首都师大附中 2023-2024 学年第二学期 5 月练习

高三数学 2024.04

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $M=\{x\mid(x+3)(x-1)\le 0\}$， $N=\{x\mid |x|<2\}$，则 $M\cup N=$（　　）

A. $(-2,1]$　　　　B. $[-3,2)$　　　　C. $(-2,3]$　　　　D. $[-1,2)$

2. 在复平面内，点 $(-1,2)$ 对应的复数为 $\mathrm{i}(\mathrm{i}-a)$，则实数 $a=$（　　）

A. 1　　　　B. -1　　　　C. 2　　　　D. -2

3. 下列函数既是奇函数，又在 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是（　　）

A. $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$　　　　B. $f(x)=2^{|x|}$

C. $f(x)=\tan x$　　　　D. $f(x)=2x-\dfrac{1}{x}$

4. 设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_3=a_4-2$，$S_2=a_3-2$，则公比 $q=$（　　）

A. 2　　　　B. -2　　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　　D. $-\dfrac{1}{2}$

5. 下列命题中，真命题的是（　　）

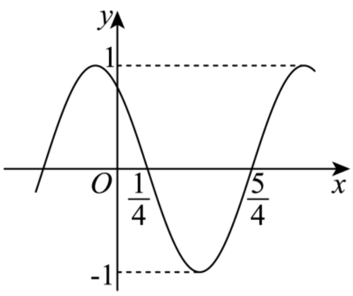
A. 若 $a<b$，则 $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　　　B. 若 $a>b$，则 $a^2>ab>b^2$

C. 若 $0<a<b<c$，则 $\log_c a<\log_c b$　　　　D. 若 $a+2b=2$，则 $2^a+4^b\ge 4$

6. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F、点 M 在抛物线上，MN 垂直 y 轴于点 N，若 $|MF|=6$，则 $\triangle MNF$ 的面积为（　　）

A. 8　　　　B. $4\sqrt{5}$　　　　C. $5\sqrt{5}$　　　　D. $10\sqrt{5}$

7. 函数 $f(x)=2\cos^2(\omega x+\varphi)+b$ 的部分图象如图所示，则以下说法正确的是（　　）



A. $\omega=\dfrac{\pi}{2},b=1$　　　　B. $\omega=\dfrac{\pi}{2},b=-1$

C. $\omega=\pi, b=1$　　　　D. $\omega=\pi, b=-1$

8. 已知直线 $l: kx-y+1-k=0$ 和圆 $\odot O: x^2+y^2=r^2(r>0)$，则“$r=\sqrt{2}$”是“存在唯一 k 使得直线 l 与 $\odot O$ 相切”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

9. 十字歇山顶是中国古代建筑屋顶的经典样式之一，图 1 中的故宫角楼的顶部即为十字歇山顶.其上部可视为由两个相同的直三棱柱交叠而成的几何体（图 2），这两个三棱柱有一个公共侧面 $ABCD$．在底面 BCE 中，若 $BE=CE=3, \angle BEC=120°$，则该几何体的体积为（　　）

图1

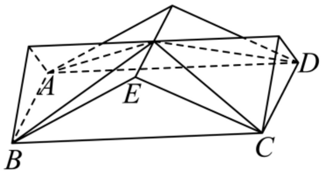


图2

A. $\dfrac{27}{2}$　　　　B. $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$　　　　C. 27　　　　D. $27\sqrt{3}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{2n-7}{2n-15}$，前 n 项和为 S_n，前 n 项积为 T_n. 则下列结论正确的个数为（　　）

①a_n 既有最小值，又有最大值，

②满足 $a_n a_{n+1} a_{n+2}<0$ 的 n 的值共有 6 个；

③使 S_n 取得最小值的 n 为 7；

④T_n 有最小值，无最大值；

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 在 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}\right)^9$ 的展开式中，常数项为________.（用数字作答）

12. 已知双曲线 C 的焦点为 $F_1(-2,0), F_2(2,0)$，实轴长为 2，则双曲线 C 的离心率为______，渐近线方程为______.

