

专题 05 勾股定理的逆定理



【考点导航】

目录

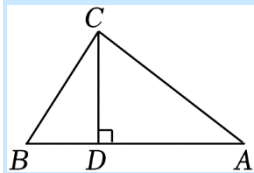
【典型例题】	1
【考点一 判断三边能否构成直角三角形】	1
【考点二 在网格中判断直角三角形】	3
【考点三 利用勾股定理的逆定理求解】	7
【考点四 勾股定理逆定理的实际应用】	10
【考点五 勾股定理逆定理的拓展问题】	12
【过关检测】	16



【典型例题】

【考点一 判断三边能否构成直角三角形】

例题：（2022 秋·辽宁沈阳·八年级统考阶段练习）如图所示，已知 $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ 于 D ， $AC = 2$ ， $BC = 1.5$ ， $DB = 0.9$ 。



- (1) 求 CD 的长；
(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由。

【答案】 (1) 1.2

(2) 直角三角形，理由见解析

【分析】 (1) 根据垂直定义可得 $\angle CDA = \angle CDB = 90^\circ$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，利用勾股定理进行计算即可解答；

(2) 先在 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中，利用勾股定理可求出 AD 的长，从而求出 BA 的长，然后利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，即可解答。

【详解】 (1) 解： $\because CD \perp AB$ ，

$$\therefore \angle CDA = \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\because BC = 1.5, \quad DB = 0.9,$$

$$\therefore CD = \sqrt{BC^2 - DB^2} = \sqrt{1.5^2 - 0.9^2} = 1.2,$$

$\therefore CD$ 的长为 1.2;

(2) $\triangle ABC$ 是直角三角形,

理由: 在 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中, $AC=2$, $CD=1.2$,

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{2^2 - 1.2^2} = 1.6,$$

$$\therefore AB = AD + BD = 2.5,$$

$$\because AC^2 + BC^2 = 4 + 2.25 = 6.25, \quad AB^2 = 6.25,$$

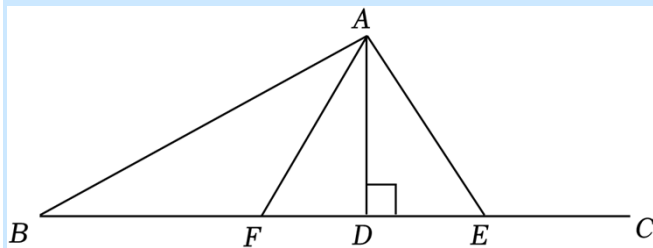
$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

【点睛】本题考查了勾股定理, 勾股定理的逆定理, 熟练掌握勾股定理, 以及勾股定理的逆定理是解题的关键.

【变式训练】

1. (2023 春·八年级单元测试) 如图, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 且 $AD=4$, $BD=8$. 点 E 从 B 点沿射线 BC 向右以 2 个单位/秒的速度匀速运动, F 为 BE 的中点, 连接 AE 、 AF , 设点 E 运动的时间为 t .



(1) 当 t 为何值时, $AE = AF$;

(2) 当 $t=5$ 时, 判断 $\triangle ABE$ 的形状, 并说明理由.

【答案】(1) 当 $t = \frac{16}{3}$ 时, $AE = AF$;

(2) $\triangle ABE$ 是直角三角形, 理由见解析

【分析】(1) 根据题意可得: $BE = 2t$, 再根据线段中点的定义可得 $BF = EF = \frac{1}{2}BE = t$, 从而可得

$DF = 8 - t$, $DE = 2t - 8$, 由等腰三角形的性质得 $DE = DF$, 则建立方程即可解答;

(2) 当 $t=5$ 时, $BE = 2t = 10$, $DE = 2$, 然后分别在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 利用勾股定理求出 AB^2 和 AE^2 , 最后利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle ABE$ 是直角三角形, 即可解答.

