静电场一作业解

物理系：史彭

一. 选择题:

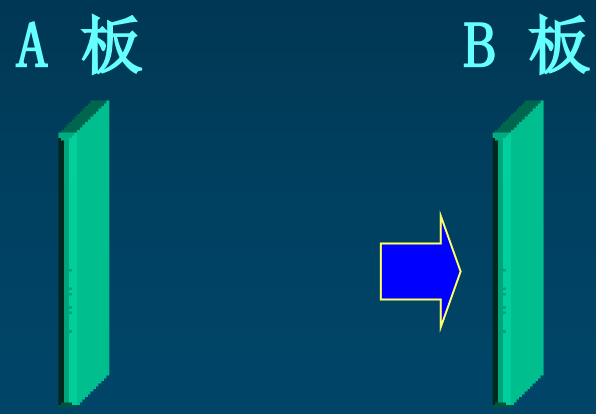
1. 面积为S的空气平行板电容器, 极板上分别带电量±q, 若不考虑边沿效应, 则两极板间的相互作用力为 [B].

(A) $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S}$ (B) $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$ (C) $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$ (D) $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S^2}$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$F = q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$F = q\frac{q}{2\varepsilon_0 S}$$



注意单板的场和电容器中的场

2. 如图所示,一种带电量为 q 的点电荷位于立方体的角上,则经过侧面 *abcd* 的电场强度通量等于 [C]

(A) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$ (B) $\frac{q}{12\varepsilon_0}$ (C) $\frac{q}{24\varepsilon_0}$ (D) $\frac{q}{48\varepsilon_0}$

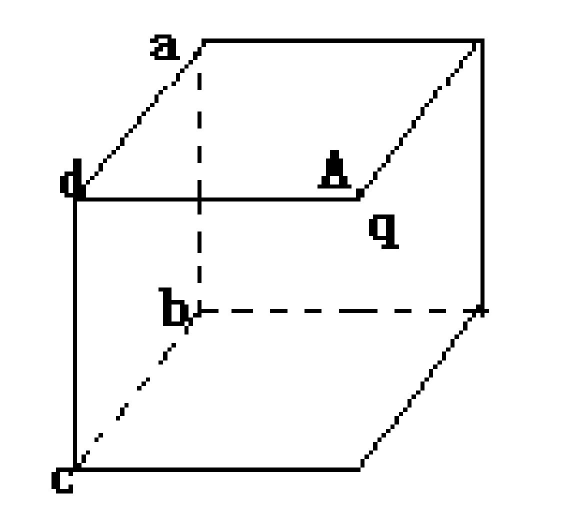
q 产生的总电通量 q / ε_0

利用对称性分析，立方体方向的通量为总通量的1/8。

过A点三个面的通量为 0,

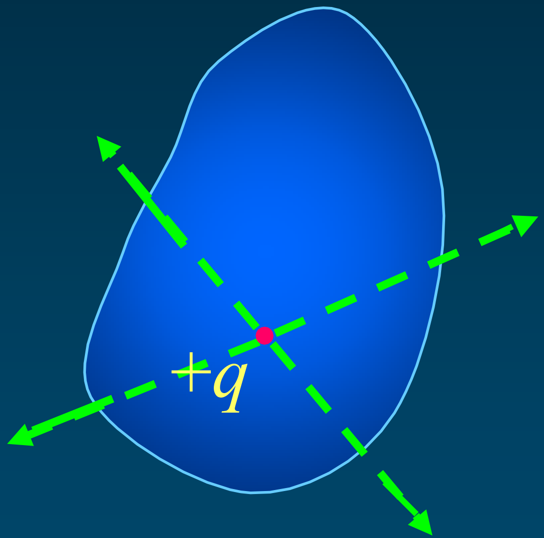
但是A点三个面的等价，成果

$$\frac{q}{24\varepsilon_0}$$



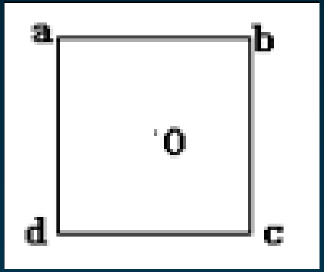
3. 高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon_0}$ [A]

(A)合用于任何静电场.
(B)只合用于具有球对称性、轴对称性和平面对称性的静电场.
(C)只合用于虽然不具有(B)中所述的对称性、但能够找到合适的高斯面的静电场.