13. 已知点 $A(1,2), B(2,0), C(2,2)$，$\left|\overrightarrow{AP}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$，$O$ 为坐标原点，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}$ 的取值范围是______.

14. 深度学习是人工智能的一种具有代表性的实现方法，它是以神经网络为出发点的，在神经网络优化中，指数衰减的学习率模型为 $L=L_0 D^{\frac{G}{G_0}}$，其中 L 表示每一轮优化时使用的学习率，L_0 表示初始学习率，D 表示衰减系数，G

表示训练迭代轮数，G_0 表示衰减速度．已知某个指数衰减的学习率模型的初始学习率为 0.5，衰减速度为 18，且当训练迭代轮数为 18 时，学习率衰减为 0.4，则学习率衰减到 0.2 以下（不含 0.2）所需的训练迭代轮数至少为______．（参考数据：（$\lg 2 \approx 0.3010$）

15. 设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\sqrt{x-2}+a, x\geq 2\\ \left|a^x-2\right|, x<2\end{cases}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）．给出下列四个结论：

①当 $a=2$ 时，存在 t，方程 $f\left(x\right)=t$ 有唯一解；

②当 $a\in(0,1)$ 时，存在 t，方程 $f(x)=t$ 有三个解；

③对任意实数 a（$a>0$ 且 $a\neq 1$），$f(x)$ 的值域为 $[0,+\infty)$；

④存在实数 a，使得 $f(x)$ 在区间 $\left(a,+\infty\right)$ 上单调递增；

其中所有正确结论的序号是______．

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. 在 $\vee ABC$ 中，已知 $a^2+b^2-\sqrt{2}ab=c^2$．

（1）求角 C 的大小；

（2）若 $c=2\sqrt{2}$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得 $\vee ABC$ 存在且唯一确定，求 $\vee ABC$ 的面积．

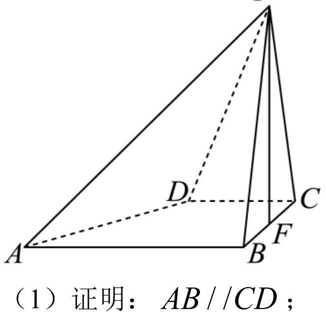
条件①：$\sin A=\dfrac{4}{5}$；

条件②：$2a\cos A=c\cos B+b\cos C$；

条件③：$\vee ABC$ 的周长是 $2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

17. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，直线 $AB//$ 平面 PCD，$\angle ABC=90°$，$\angle DAB=\angle PCB=60°$，$CD=1, AB=3, PC=2\sqrt{3}$，平面 $PCB\perp$ 平面 $ABCD$，F 为线段 BC 的中点，E 为线段 PF 上一点．



（1）证明：$AB//CD$；

（2）证明：$PF\perp AD$；

（3）当 EF 为何值时，直线 BE 与平面 PAD 夹角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$．

18. 某社区计划组织一次公益讲座向居民普及垃圾分类知识，为掌握居民对垃圾分类知识的了解情况并评估讲座的效果，主办方从全体居民中随机抽取 10 位参加试讲讲座活动，让他们在试讲讲座前后分别回答一份垃圾分类知识问卷．试讲讲座前后，这 10 位居民答卷的正确率如下表：

编号 正确率	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	6 号	7 号	8 号	9 号	10 号
试讲讲座前	65%	60%	0%	100%	65%	75%	90%	85%	80%	60%
试讲讲座后	90%	85%	80%	95%	85%	85%	95%	100%	85%	90%

根据居民答卷的正确率可以将他们垃圾分类的知识水平分为以下三个层级：

答卷正确率 p	$p<70\%$	$70\le p<90\%$	$90\%\le p\le 100$
垃圾分类知识水平	一般	良好	优秀

假设每位居民回答问卷的结果之间互相独立，用频率估计概率．

（1）正式讲座前．从该社区的全体居民中随机抽取 1 人，试估计该居民垃圾分类知识水平恰为“一般”的概率；

（2）正式讲座前，从该社区的全体居民中随机抽取 3 人，这 3 人垃圾分类知识水平分别是“一般”、“良好”、“良好”．设随机变量 X 为“这 3 人讲座后垃圾分类知识水平达到‘优秀’、的人数”，试估计 X 的分布列和数学期望；

