $\sqrt{2}$，有一个球的表面与这个正四棱锥的每个边都相切，则该球的表面积为（　　）

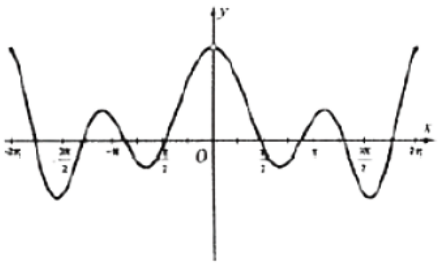
A． $4\sqrt{3}\pi$　　**B．** 4π　　**C．** $4\sqrt{2}\pi$　　**D．** 3π

7．函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}+\frac{x^2\cos x}{20}$ 在 $[-2\pi,0)\cup(0,2\pi]$ 上的图象大致为(　　)

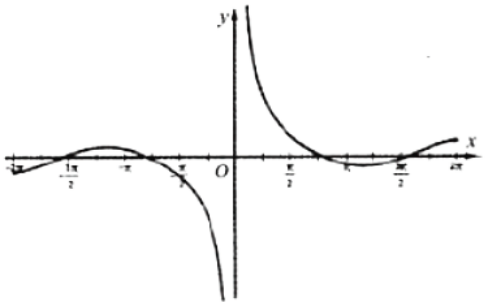
A．



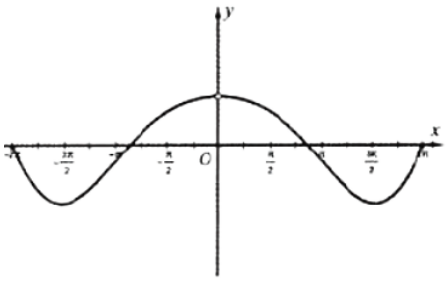
B．



C．



D．



8．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}4^x+3, x\le 0\\ 2^x+\log_9 x^2-9, x>0\end{cases}$，则函数 $y=f\left(f\left(x\right)\right)$ 的零点所在区间为（　　）

A． $\left(3,\frac{7}{2}\right)$　　**B．** $\left(-1,0\right)$　　**C．** $\left(\frac{7}{2},4\right)$　　**D．** $\left(4,5\right)$

9．某装饰公司制作一种扇形板状装饰品，其圆心角为 120°，并在扇形弧上正面等距安装 7 个发彩色光的小灯泡且在背面用导线相连(弧的两端各一个，导线接头忽略不计)，已知扇形的半径为 30 厘米，则连接导线最小大致需要的长度为（　　）

A．58 厘米　　**B．63 厘米**　　**C．69 厘米**　　**D．76 厘米**

10．在等差数列$\{a_n\}$中，若S_n为前n项和，$2a_9=a_{11}+12$，则S_{13}的值是（　　）

A．156　　**B．124**　　**C．136**　　**D．180**

11．已知复数z满足$z=i(1-i)$，(i为虚数单位)，则$|z|=$(　　)

A．$\sqrt{2}$　　**B．**$\sqrt{3}$　　**C．**2　　**D．3**

12．已知$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{f(x+1)}-1,-1<x<0\\ \dfrac{x}{2},\quad 0\le x<1\end{cases}$，若方程$f(x)-2ax=a-1$有唯一解，则实数$a$的取值范围是(　　)

A．$\{-8\}\cup(1,+\infty)$　　**B．**$\{-16\}\cup\left(\dfrac{1}{2},1\right]\cup(2,+\infty)$

C．$\{-8\}\cup\left[\dfrac{1}{2},1\right]\cup(2,+\infty)$　　**D．**$\{-32\}\cup[1,2]\cup(4,+\infty)$

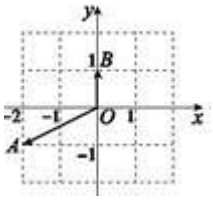
二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=3$，则$|\vec{a}|=$_____.