高斯定理推导过程中考虑了多种静电场和任意曲面。

4．边长为 *L* 的正方形，在其四个顶点上各放有等量的点电荷，若正方形中心O处的场强不为零，则　　　[B]



(A) 顶点a、b、c、d处都是正电荷;

(B) 顶点a、b处是正电荷，c、d处是负电荷;

(C) 顶点a、c处是正电荷，b、d处是负电荷;

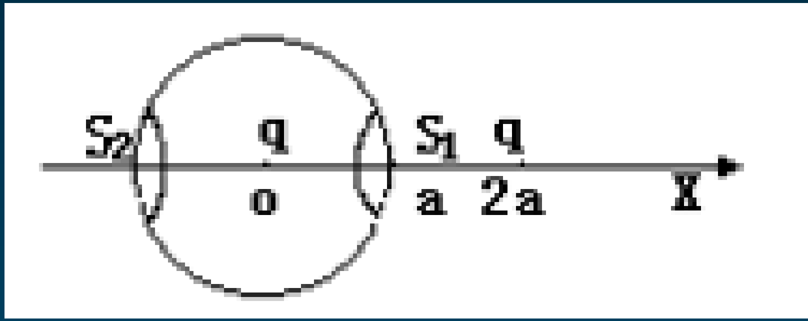
(D) 顶点a、b、c、d处都是负电荷.

解：正方形中心 O 处的场强不为零的条件是
对角线电荷不能完全同号
则 [B] 满足。

5. 有两个点电荷电量都是+q, 相距为2a.今以左边的点电荷所在处为球心,以a为半径作一球形高斯面.在球面上取两块相等的小面积S_1和S_2其位置如图所示.设经过S_1和S_2的电场强度通量分别为Φ_1和Φ_2,经过整个球面的电场强度通量为Φ_S,则[**D**]

经过整个球面的电场强度通量为

$$\Phi_S = \frac{q_{内}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



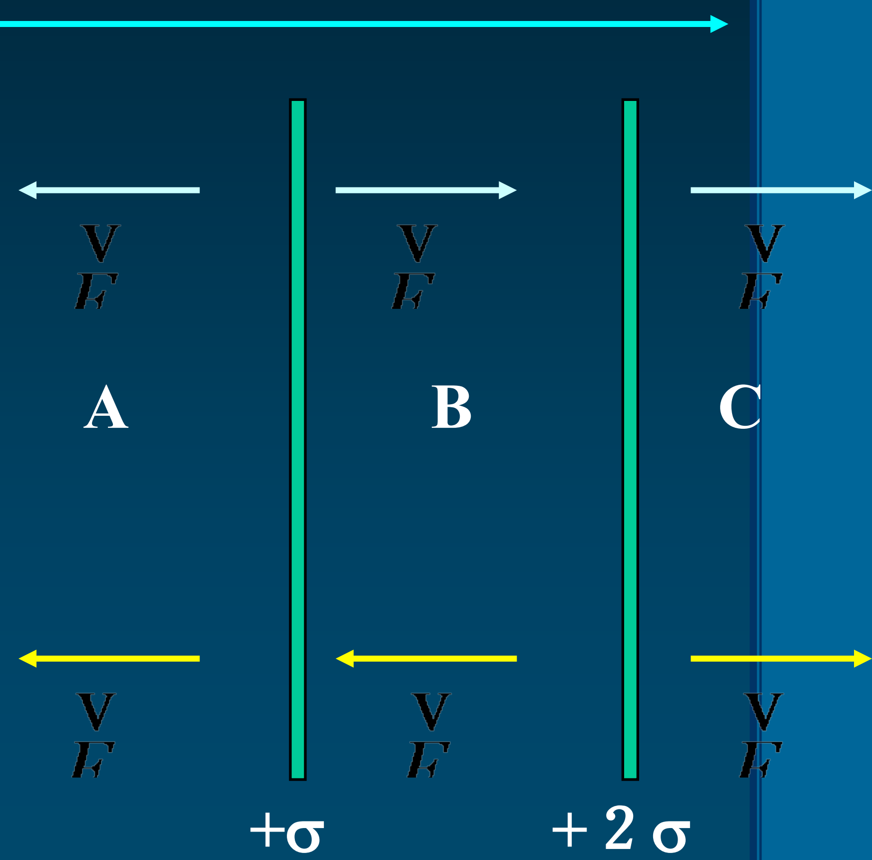
经过S_1面的通量为两个电荷产生的通量之和，这两个通量符号相反。经过S_2面的通量为两个电荷产生的通量之和，这两个通量符号相同，且都为正值，则

$$\Phi_1 < \Phi_2$$

二.填空题:

1. 两个平行的“无限大”均匀带电平面,其电荷面密度分别为+σ和+ 2 σ ,如图所示,则A、B、C三个区域的电场强度分别为

电场强度正方向



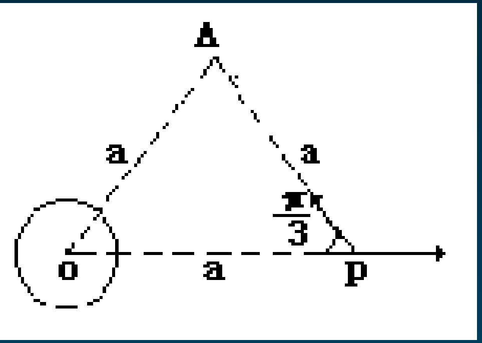
$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad E_2 = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \vec{E} + \vec{E}$$

$$E_A = -\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad E_B = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_C = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$$

2. 如图所示,一电荷线密度为λ的无限长带电直线垂直经过图面上的 A 点；一带电量为 Q 的均匀带电球体,其球心处于 O 点。ΔAPO是边长为 *a* 的等边三角形.为了使 P 点处场强方向垂直于 OP ,则λ和 Q的数量之间应满足 Q = - *a* λ 关系,且λ与Q为 异 号电荷.



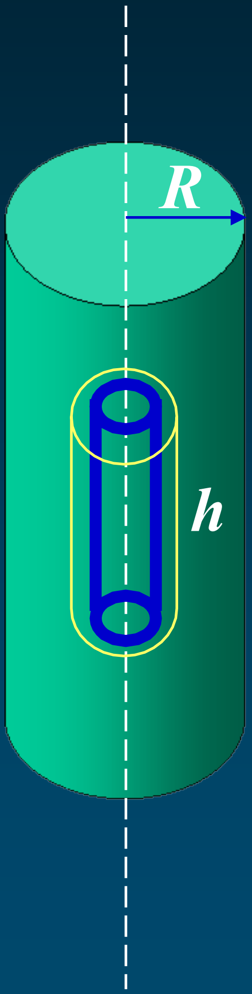
解：据题意知，P点处场强方向若垂直于OP，则λ在P点场强的OP分量与Q在P点的场强一定大小相等、方向相反．即

$$E_{\lambda OP}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}=-E_{QP}=\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$Q=-a\lambda$$

3. 二分之一径为R的无限长带电圆柱，其体电荷密度为$\rho = \rho_0 r\ (r \le R)$， ρ_0为常数，求其圆柱体内的场强（$r \le R$），圆柱体外的场强为（$r > R$）。

解：取同轴高斯面$r \le R$，由高斯定理得



$$\oint_S E_{内} dS = \frac{Q_{内}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{内} = \int dQ_{内} = \int \rho dV = \int_0^r \rho_0 r 2\pi r h dr$$

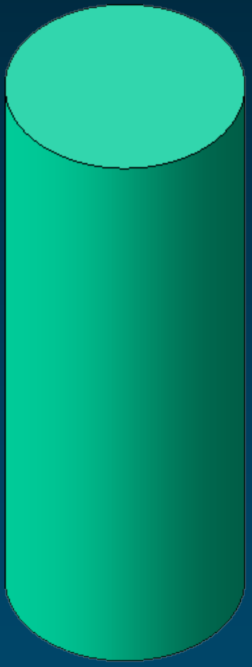
$$E_{内} 2\pi r h = \frac{2\pi \rho_0 h}{3\varepsilon_0} r^3$$

$$E_{内} = \frac{\rho_0 r^2}{3\varepsilon_0} \qquad (r \le R)$$

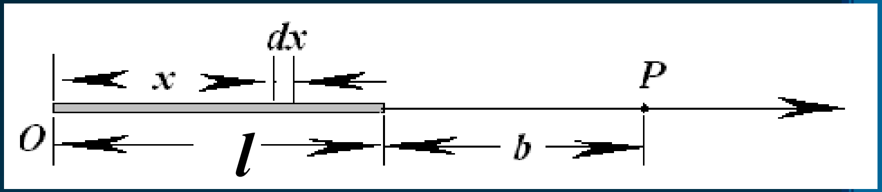
解：取同轴高斯面$r > R$，由高斯定理得

$$\oint_S E_{外} dS = \frac{Q_{内}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \rho_0 r 2\pi r h dr$$

$$E_{外} = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r} \qquad (r \geq R)$$



4. 如图所示，长为 l 的带电细导体棒，沿 x 轴放置，棒的一端在原点。设电荷线密度为 $\lambda = Ax$，A为常量。在 x 轴上坐标为 $x = l + b$处的电场强度为[$E=\frac{A}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{l}{b}-\ln\left(1+\frac{l}{b}\right)\right]$]。