（3）在未参加讲座的全部居民中再随机抽取若干人参加下一轮的公益讲座并让他们在讲座前后分别填写问卷．从讲座后的答卷中随机抽取一份，如果完成该答卷的居民的知识水平为“良好”，他在讲座前属于哪一知识水平的概率最大？（结论不要求证明）

19. 已知函数 $f\left(x\right)=x\mathrm{e}^{x}$．

（1）求曲线 $y=f\left(x\right)$ 在 $\left(0,0\right)$ 处的切线方程；

（2）求 $f\left(x\right)$ 的最小值；

（3）设 $g\left(x\right)=f\left(x-1\right)-2x-\dfrac{1}{x}+3$，已知 $g\left(x\right)<0$，求 x 的取值范围．

20. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 $F_1\left(-\sqrt{3},0\right)$，且点 $\left(\sqrt{3},\dfrac{1}{2}\right)$ 在椭圆 C 上．

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）已知 $M(-1,0),N(1,0)$，点 P 为椭圆 C 上一点．

（ⅰ）若点 P 在第一象限内，NP 延长线交 y 轴于点 Q，$\triangle ONP$ 与 $\triangle MPQ$ 的面积之比为 1∶2，求点 P 坐标；

（ⅱ）设直线 PM 与椭圆 C 的另一个交点为点 B，直线 PN 与椭圆 C 的另一个交点为点 D．设 $\overrightarrow{PM}=\lambda_1\overrightarrow{MB},\overrightarrow{PN}=\lambda_2\overrightarrow{ND}$，求证：当点 P 在椭圆 C 上运动时，$\lambda_1+\lambda_2$ 为定值．

21. 已知有限数列 $\left\{a_n\right\}$，从数列 $\left\{a_n\right\}$ 中选取第 i_1 项、第 i_2 项、$\cdots$、第 i_m 项（$i_1<i_2<\cdots<i_m$），顺次排列构成数列 $\left\{b_k\right\}$，其中 $b_k=a_{i_k}$，$1\le k\le m$，则称新数列 $\left\{b_k\right\}$ 为 $\left\{a_n\right\}$ 的长度为 m 的子列．规定：数列 $\left\{a_n\right\}$ 的任意一项都是 $\left\{a_n\right\}$ 的长度为 1 的子列，若数列 $\left\{a_n\right\}$ 的每一子列的所有项的和都不相同，则称数列 $\left\{a_n\right\}$ 为完全数列．设数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_n=n$，$1\le n\le 25,n\in\mathbf{N}^*$．

（1）判断下面数列 $\left\{a_n\right\}$ 的两个子列是否为完全数列，并说明由；

数列①：3，5，7，9，11；数列②：2，4，8，16．

（2）数列 $\left\{a_n\right\}$ 的子列 $\left\{b_k\right\}$ 长度为 m，且 $\left\{b_k\right\}$ 为完全数列，证明：m 的最大值为 6；

（3）数列 $\left\{a_n\right\}$ 的子列 $\left\{b_k\right\}$ 长度 $m=5$，且 $\left\{b_k\right\}$ 为完全数列，求 $\dfrac{1}{b_1}+\dfrac{1}{b_2}+\dfrac{1}{b_3}+\dfrac{1}{b_4}+\dfrac{1}{b_5}$ 的最大值．

首都师大附中2023-2024学年第二学期5月练习

高三数学 2024.04

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合$M=\{x\mid(x+3)(x-1)\le 0\}$，$N=\{x\mid |x|<2\}$，则$M\cup N=$（　　）

A. $(-2,1]$　　B. $[-3,2)$　　C. $(-2,3]$　　D. $[-1,2)$

【答案】B

【分析】分别确定集合M，N，根据并集的概念求$M\cup N$可得答案.