14．已知椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过椭圆的右焦点$F_2$作一条直线$l$交椭圆于点$P$、$Q$.则$\triangle F_1PQ$内切圆面积的最大值是_____.

15．$(3x^2-2x-1)^5$的展开式中，x^2的系数是_____.(用数字填写答案)

16．如图，在复平面内，复数z_1，z_2对应的向量分别是$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，则$\dfrac{z_1}{z_2}=$_____.



三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12分)设$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c.设S为$\triangle ABC$的面积，满足

$S=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$.

(1)求B；

(2)若$b=\sqrt{3}$，求$(\sqrt{3}-1)a+2c$的最大值.

18.（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\quad(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，点 $P\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在椭圆上.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

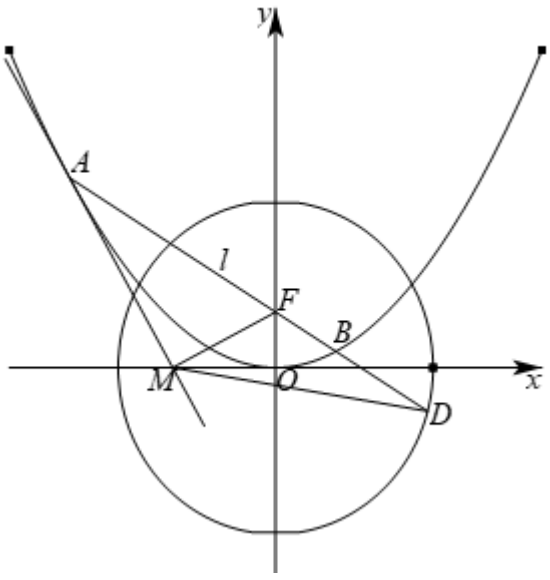
（Ⅱ）设直线 $y=kx+m$ 交椭圆 C 于 A,B 两点，线段 AB 的中点 M 在直线 $x=1$ 上，求证：线段 AB 的中垂线恒过定点.

19.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}|x-a|(a\in\mathbf{R})$.

（1）当 $a=2$ 时，解不等式 $\left|x-\frac{1}{3}\right|+f(x)\geq 1$；

（2）设不等式 $\left|x-\frac{1}{3}\right|+f(x)\leq x$ 的解集为 M，若 $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]\subseteq M$，求实数 a 的取值范围.

20.（12 分）已知抛物线 $C_1:x^2=4y$ 的焦点 F 也是椭圆 $C_2:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个焦点，C_1 与 C_2 的公共弦的长为 $2\sqrt{6}$.



（1）求 C_2 的方程；

（2）过点 F 的直线与 C_1 相交于 A、B 两点，与 C_2 相交于 C、D 两点，且 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 同向，设 C_1 在点 A 处的切线与 x 轴的交点为 M，证明：直线 l 绕点 F 旋转时，ΔMFD 总是钝角三角形；

（3）P 为 C_2 上的动点，A_1、A_2 为 C_2 长轴的两个端点，过点 O 作 A_2P 的平行线交椭圆于点 R，过点 O 作 A_1P 的平行线交椭圆于点 S，请问 ΔORS 的面积是否为定值，并说明理由.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=2^x,g(x)=x^2+2ax$.

（1）当$a=-1$时，求函数$y=f(g(x))(-2\leqslant x\leqslant 3)$的值域.

（2）设函数$h(x)=\begin{cases}f(x),x\geqslant b\\ g(x),x<b\end{cases}$，若$ab>0$，且$h(x)$的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求实数$a$的取值范围.

22.（10分）已知函数$f\left(x\right)=ax^3+bx^2$，当$x=1$时，有极大值3；

（1）求a，b的值；

（2）求函数$f\left(x\right)$的极小值及单调区间.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

先根据角度分析出$\angle CBE,\angle ACB,\angle DAC$的大小，然后根据角度关系得到$AC$的长度，再根据正弦定理计算出$BC$的长度，最后利用余弦定理求解出$AB$的长度即可.