【详解】(1) 解: 由题意得: $BE = 2t$,

$\because F$ 为 BE 的中点,

$$\therefore BF = EF = \frac{1}{2}BE = t,$$

$$\because AD = 4, \quad BD = 8,$$

$$\therefore DF = BD - BF = 8 - t, \quad DE = BE - BD = 2t - 8,$$

$$\because AD \perp BC, \quad AE = AF,$$

$$\therefore DE = DF,$$

$$\text{即 } 2t - 8 = 8 - t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{16}{3},$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{16}{3} \text{ 时, } AE = AF;$$

(2) 解: $\triangle ABE$ 是直角三角形,

理由: 当 $t = 5$ 时, $BE = 2t = 10$,

$$\therefore DE = BE - BD = 10 - 8 = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADB \text{ 中, } AB^2 = AD^2 + BD^2 = 4^2 + 8^2 = 80,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } AE^2 = AD^2 + DE^2 = 4^2 + 2^2 = 20,$$

$$\therefore AB^2 + AE^2 = 100, \quad BE^2 = 10^2 = 100,$$

$$\therefore AB^2 + AE^2 = BE^2,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是直角三角形.

【点睛】本题考查了勾股定理, 勾股定理的逆定理, 等腰三角形的性质, 熟练掌握勾股定理, 以及勾股定理的逆定理是解题的关键.

2. (2022 秋·河北承德·八年级统考期末) 已知 a, b, c 满足 $|a - \sqrt{8}| + \sqrt{b^2 - 10b + 25} + (c - \sqrt{18})^2 = 0$.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 试问以 a, b, c 为边能否构成直角三角形? 请说明理由.

【答案】(1) $a = 2\sqrt{2}$, $b = 5$, $c = 3\sqrt{2}$

(2) 不能构成直角三角形, 见解析

【分析】(1) 利用几个非负数的和为零, 则每一个非负数都等于零, 确定 a, b, c 的值即可;

(2) 根据勾股定理得逆定理直接判断即可得解;

【详解】(1) $\because |a - \sqrt{8}| + \sqrt{b^2 - 10b + 25} + (c - \sqrt{18})^2 = 0$,

$$\therefore a - \sqrt{8} = 0, \quad (b - 5)^2 = 0, \quad c - \sqrt{18} = 0,$$

$$\therefore a = 2\sqrt{2}, \quad b = 5, \quad c = 3\sqrt{2};$$

$$(2) \because (2\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 \neq 5^2,$$

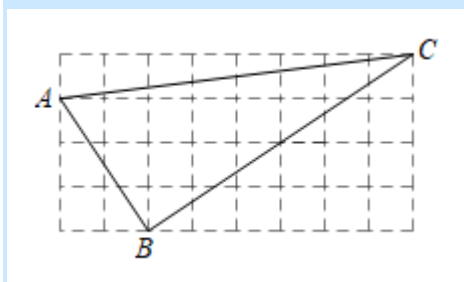
$\therefore$ 不能构成直角三角形.

【点睛】本题主要考查非负数和为零的性质及勾股定理逆定理, 熟练掌握非负数和为零的性质是解题的关键.

【考点二 在网格中判断直角三角形】

例题: (2022 秋·江苏·八年级专题练习) 如图, 正方形网格的每个小方格边长均为 1, $\triangle ABC$

的顶点在格点上.



(1)直接写出 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$, $BC = \underline{\hspace{2cm}}$, $AC = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2)判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;

(3)直接写出 AC 边上的高 $= \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 (1) $\sqrt{13}$, $2\sqrt{13}$, $\sqrt{65}$

(2) $\triangle ABC$ 是直角三角形, 理由见解析

(3) $\frac{26}{65}\sqrt{65}$

【分析】 (1) 利用勾股定理, 进行计算即可解答;

(2) 利用勾股定理的逆定理, 进行计算即可解答;

(3) 利用面积法, 进行计算即可解答.