【详解】因为$M=\{x\mid -3\le x\le 1\}=[-3,1]$，$N=\{x\mid -2<x<2\}=(-2,2)$，

所以$M\cup N=[-3,2)$.

故选：B

2. 在复平面内，点$(-1,2)$对应的复数为$\mathrm{i}(\mathrm{i}-a)$，则实数$a=$（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

【答案】D

【分析】根据复数的乘法运算及复数对应点求参即可.

【详解】因为$\mathrm{i}(\mathrm{i}-a)=\mathrm{i}^2-a\mathrm{i}=-1-a\mathrm{i}$对应点为$(-1,-a)$,

所以$-a=2$,

即得$a=-2$.

故选：D.

3. 下列函数既是奇函数，又在$(0,+\infty)$上单调递增的是（　　）

A. $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$　　B. $f(x)=2^{|x|}$

C. $f(x)=\tan x$　　D. $f(x)=2x-\dfrac{1}{x}$

【答案】D

【分析】根据函数的奇偶性先排除AB选项，再结合函数的单调性选择正确答案.

【详解】对A：因为函数$f(x)=\dfrac{1}{x-1}$的定义域为$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，定义域不关于原点对称，所以

$f(x)=\dfrac{1}{x-1}$为非奇非偶函数，故A错误；

对B：$f(-x)=2^{|-x|}=2^{|x|}=f(x)$，所以函数$f(x)=2^{|x|}$为偶函数，故B错误；

对C：根据正切函数的性质可知，函数$f(x)=\tan x$在$(0,+\infty)$不具有单调性，故C错误；

对D：函数的定义域为$\left(-\infty,0\right)\cup\left(0,+\infty\right)$，$f(-x)=2\left(-x\right)-\dfrac{1}{-x}=-\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)=-f(x)$，故函数为奇函数，

又$f'\left(x\right)=2+\dfrac{1}{x^2}>0$，所以函数在$(0,+\infty)$上单调递增.

故选：D

4. 设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_3=a_4-2$，$S_2=a_3-2$ ，则公比 $q=$（　　）

A. 2　　　　B. -2　　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　　D. $-\dfrac{1}{2}$

【答案】A

【分析】根据数列的前n项和与a_n的关系，两式相减，即可求解.

【详解】由已知，$S_3=a_4-2$，$S_2=a_3-2$，两式相减得，

$S_3-S_2=a_3=a_4-a_3$，即$a_4=2a_3$，即$q=\dfrac{a_4}{a_3}=2$.

故选：A

5. 下列命题中，真命题的是（　　）

A. 若$a<b$，则$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　　　B. 若$a>b$，则$a^2>ab>b^2$

C. 若$0<a<b<c$，则$\log_c a<\log_c b$　　　　D. 若$a+2b=2$，则$2^a+4^b\geq 4$

【答案】D

【分析】举反例即可判断ABC，根据基本不等式和指数运算即可判断D.

【详解】对A，当$a=-1,b=1$时，则$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$，故A错误；

对B，当$a=-1,b=-2$时，则$a^2=1,ab=2$，则$a^2<ab$，故B错误；

对C，当$0<c<1$时，根据对数函数单调性知$\log_c a>\log_c b$，故C错误；

对D，若$a+2b=2$，则$2^a+4^b\geq 2\sqrt{2^a\cdot 4^b}=2\sqrt{2^{a+2b}}=4$，

当且仅当$a=1,b=\dfrac{1}{2}$时取等号，故D正确.

故选：D.

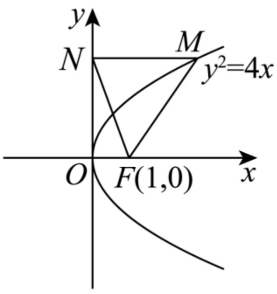
6. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F、点 M 在抛物线上，MN 垂直 y 轴于点 N，若 $|MF|=6$，则 $\triangle MNF$ 的面积为（　　）

A. 8　　　　B. $4\sqrt{5}$　　　　C. $5\sqrt{5}$　　　　D. $10\sqrt{5}$

【答案】C

【分析】确定抛物线的焦点和准线，根据 $|MF|=6$ 得到 $M\left(5,2\sqrt{5}\right)$，计算面积得到答案.