【详解】

由题意可知：$\angle ACB=60^\circ,\angle ADC=67.5^\circ,\angle ACD=45^\circ,\angle BCE=75^\circ,\angle BEC=60^\circ$，

所以$\angle CBE=180^\circ-75^\circ-60^\circ=45^\circ$，$\angle DAC=180^\circ-67.5^\circ-45^\circ=67.5^\circ$，

所以$\angle DAC=\angle ADC$，所以$CA=CD=2\sqrt{6}$，

又因为$\frac{BC}{\sin\angle BEC}=\frac{CE}{\sin\angle CBE}$，所以$BC=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$，

所以$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\angle ACB}=\sqrt{24+6-2\times2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\frac{1}{2}}=3\sqrt{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查解三角形中的角度问题，难度一般.理解方向角的概念以及活用正、余弦定理是解答问题的关键.

2、D

【解析】

先列表分析近 10 年全球风力发电新增装机容量，再结合数据研究单调性、平均值以及占比，即可作出选择.

【详解】

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
累计装机容量	158.1	197.2	237.8	282.9	318.7	370.5	434.3	489.2	542.7	594.1
新增装机容量		39.1	40.6	45.1	35.8	51.8	63.8	54.9	53.5	51.4

中国累计装机装机容量逐年递增，*A* 错误；全球新增装机容量在 2015 年之后呈现下降趋势，*B* 错误；经计算，10 年来中国新增装机容量平均每年为19.77GW，选项 *C* 错误；截止到 2015 年中国累计装机容量197.7GW，全球累计装机容量$594.1-158.1=436\text{GW}$，占比为45.34%，选项 *D* 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查条形图，考查基本分析求解能力，属基础题.

3、A

【解析】

逐一考查所给的函数：

$y=\cos|2x|=\cos 2x$ ，该函数为偶函数，周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ ；

将函数$y=\cos x$ 图象 x 轴下方的图象向上翻折即可得到$y=|\cos x|$ 的图象，该函数的周期为$\frac{1}{2}\times 2\pi=\pi$ ；

函数$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的最小正周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ ；

函数$y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$的最小正周期为$T=\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$ ；

综上可得最小正周期为π的所有函数为①②③.

本题选择 A 选项.

点睛：求三角函数式的最小正周期时，要尽可能地化为只含一个三角函数的式子，否则很容易出现错误．一般地，经过恒等变形成“$y=A\sin(\omega x+\varphi)$，$y=A\cos(\omega x+\varphi)$，$y=A\tan(\omega x+\varphi)$”的形式，再利用周期公式即可.

4、B

【解析】

因为圆 $x^2+y^2-6x-7=0$ 与抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线相切，则圆心为（3,0），半径为 4，根据相切可知，圆心到直线的距离等于 半径，可知 p 的值为 2，选 B.

【详解】

请在此输入详解！

5、C

【解析】

根据偶函数的性质，比较 $|a+b|,|ab|$ 即可.

【详解】

解：$|a+b|=\left|\log_{0.2}0.3+\log_2 0.3\right|=\left|\frac{\lg 0.3}{\lg 0.2}+\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\right|$

$=\left|\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{5}{2}}{-\lg 5\times\lg 2}\right|=-\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{5}{2}}{\lg 5\times\lg 2}$

$|ab|=\left|\log_{0.2}0.3\times\log_2 0.3\right|=\left|\frac{\lg 0.3}{\lg 0.2}\times\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\right|$

$=\left|\frac{-\lg 0.3\times\lg 0.3}{\lg 5\times\lg 2}\right|=\frac{\lg 0.3\times\lg 0.3}{\lg 5\times\lg 2}$

$=\frac{-\lg 0.3\times\left(-\lg 0.3\right)}{\lg 5\times\lg 2}$

$=-\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{10}{3}}{\lg 5\times\lg 2}$

显然 $\lg\frac{5}{2}<\lg\frac{10}{3}$，所以 $|a+b|<|ab|$

$y=f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且在 $\left[0,+\infty\right)$ 单调递增，

所以 $f(ab)>f(a+b)>f(0)$

故选：C

【点睛】

本题考查对数的运算及偶函数的性质，是基础题.