解：取电荷元

$$dq = \lambda dx = Axdx$$

在P点（坐标为$l + b$）产生的电场强度的大小为

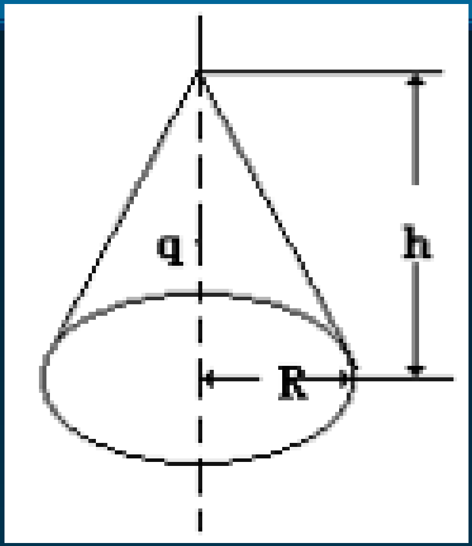
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(l+b-x)^2} = \frac{A}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdx}{(l+b-x)^2}$$

$$E = \int dE = \frac{A}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^l \frac{xdx}{(l+b-x)^2}$$

$$E = \frac{A}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{l}{b} - \ln\left(1+\frac{l}{b}\right)\right]$$

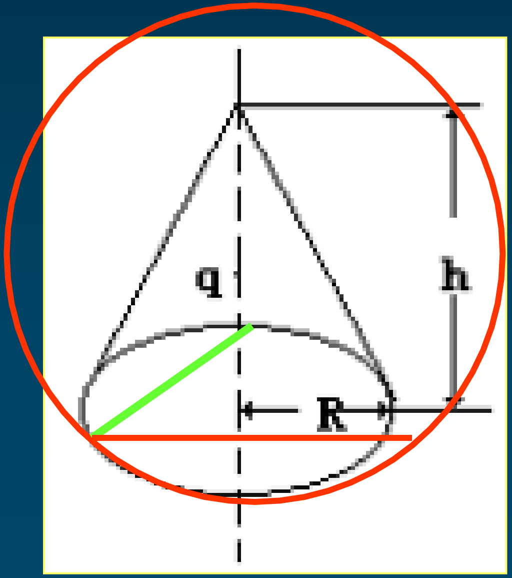
三.计算题:

1. 真空中一高 h 等于 20 cm，底面半径 R = 10cm 的圆锥体， 在其顶点与底面中心连线的中点上置一 $q = 10^{-5}$ C 的点电荷，求经过该圆锥体侧面的电场强度通量.（ $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ N^{-1}\cdot m^{-2}$ ）



觉得圆心、为 $\sqrt{2}R$ 半径作球面。

则经过圆锥侧面的电场强度通量就等于对整个球面的通量减去经过圆锥底面所截球冠的通量.



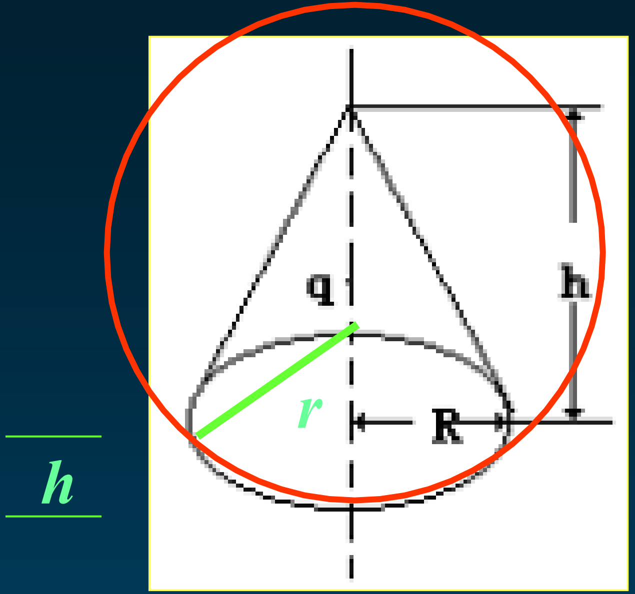
$$\frac{\Phi_{侧}}{\Phi_{总}}=\frac{\Phi_{上}}{\Phi_{总}}=\frac{S_{总}-S_{下}}{S_{总}}$$

$$\Phi_{侧}=\frac{4\pi r^2-\pi(h^2+R^2)}{4\pi r^2}\cdot\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{侧} = \frac{4\pi r^2 - \pi(h^2 + R^2)}{4\pi r^2} \cdot \frac{q}{\varepsilon_0}$$