【详解】 (1) 解: 由题意得:

$$AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

$$BC = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13},$$

$$AC = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65},$$

故答案为: $\sqrt{13}$, $2\sqrt{13}$, $\sqrt{65}$;

(2) 解: $\triangle ABC$ 是直角三角形,

理由: $\because AB^2 + BC^2 = 65$, $AC^2 = 65$,

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形;

(3) 设 AC 边上的高为 h ,

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AC \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot BC,$$

$$\therefore AC \cdot h = AB \cdot BC,$$

$$\therefore \sqrt{65}h = \sqrt{13} \times 2\sqrt{13},$$

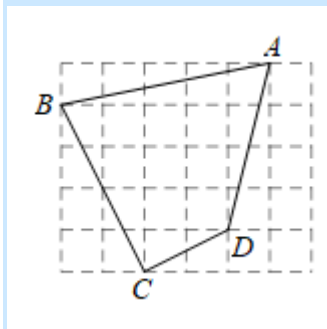
$$\therefore h = \frac{26}{65}\sqrt{65},$$

故答案为: $\frac{26}{65}\sqrt{65}$.

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，勾股定理，熟练掌握勾股定理的逆定理，以及勾股定理是解题的关键。

【变式训练】

1. (2022 秋·山东烟台·七年级统考期中) 如图，方格纸中每个小正方形的边长都为 1，点 A, B, C, D 均在格点上.



(1) 求四边形 $ABCD$ 的面积，

(2) $\angle BCD$ 是直角吗？为什么？

【答案】(1) $\frac{29}{2}$

(2) 是直角，理由见解析

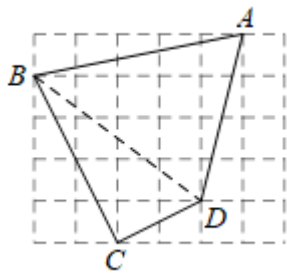
【分析】(1) 根据网格中图形，用大正方形面积减去四个顶点处的直角三角形面积和一个正方形面积即可得到答案；

(2) 由图，连接 BD ，分别在网格中利用勾股定理计算出三条线段长，利用勾股定理的逆定理验证即可得到答案.

【详解】(1) 解：由网格图可知，四边形 $ABCD$ 的面积为 $5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 1 \times 5 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - 1$

$$= 25 - \frac{5}{2} - \frac{4}{2} - \frac{2}{2} - \frac{8}{2} - 1$$
$$= 25 - \frac{21}{2}$$
$$= \frac{29}{2};$$

(2) 解： $\angle BCD$ 是直角，
理由如下：连接 BD ，如图所示：



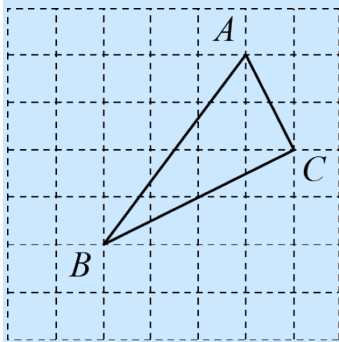
$$\therefore BD^2 = 3^2 + 4^2 = 25, \quad BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20, \quad CD^2 = 1^2 + 2^2 = 5,$$

$$\because BC^2 + CD^2 = BD^2,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形， $\angle BCD$ 是直角。