【详解】



因为抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为$F(1,0)$，准线方程为 $x=-1$，

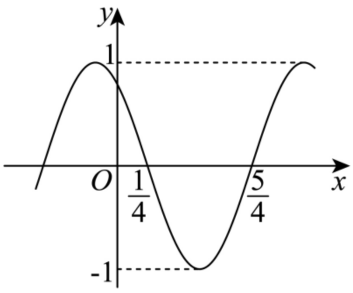
所以 $|MF|=x_M+1=6$，故 $x_M=5$，

不妨设 M 在第一象限，故 $M\left(5,2\sqrt{5}\right)$，

所以 $S_{\triangle MNF}=\frac{1}{2}\times(5-0)\times2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$.

故选：C.

7. 函数 $f(x)=2\cos^2(\omega x+\varphi)+b$ 的部分图象如图所示，则以下说法正确的是（　　）



A. $\omega=\frac{\pi}{2},b=1$　　　　B. $\omega=\frac{\pi}{2},b=-1$

C. $\omega=\pi,b=1$　　　　D. $\omega=\pi,b=-1$

【答案】B

【分析】先把函数解析式化成 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的形式，再结合函数的周期和值域求值.

【详解】因为 $f(x)=2\cos^2(\omega x+\varphi)+b=\cos(2\omega x+2\varphi)+b+1$.

由函数图象可知：$b+1=0\Rightarrow b=-1$；

又 $\frac{T}{2}=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}=1$，所以 $T=2$，又 $T=\frac{2\pi}{2\omega}\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{2}$.

故选：B

8. 已知直线 $l:kx-y+1-k=0$ 和圆 $\odot O:x^2+y^2=r^2(r>0)$，则“$r=\sqrt{2}$”是“存在唯一 k 使得直线 l 与 $\odot O$ 相切”

的（　　）

A. 充分而不必要条件　　　　　　　　　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　　　　　　　　　　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】先由$r=\sqrt{2}$，点到直线距离公式列出方程，求出此时$k=-1$，充分性成立；求出$l:kx-y+1-k=0$所过定点，再由存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”，得到$r=1$或定点在圆上，得到方程，求出相应的答案，必要性不成立.

【详解】$r=\sqrt{2}$时，$l:kx-y+1-k=0$到$\odot O:x^2+y^2=2$的距离为$\frac{|1-k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$，

故$1-2k+k^2=2+2k^2$，解得$k=-1$，

满足存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”，充分性成立，

$l:kx-y+1-k=0$经过定点$M(1,1)$，

若$r=1$，$\odot O:x^2+y^2=1$，若$k=0$，此时直线$l:y=1$，

直线$l:y=1$与$\odot O$相切，另一条切线斜率不存在，

故满足存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”，

当$M(1,1)$在$\odot O:x^2+y^2=r^2(r>0)$上，满足存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切，

故$r^2=1+1=2$，

又$r>0$，解得$r=\sqrt{2}$，必要性不成立，

故“$r=\sqrt{2}$”是“存在唯一k使得直线l与$\odot O$相切”的充分不必要条件.

故选：A

9. 十字歇山顶是中国古代建筑屋顶的经典样式之一，图1中的故宫角楼的顶部即为十字歇山顶.其上部可视为由两个相同的直三棱柱交叠而成的几何体（图2），这两个三棱柱有一个公共侧面$ABCD$．在底面BCE中，若$BE=CE=3,\angle BEC=120^\circ$，则该几何体的体积为（　　）