由几何关系 $r = \sqrt{2}R$

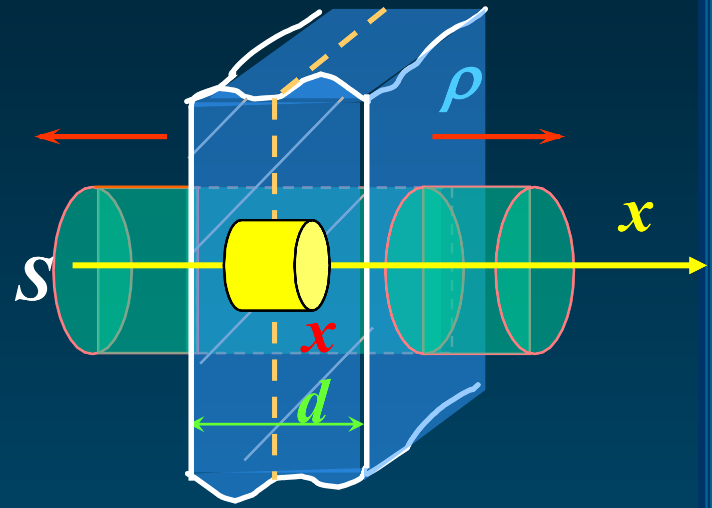
$$h = r - R$$



$$h^2 + R^2 = r^2 - 2rR + R^2 + R^2 = (4 - 2\sqrt{2})R^2$$

$$\Phi_{侧} = \frac{2+\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{q}{\varepsilon_0} = 9.64 \times 10^5\, SI$$

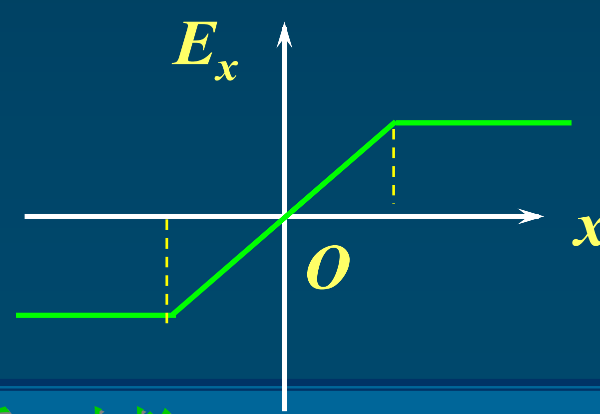
2. 图示一厚度为d 的"无限大"均匀带电平面,电荷密度为ρ,试求板内外的场强分布.并画出场强在x轴的投影值随坐标变化的图线,即E_x-x图线.(设原点在带电平板的中央平面上,ox轴垂直于平板)



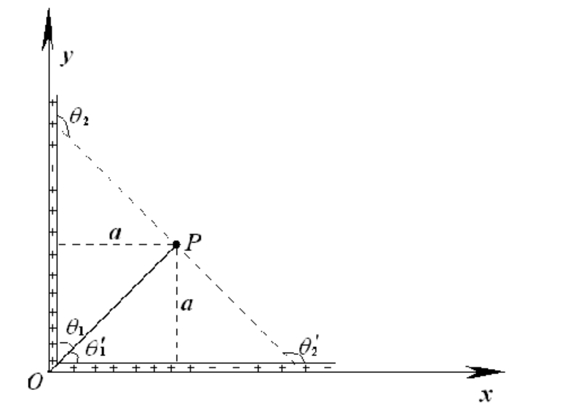
板外：$2ES=\frac{\rho Sd}{\varepsilon_0}$ $E_{外}=\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$

原点左边E为负，右边为正

板内：$2ES=\frac{\rho S\cdot 2x}{\varepsilon_0}$ $E_{内}=\frac{\rho x}{\varepsilon_0}$



3.无限长均匀带电直线，电荷线密度为λ，被折成直角的两部分。试求：如图所示P点的电场强度。



解：竖直棒在P点产生的电场强度为

$$\vec{E}_1=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}[(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\vec{i}+(\sin\theta_2-\sin\theta_1)\vec{j}]$$

$$\theta_1=\frac{\pi}{4},\theta_2=\pi$$

$$\vec{E}_1=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\vec{i}-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right]$$

水平棒在P点产生的电场强度为

$$\vec{E}_2=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\vec{j}-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}\right]$$