【点睛】本题考查网格中求四边形面积及勾股定理的逆定理判定直角三角形，掌握网格中求图形面积的方法及网格中利用勾股定理求线段长的方法是解决问题的关键。

2. (2022 秋·江苏·八年级阶段练习) 如图，在 7×7 网格中，每个小正方形的边长都为 1，点 $A(1,3)$ ， $C(2,1)$ 。



(1) 建立平面直角坐标系；

(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；

(3) 在 x 轴上找一点 P ，当 $PA + PC$ 最小时，此时 P 点坐标是_____。

【答案】(1) 详见解析

(2) $\triangle ACB$ 是直角三角形，详见解析

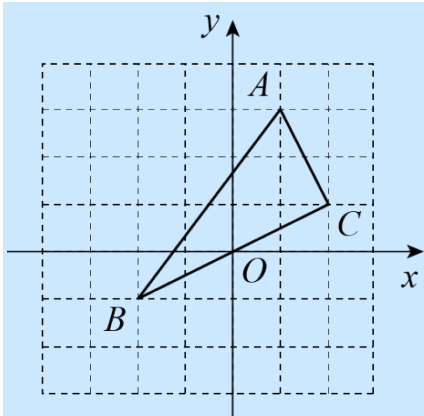
(3) $(\frac{7}{4}, 0)$

【分析】(1) 根据 A 、 C 两点坐标确定平面直角坐标系即可；

(2) 根据勾股定理的逆定理判断即可；

(3) 作点 C 关于 x 轴的对称点 C' ，连接 AC' 交 x 轴于点 P ，直线 AC' 的解析式，可得点 P 坐标。

【详解】(1) 如图，平面直角坐标系如图所示：



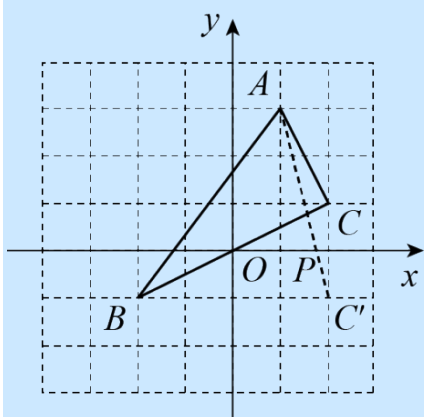
(2) $\because AC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$, $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ACB$ 是直角三角形;

(3) 如图, 点 P 即为所求,



$\because C(2, 1)$, $A(1, 3)$, $C'(2, -1)$,

$\therefore$ 设直线 AC' 的解析式为 $y = kx + b$, 则有 $\begin{cases} k + b = 3 \\ 2k + b = -1 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k = -4 \\ b = 7 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AC' 的解析式为 $y = -4x + 7$,

令 $y = 0$, 可得 $x = \frac{7}{4}$,

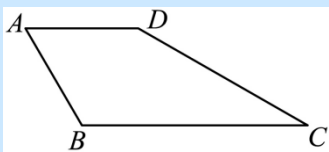
$\therefore P(\frac{7}{4}, 0)$.

【点睛】 本题主要考查的是轴对称路径最短问题, 勾股定理以及逆定理等知识, 明确 A 、 P 、 C' 在一条直线上时, $PA + PC$ 有最小值是解题的关键.

【考点三 利用勾股定理的逆定理求解】

例题: (2023 秋·吉林长春·八年级校考期末) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD = 5$, $\angle A = 60^\circ$,

$BC=13$ ， $CD=12$ 。



(1)求 $\angle ADC$ 的度数；

(2)四边形 $ABCD$ 的面积为_____。

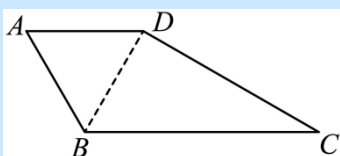
【答案】(1) 150°

(2) $\frac{25}{4}\sqrt{3}+30$

【分析】(1) 连接 BD ，根据已知先证明 $\triangle ABD$ 是等边三角形，从而可得 $BD=AD=6$ ， $\angle ADB=60^\circ$ ，再利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle BCD$ 是直角三角形，从而可得 $\angle BDC=90^\circ$ ，然后进行计算即可解答；

(2) 过点 B 作 $BE \perp AD$ ，垂足为 E ，利用等腰三角形的三线合一性质求出 AE 的长，从而利用勾股定理求出 BE 的长，然后根据四边形 $ABCD$ 的面积 $=\triangle ABD$ 的面积 $+\triangle BDC$ 的面积，进行计算即可解答。

【详解】(1) 解：连接 BD ，



Q $AB=AD=5$ ， $\angle A=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore BD=AD=AB=5$ ， $\angle ADB=60^\circ$ ，

Q $BC=13$ ， $CD=12$ ，

$\therefore CD^2+BD^2=BC^2$ ，

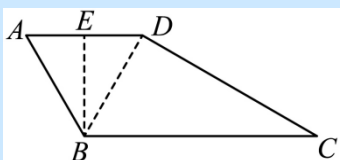
$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形，

$\therefore \angle BDC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC=\angle ADB+\angle BDC=150^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC$ 的度数为 150° ；