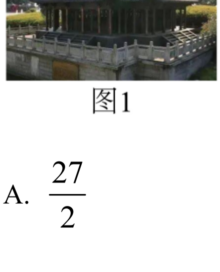


图1

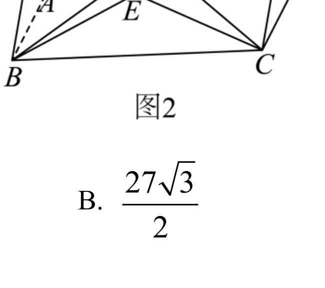


图2

A. $\frac{27}{2}$　　　　B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$　　　　C. 27　　　　D. $27\sqrt{3}$

【答案】C

【详解】如图所示，该几何体可视为直三柱 $BCE-ADF$ 与两个三棱锥 $S-MAB$ ， $S-NCD$ 拼接而成.

记直三棱柱 $BCD-ADF$ 的底面 BCE 的面积为S，高为 h ，所求几何体的体积为 V ，

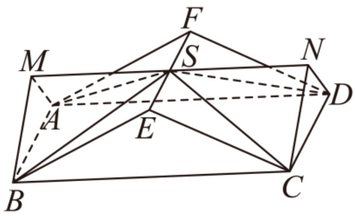
则 $S=\frac{1}{2}BE\cdot CE\cdot\sin120^{\circ}=\frac{1}{2}\times3\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ，

因为两个直三棱柱相同，故 $h=CD=BC=3\sqrt{3}$ ，

所以 $V=V_{三棱柱BCE-ADF}+V_{三棱锥S-MAB}+V_{三棱锥S-NCD}$

$=Sh+\frac{1}{3}S\cdot\frac{1}{2}h+\frac{1}{3}S\cdot\frac{1}{2}h=\frac{4}{3}Sh=27$.

故选：C.



10. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{2n-7}{2n-15}$ ，前 n 项和为 S_n ，前 n 项积为 T_n . 则下列结论正确的个数为（　　）

①a_n 既有最小值，又有最大值，

②满足 $a_na_{n+1}a_{n+2}<0$ 的 n 的值共有 6 个；

③使 S_n 取得最小值的 n 为 7；

④T_n 有最小值，无最大值；

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

【答案】C

【分析】化简为 $a_n=\frac{2n-7}{2n-15}=1+\frac{8}{2n-15}$ ，利用数列的单调性，结合选项，逐项判定，即可求解.

【详解】对于①中，由数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{2n-7}{2n-15}=1+\frac{8}{2n-15}$ ，

可得，当 $n\leq7,n\in\mathrm{N}^*$ 时，数列$\{a_n\}$的各项小于 1，且$\{a_n\}$是单调递减数列；

当 $n\geq8,n\in\mathrm{N}^*$ 时，数列$\{a_n\}$的各项大于 1，且$\{a_n\}$是单调递减数列，

所以，数列$\{a_n\}$的最小项为 $a_7=-7$ ，最大项为 $a_8=9$ ，所以①正确；

对于②中，当 $n\in\{1,2,3\}$ 时，满足 $0<a_n<1$ ；

当 $n\in\{4,5,6,7\}$ 时，满足 $a_n<0$ ；当 $n\geq8,n\in\mathrm{N}^*$ 时， $a_n>1$ ，

所以，满足 $a_na_{n+1}a_{n+2}<0$ 时， $n=2,4,5,7$ ，共有 4 个值，所以②不正确；

对于③中，当$n\le 3,n\in \mathrm{N}^*$时，$0<a_n<1$，S_n随着n的增大而增大，且$S_1=a_1=\dfrac{5}{13}$；

当$n\in \{4,5,6,7\}$时，$a_n<0$，S_n随着n的增大而减小，

且$S_7=\dfrac{5}{13}+\dfrac{3}{11}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{7}-\dfrac{3}{5}-\dfrac{5}{3}-7<S_1$，

当$n\ge 8,n\in \mathrm{N}^*$时，$a_n>1$为正数，所以$S_n\ge S_8>S_7$，

综上所述，使得S_n取得最小值的n为7，所以③正确；

对于④中，由上述中的讨论，可得在T_n中，只有T_4,T_6为负数，且$T_4=T_6$，

所以T_n存在最小值T_4或T_6，

从第8项开始，T_n为正数，结合$a_n>1$，可知T_n随着n的增大而增大，所以T_n无最大值，

所以④正确.