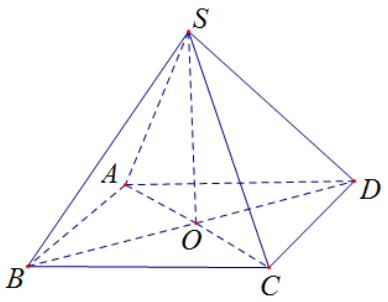
6、B

【解析】

根据正四棱锥底边边长为2，高为$\sqrt{2}$，得到底面的中心到各棱的距离都是**1**，从而底面的中心即为球心.

【详解】

如图所示：



因为正四棱锥底边边长为2，高为$\sqrt{2}$，

所以$OB=\sqrt{2},SB=2$，

O 到SB 的距离为$d=\frac{SO\times OB}{SB}=1$，

同理O到SC,SD,SA 的距离为**1**，

所以O为球的球心，

所以球的半径为：**1**，

所以球的表面积为4π.

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查组合体的表面积，还考查了空间想象的能力，属于中档题.

7、A

【解析】

首先判断函数的奇偶性，再根据特殊值即可利用排除法解得；

【详解】

解：依题意，$f(-x)=\frac{\sin(-x)}{-x}+\frac{(-x)^2\cos(-x)}{20}=\frac{\sin x}{x}+\frac{x^2\cos x}{20}=f(x)$，故函数$f\left(x\right)$为偶函数，图象关于$y$轴

对称，排除**C**；

而$f(\pi)=-\frac{\pi^2}{20}<0$，排除**B**；$f(2\pi)=\frac{\pi^2}{5}>0$，排除**D.**

故选：A.

【点睛】

本题考查函数图象的识别，函数的奇偶性的应用，属于基础题.

8、A

【解析】

首先求得$x\le 0$时，$f\left(x\right)$的取值范围.然后求得$x>0$时，$f\left(x\right)$的单调性和零点，令$f\left(f\left(x\right)\right)=0$，根据“$x\le 0$时，$f\left(x\right)$的取值范围”得到$f\left(x\right)=2^{x}+\log_{3}x-9=3$，利用零点存在性定理，求得函数$y=f\left(f\left(x\right)\right)$的零点所在区间.

【详解】

当$x\le 0$时，$3<f\left(x\right)\le 4$.

当$x\ge 0$时，$f\left(x\right)=2^{x}+\log_{9}x^{2}-9=2^{x}+\log_{3}x-9$为增函数，且$f\left(3\right)=0$，则$x=3$是$f\left(x\right)$唯一零点.由于“当$x\le 0$时，$3<f\left(x\right)\le 4$.”，所以

令$f\left(f\left(x\right)\right)=0$，得$f\left(x\right)=2^{x}+\log_{3}x-9=3$，因为$f\left(3\right)=0<3$，

$f\left(\frac{7}{2}\right)=8\sqrt{2}+\log_{3}\frac{7}{2}-9>8\times 1.414+\log_{3}3-9=3.312>3$，

所以函数$y=f\left(f\left(x\right)\right)$的零点所在区间为$\left(3,\frac{7}{2}\right)$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查分段函数的性质，考查符合函数零点，考查零点存在性定理，考查函数的单调性，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题.

9、B

【解析】

由于实际问题中扇形弧长较小，可将导线的长视为扇形弧长，利用弧长公式计算即可.

【详解】

因为弧长比较短的情况下分成6等分，

所以每部分的弦长和弧长相差很小，可以用弧长近似代替弦长，

故导线长度约为$\frac{2\pi}{3}\times 30=20\pi\approx$63(厘米).

故选：*B*.

【点睛】

本题主要考查了扇形弧长的计算，属于容易题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/858020112131006116