(2) 解：过点 B 作 $BE \perp AD$ ，垂足为 E ，



Q $\triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AD=\frac{5}{2}$ ，

$\therefore BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\frac{5}{2}\sqrt{3}$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ABD$ 的面积 $+ \triangle BDC$ 的面积

$$= \frac{1}{2} AD \cdot BE + \frac{1}{2} BD \cdot DC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12 \times 5$$

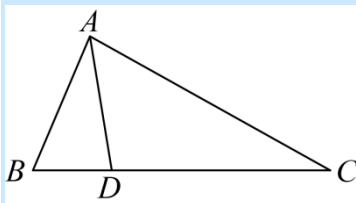
$$= \frac{25}{4}\sqrt{3} + 30,$$

∴ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{25}{4}\sqrt{3} + 30$.

【点睛】本题考查了勾股定理及其逆定理，等边三角形的判定与性质，熟练掌握勾股定理的逆定理，以及等边三角形的判定与性质是解题的关键。

【变式训练】

1. (2022 春·广东江门·八年级江门市第二中学校考阶段练习) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 边上一点，连接 AD 。若 $AB=10$ ， $AC=17$ ， $BD=6$ ， $AD=8$ 求 DC 的长。



【答案】15

【分析】根据勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABD$ 为直角三角形， $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，再根据勾股定理求解即可。

【详解】解：∵ $AB=10$ ， $BD=6$ ， $AD=8$ ，

$$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2,$$

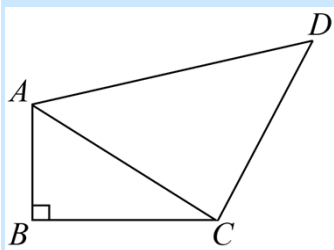
∴ $\triangle ABD$ 为直角三角形， $\angle ADB = 90^\circ$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 15.$$

【点睛】此题考查了勾股定理以及勾股定理的逆定理，解题的关键是通过勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABD$ 为直角三角形。

2. (2022 秋·山东菏泽·八年级统考期中) 如图，四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=1$ ， $BC=2$ ， $DA=3$ ， $DC=2$ ，且 $\angle ABC = 90^\circ$ 。求四边形 $ABCD$ 的面积。



【答案】四边形 $ABCD$ 的面积为 $1 + \sqrt{5}$ 。

【分析】先在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，利用勾股定理求出 $AC = \sqrt{5}$ ，然后再利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle ACD$ 是直角三角形，从而可得 $\angle ACD = 90^\circ$ ，最后根据四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ABC$ 的面积 $+ \triangle ACD$ 的面积，进行计算即可解答。

【详解】解： $\because \angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 1$ ， $BC = 2$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}，$$

$$\because DA = 3，DC = 2，$$

$$\therefore AC^2 + CD^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 = 9，AD^2 = 3^2 = 9，$$

$$\therefore AC^2 + CD^2 = AD^2，$$

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形，且 $\angle ACD = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ABC$ 的面积 $+ \triangle ACD$ 的面积

$$= \frac{1}{2} AB \cdot BC + \frac{1}{2} AC \cdot CD$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2$$

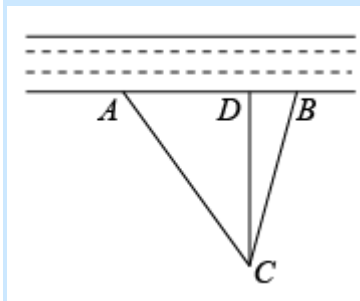
$$= 1 + \sqrt{5}，$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $1 + \sqrt{5}$ 。

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，勾股定理，熟练掌握勾股定理的逆定理，以及勾股定理是解题的关键。

【考点四 勾股定理逆定理的实际应用】

例题：（2022 秋·辽宁·八年级校考期末）在一条东西走向的河流一侧有一村庄 C ，河边原有两个取水点 A ， B ，其中 $AB = AC$ ，由于某种原因，由 C 到 A 的路现在已经不通，该村为方便村民取水，决定在河边新建一个取水点 D （ A 、 D 、 B 在同一条直线上），并新修一条路 CD ，测得 $CB = 13$ 千米， $CD = 12$ 千米， $BD = 5$ 千米。求原来的路线 AC 的长。