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$$

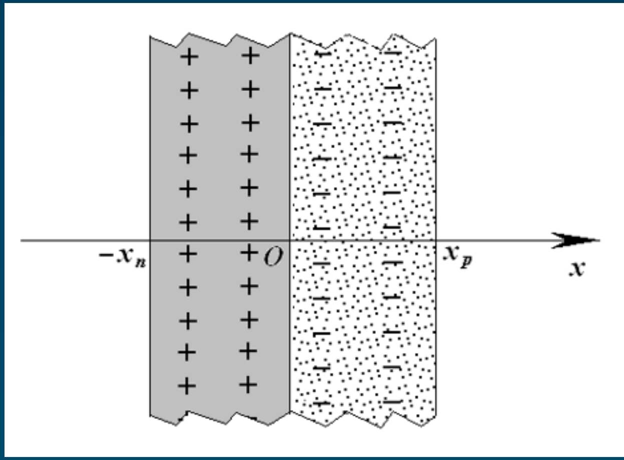
四. 证明题

如图所示，在半导体pn结附近总是堆积着正、负电荷，n区内是正电荷，p区是负电荷，两区内的电量相等。把pn结看成一对正、负电荷的“无限大”平板，它们相互接触。x轴的原点取在pn结的交接面上，方向垂直于板面。n区的范围是$-x_n \le x \le 0$；p区的范围是$0 \le x \le x_p$.设两区内电荷分布都是均匀的 n区：$\rho_e = N_D e$ p区：$\rho_e = N_A e$

这种分布称为实变形模型.其中N_D、N_A都是实数，且有$x_n N_D = x_p N_A$（两区域内的电荷数量相等）。试证明电场强度的大小为：

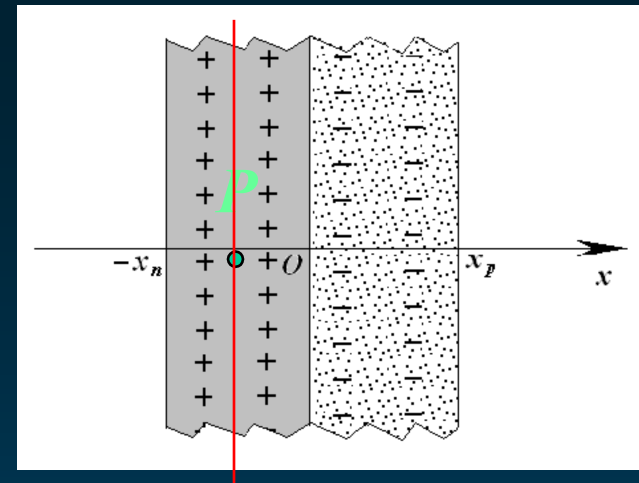
n区：$$E(x) = \frac{N_D e}{\varepsilon_0}(x_n + x)$$

p区：$$E(x) = \frac{N_A e}{\varepsilon_0}(x_p - x)$$



证明：在n区P点的电场强度

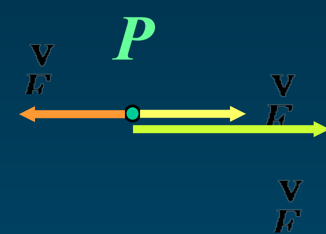
$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3$$



$-x_n$—x 无限大平板在P点产生的

$$E_1=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}=\frac{\rho_e|x_n+x|}{2\varepsilon_0}=\frac{N_De|x_n+x|}{2\varepsilon_0}$$

$$x_n>0, x<0, x_p>0$$



x—0 无限大平板在P点产生的

$$E_2=-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}=-\frac{\rho_e|x-0|}{2\varepsilon_0}=\frac{N_Dex}{2\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}$$

$$E=2\frac{N_De}{2\varepsilon_0}x+\frac{N_De}{2\varepsilon_0}x_n+\frac{N_Ae}{2\varepsilon_0}x_p$$

0—x_p 无限大平板在P点产生的

$$\because x_nN_D=x_pN_A$$

$$E_3=\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}=\frac{\rho_e|x_p-0|}{2\varepsilon_0}=\frac{N_Aex_p}{2\varepsilon_0}$$

$$\therefore E(x)=\frac{N_De}{\varepsilon_0}(x_n+x)$$

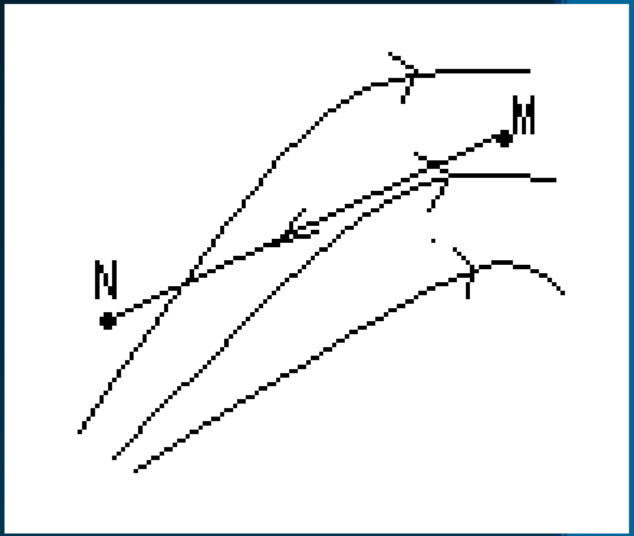
在p区内任一点的电场强度为

$$E=\frac{N_D e}{2\varepsilon_0}x_n-2\frac{N_A e}{2\varepsilon_0}x+\frac{N_A e}{2\varepsilon_0}x_p \quad =\frac{N_A e}{\varepsilon_0}(x_p-x)$$