故选：C.

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分.

11. 在$\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}\right)^9$的展开式中，常数项为__________.（用数字作答）

【答案】-84

【分析】求出二项式展开式的通项，再令$\dfrac{9-3r}{2}=0$，求出r，再代入计算可得；

【详解】解：二项式的展开式通项公式为$T_{r+1}=\mathrm{C}_9^r\cdot x^{\frac{9-r}{2}}\cdot(-1)^r\cdot x^{-r}=(-1)^r\cdot \mathrm{C}_9^r\cdot x^{\frac{9-3r}{2}}$.

令$\dfrac{9-3r}{2}=0$，解得$r=3$，

故展开式的常数项为$T_4=-\mathrm{C}_9^3=-84$，

故答案为：-84.

12. 已知双曲线C的焦点为$F_1(-2,0),F_2(2,0)$，实轴长为2，则双曲线C的离心率为______，渐近线方程为______.

【答案】　①. 2　　②. $y=\pm\sqrt{3}x$

【分析】先求出双曲线的基本量，故可求离心率和渐近线方程.

【详解】设双曲线的半焦距为c，由题设可得$c=2$且焦点在x轴上，

故可设双曲线方程为：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，则$2a=2$即$a=1$，

故$b^2=3$即$b=\sqrt{3}$，故离心率为$\frac{c}{a}=2$，渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{3}x$，

故答案为：2；$y=\pm\sqrt{3}x$.

13. 已知点$A(1,2),B(2,0),C(2,2)$，$\left|\overrightarrow{AP}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$，$O$为坐标原点，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}$的取值范围是______.

【答案】$\left[5-2\sqrt{5},5+2\sqrt{5}\right]$

【分析】先设点的坐标，再结合向量数量积的坐标运算，最后应用辅助角公式计算范围.

【详解】设点$P\left(x,y\right)$，$\left|\overrightarrow{AP}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|=\sqrt{0^2+\left(0-2\right)^2}=2$，

所以$\sqrt{\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2}=2$，即$\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=2^2$，

所以$x=2\cos\theta+1,y=2\sin\theta+2$，

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}=\left(x,y\right)\cdot\left(1,2\right)=x+2y=2\cos\theta+1+2\left(2\sin\theta+2\right)=5+4\sin\theta+2\cos\theta$

$=5+2\sqrt{5}\sin\left(\theta+\varphi\right)$

因为$\sin\left(\theta+\varphi\right)\in\left[-1,1\right]$，

所以$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}\in\left[5-2\sqrt{5},5+2\sqrt{5}\right]$.

故答案为：$\left[5-2\sqrt{5},5+2\sqrt{5}\right]$

14. 深度学习是人工智能的一种具有代表性的实现方法，它是以神经网络为出发点的，在神经网络优化中，指数衰减的学习率模型为$L=L_0D^{\frac{G}{G_0}}$，其中L表示每一轮优化时使用的学习率，L_0表示初始学习率，D表示衰减系数，G表示训练迭代轮数，G_0表示衰减速度．已知某个指数衰减的学习率模型的初始学习率为0.5，衰减速度为18，且当训练迭代轮数为18时，学习率衰减为0.4，则学习率衰减到0.2以下（不含0.2）所需的训练迭代轮数至少为______.（参考数据：（$\lg 2\approx 0.3010$）

【答案】74

【分析】根据已知条件列方程，可得$D=\frac{4}{5}$，再由$0.5\times(\frac{4}{5})^{\frac{G}{18}}<0.2$，结合指对数关系和对数函数的性质求解即可.

【详解】由于$L=L_0D^{\frac{G}{G_0}}$，所以$L=0.5\times D^{\frac{G}{18}}$，

依题意$0.4=0.5\times D^{\frac{18}{18}}$，则$D=\frac{4}{5}$，

则$L=0.5\times\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{G}{18}}$，