【答案】 $AC = 16.9$ 千米

【分析】先利用勾股定理的逆定理证明 $\angle CDB = 90^\circ$ ，得出 $\angle CDA = 90^\circ$ ，再利用勾股定理列出方程，解方程即可求出 AC 的长度。

【详解】解： $\because CB = 13$ 千米， $CD = 12$ 千米， $BD = 5$ 千米，即 $5^2 + 12^2 = 13^2$ ，

$$\therefore CB^2 = BD^2 + CD^2,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形, 且 $\angle CDB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2,$$

设 $AB = AC = x$,

$$\therefore AD = AB - BD = x - 5,$$

$$\therefore x^2 = (x - 5)^2 + 12^2, \text{ 即 } 10x = 169,$$

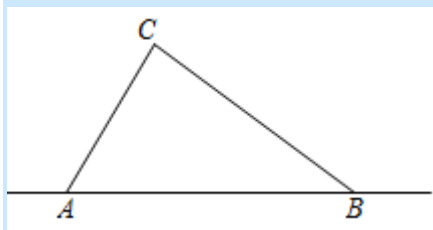
解得: $x = 16.9$,

答: 原来的路线 AC 的长为 16.9 千米.

【点睛】本题考查了与图形有关的问题(一元二次方程的应用)、勾股定理及其逆定理的应用, 掌握勾股定理及其逆定理是解决问题的关键.

【变式训练】

1. (2022 秋·河南平顶山·八年级校联考期中) 某气象局监测到一个沙尘暴中心沿东西方向有 A 向 B 移动, 已知点 C 处为城镇, 且点 C 与 A 、 B 两点的距离 $AC = 30\text{km}$, $BC = 40\text{km}$, $AB = 50\text{km}$, 以沙尘暴中心为圆心, 周围 25km 以内都会受到沙尘暴影响.



(1) 通过计算说明城镇 C 是否会受到影响;

(2) 若沙尘暴中心的移动速度为 20km/h , 则沙尘暴影响该城镇持续的时间有多长?

【答案】(1) 会受到影响

(2) 0.7 小时

【分析】(1) 利用勾股定理的逆定理得出 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 进而利用三角形面积得出 CD 的长, 进而得出城镇 C 是否会受到沙尘暴影响;

(2) 利用勾股定理得出 ED 以及 EF 的长, 进而得出沙尘暴影响该城镇持续的时间.

【详解】(1) 解: 作 $CD \perp AB$ 于 D ,

在三角形 ABC 中, $AC^2 + BC^2 = 30^2 + 40^2 = AB^2$,

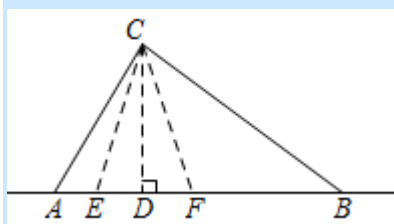
$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 即 $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC,$$

$$\frac{1}{2} \times 50 \cdot CD = \frac{1}{2} \times 30 \times 40,$$

解得: $CD = 24\text{km} < 25$ 千米,

所以，城镇 C 会受到影响。



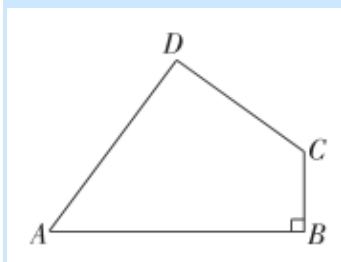
(2) 解：设沙尘暴中心到点 E 处城镇 C 开始受到影响，此时 $CE = 25$ 千米，
到 F 处结束影响，此时 $CF = 25$ 千米，

$$DE = \sqrt{CE^2 - CD^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7, \quad EF = 2DE = 14 \text{ 千米},$$

受影响的时间为 $14 \div 20 = 0.7$ (小时)