静电场二作业解

一. 选择题:

1. 某电场的电力线分布情况如图所示。一负电荷从 M 点移到 N 点。有人根据这个图作出下列几点结论，其中哪点是正确的？ [D]



(A) 电场强度 $E_M > E_N$ 由电力线疏密判断 —错

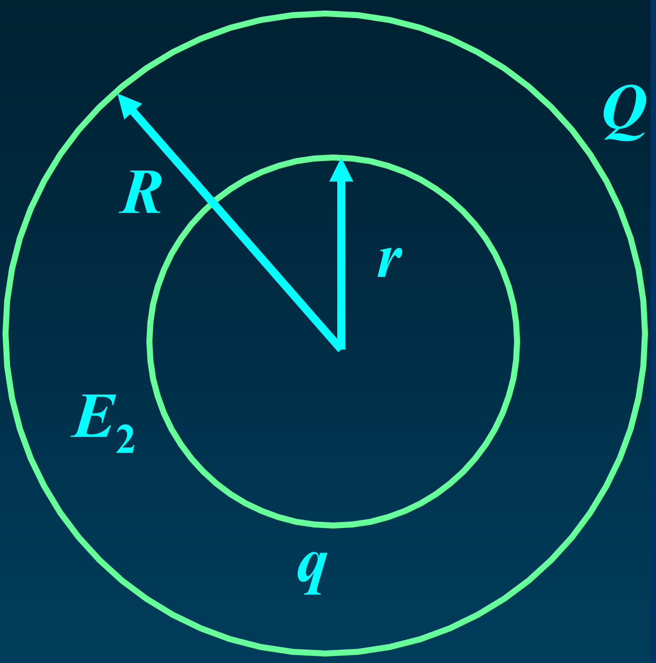
(B) 电势 $U_M > U_N$ 由电力线方向判断 —错

(C) 电势能 $W_M < W_N$ 由电势、电荷正负判断—错

(D) 电场力的功 $A > 0$ 由电势能之差判断 —对

$$W = qU \qquad A = W_M - W_N$$

2. 半径为 r 的均匀带电球面 1，带电量为 q；其外有同心的半径为 R 的均匀带电球面 2，带电量为 Q，则此两球面之间的电势差 $U_1 - U_2$ 为：［ A ］

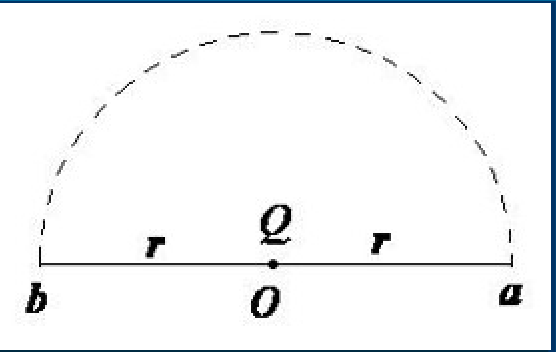


$$\vec{E}_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = \int_r^R \frac{q\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

与外球壳带电量无关！

3.真空中有一点电荷Q，在与它相距为r的a点处有一试验电荷q.现使试验电荷q从a点沿半圆弧轨道运动到b点，如图所示，则电场力对q做功为 [D]



(A) $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\dfrac{\pi r^2}{2}$ (B) $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 2r$ (C) $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (D) 0

$$A=\int_a^b q\vec{E}\cdot d\vec{l}=a(u_b-u_a)=0$$

4. 在静电场中，下列说法中哪一种是正确的？ [D]