【点睛】本题考查的是勾股定理在实际生活中的运用，解答此类题目的关键是构造出直角三角形，再利用勾股定理解答。

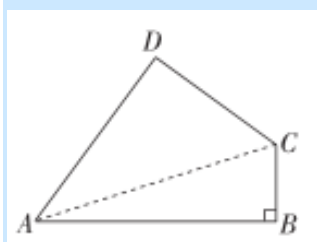
2. (2022 秋·云南楚雄·八年级统考期末) 为响应政府的“公园城市建设”号召，某小区进行小范围绿化，要在一块如图四边形空地上种植草皮，测得 $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4\text{m}$ ， $BC = 7\text{m}$ ， $CD = 15\text{m}$ ， $AD = 20\text{m}$ ，如果种植草皮费用是 200 元/m^2 ，那么共需投入多少钱？



【答案】46800

【分析】连接 AC ，利用勾股定理求出 AC ，利用勾股定理逆定理，求出 $\triangle ADC$ 为直角三角形，进而利用两个直角三角形的面积和求出四边形的面积，再用面积乘以费用，即可得解。

【详解】解：如图所示，



连接 AC 。

$$\because \angle B = 90^\circ, \quad AB = 24\text{m}, \quad BC = 7\text{m},$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = 24^2 + 7^2 = 625,$$

$$\therefore AC = 25\text{m}$$

$$\text{又} \because CD = 15\text{m}, \quad AD = 20\text{m}, \quad 15^2 + 20^2 = 25^2, \quad \text{即 } AD^2 + DC^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形，

$$\begin{aligned}\therefore S_{\text{四边形}ABCD} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DC \\ &= \frac{1}{2} \times 24 \times 7 + \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 234 \text{m}^2\end{aligned}$$

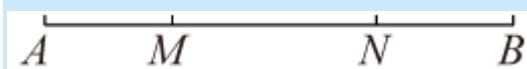
所需费用为 $234 \times 200 = 46800$ 元.

答: 共需投入 46800 元.

【点睛】本题考查勾股定理逆定理的应用. 熟练掌握勾股定理, 以及利用勾股定理逆定理判断三角形是直角三角形是解题的关键.

【考点五 勾股定理逆定理的拓展问题】

例题: (2022 秋·八年级课时练习) 定义: 如图, 点 M, N (点 M 在 N 的左侧) 把线段 AB 分割成 AM, MN, NB . 若以 AM, MN, NB 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 M, N 是线段 AB 的购股分割.



(1) 已知 M, N 把线段 AB 分割成 AM, MN, NB , 若 $AM = 1.5$, $MN = 2.5$, $NB = 2.0$, 则点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点吗? 请说明理由;

(2) 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, 且 AM 为直角边, 若 $AB = 30$, $AM = 5$, 求 NB 的长.

【答案】(1) 是, 理由见解析

(2) $NB = 12$ 或 13

【分析】(1) 根据勾股定理逆定理, 即可判断点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点.

(2) 设 $NB = x$, 则 $MN = 30 - AM - NB = 25 - x$, 分三种情形 ① 当 AM 为最大线段时, 依题意 $AM^2 = MN^2 + NB^2$, ② 当 MN 为最大线段时, 依题意 $MN^2 = AM^2 + NB^2$, ③ 当 NB 为最大线段时, 依题意 $NB^2 = AM^2 + MN^2$, 分别列出方程即可解决问题.

(1)

是. 理由如下:

$$\because AM^2 + NB^2 = 1.5^2 + 2^2 = 6.25, \quad MN^2 = 2.5^2 = 6.25,$$

$$\therefore AM^2 + NB^2 = MN^2,$$

$\therefore AM, MN, NB$ 为边的三角形是一个直角三角形,

$\therefore$ 点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点.

(2)

设 $NB = x$, 则 $MN = 30 - AM - NB = 25 - x$,

① 当 MN 为最大线段时, 依题意 $MN^2 = AM^2 + NB^2$,

$$\text{即 } (25 - x)^2 = x^2 + 25,$$

解得 $x = 12$;

② 当 NB 为最大线段时, 依题意 $NB^2 = AM^2 + MN^2$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/858130025064006127>