（A）带正电荷的导体，其电势一定是正值。

（B）等势面上各点的场强一定相等。

（C）场强为零处，电势也一定为零。

（D）场强相等处，电势梯度矢量一定相等。

（A）带正电荷的导体，其电势不一定是正值。电势的正负与零点选用有关。

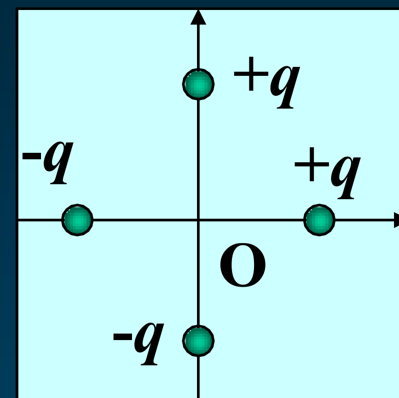
（B）等势面上各点的场强不一定相等。场强与电势梯度有关。

（C）场强为零处，电势不变但不一定为零。

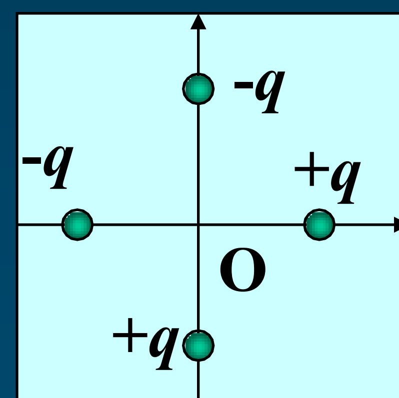
（D）场强相等处，电势梯度矢量一定相等。

5. 有四个等量点电荷在OXY平面上的四种不同组态,全部点电荷均与原点等距,设无穷远处电势为零,则原点O处电场强度和电势为零的组态是: [D]

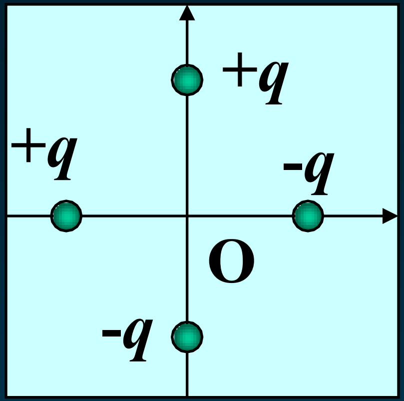
(A) $\vec{E}_O \neq 0 \quad U_O = 0$



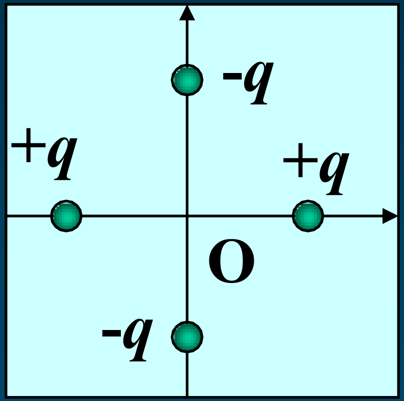
(B) $\vec{E}_O \neq 0 \quad U_O = 0$



(C) $\vec{E}_O \neq 0 \quad U_O = 0$

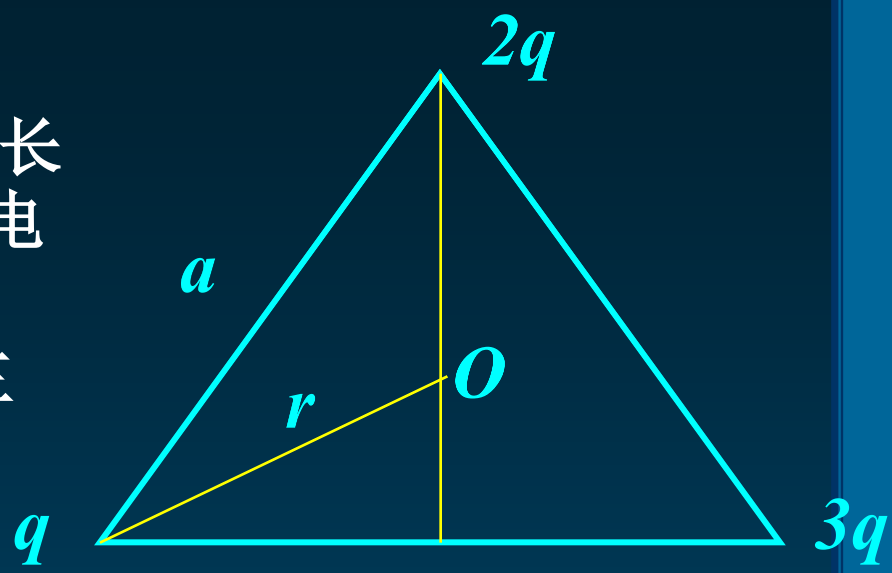


(D) $\vec{E}_O = 0 \quad U_O = 0$



二. 填空题:

1.如图所示，一等边三角形边长为a，三个顶点上分别放置着电量为q,2q,3q的三个正点电荷。设无穷远处为电势零点，则三角形中心处O的电势



$$U_O = 6\times\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$r = \frac{a/2}{\cos\pi/6} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$U_O = \frac{3\sqrt{3}q}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

2 一“无限长”均匀带电直导线沿Z轴放置，线外某区域的电势体现式为U=Aln(x^2+y^2)式中A为常数，该区域的场强的两个分量为

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{2Ax}{x^2+y^2}$$

掉负号为错！

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = 0$$

z ,不是 y!