2024学年第一学期初三年级学业质量调研

数学试卷

（测试时间：100分钟，满分：150分）

1．本试卷含三个大题，共25题．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

3．本次考试不可以使用科学计算器．

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1. 下列运动中，能改变图形大小的是（　　）

A. 平移　　　　B. 旋转　　　　C. 翻折　　　　D. 放缩

【答案】D

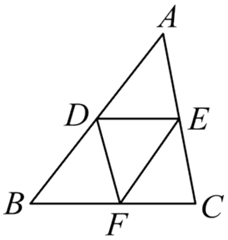
【解析】

【分析】本题考查几何变换类型．根据平移，旋转，翻折，放缩的性质判断即可．

【详解】解：平移，旋转，翻折不改变图形的大小，放缩可以改变图形的大小．

故选：D．

2. 已知：如图，$\vee ABC$中，点D、E、F分别在边AB、AC和BC上，下列条件能判定$DE \parallel BC$的是（　　）



A. $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$　　　　B. $\frac{CE}{EA}=\frac{CF}{FB}$　　　　C. $\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$　　　　D. $\frac{BD}{DA}=\frac{BF}{FC}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查平行线分线段成比例定理．利用平行线分线段成比例定理判断即可．

【详解】解：A、$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$，不能判断$DE \parallel BC$，本选项不符合题意；

B、$\frac{CE}{EA}=\frac{CF}{FB}$，可以判断$EF \parallel AB$，不能判断$DE \parallel BC$，本选项不符合题意；

C、$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$，即$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，能判断$DE\parallel BC$，本选项符合题意；

D、$\frac{BD}{DA}=\frac{BF}{FC}$，可以判断$DF\parallel AC$，不能判断$DE\parallel BC$，本选项不符合题意；

故选：C.

3. 二次函数$y=ax^2-2\left(a\neq 0\right)$图象的顶点坐标是（　　）

A. $(2,0)$　　B. $(-2,0)$　　C. $(0,2)$　　D. $(0,-2)$

【答案】D

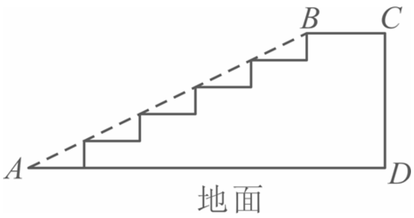
【解析】

【分析】本题主要考查二次函数的性质，在$y=a(x-h)^2+k$中，顶点坐标为(h,k)．据二次函数的性质可得抛物线开口方向、对称轴方程和顶点坐标，从而得出答案.

【详解】解：二次函数$y=ax^2-2\left(a\neq 0\right)$的图象的顶点坐标是$(0,-2)$，

故选：D.

4. 如图是一个学校司令台的示意图，司令台离地面的高CD为2米，平台BC的长为1米，用7米长的地毯从点A到点C正好铺满整个台阶（含各级台阶的高），那么斜坡AB的坡比是（　　）



A. $i=1:1.5$　　B. $i=1:2$　　C. $i=1:3$　　D. $i=1:3.5$

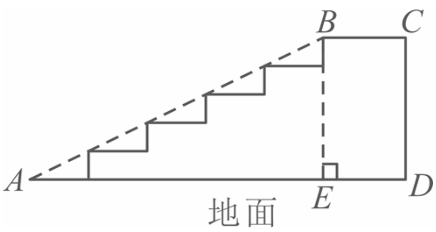
【答案】B

【解析】

【分析】本题考查的是解直角三角形的应用-坡度坡角问题，熟记坡度是坡面的铅直高度h和水平宽度l的比是解题的关键.

过点B作$BE\perp AD$于E，根据矩形的性质求出BE，根据题意求出AE，再根据坡比的概念计算即可.

【详解】解：如图，过点B作$BE\perp AD$于E，则四边形$BEDC$为矩形，



$\therefore BE = CD = 2$ 米，

由题意得： $AE = 7 - 2 - 1 = 4$（米），

∴斜坡AB的坡比是： $BE : AE = 2 : 4 = 1 : 2,$

故选： B．

5. 形状与大小都确定的一个锐角三角形 ABC，点 D 是边 BC 上一点，下列条件不能唯一确定 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 面积的比值的是（　　）

A. 点 D 是边 BC 的黄金分割点　　B. 点 D 是边 BC 的中点

C. AD 是边 BC 上的高　　D. AD 是 $\angle BAC$ 的平分线

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了黄金分割，三角形的面积，准确熟练地进行计算是解题的关键．根据黄金分割，三角形的中线，三角形的面积，角平分线的性质，逐一判断即可解答．

【详解】解：A、点 D 是边 BC 的黄金分割点，而 BC 的黄金分割点有两个，所以 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 面积的比值不唯一，故 A 符合题意；

B、∵点 D 是边 BC 的中点，

∴ $BD = CD$，

∴ $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 面积的比值为 1，

故 B 不符合题意；

C、∵ AD 是边 BC 上的高，

∴ $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 面积的比值为 $BD:CD$，

故 C 不符合题意；

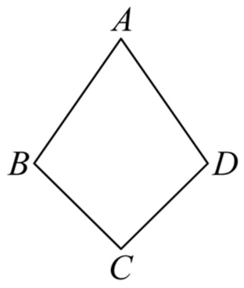
D、∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 面积的比值为 $AB:AC$，

故 D 不符合题意；

故选：A．

6. 定义：如果一个四边形的两条对角线将它分成的四个小三角形都是相似三角形，那么称这样的四边形为“全相似四边形”．如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$， $CB = CD$，下列条件能使四边形 $ABCD$ 成为“全相似四边形”的是（　　）



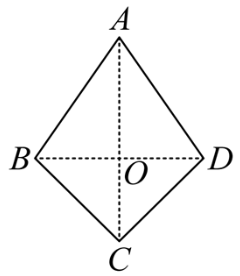
A. $\angle A=90^{\circ}$　　B. $\angle B=90^{\circ}$　　C. $\angle C=90^{\circ}$　　D. $\angle D=60^{\circ}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查相似图形，全等三角形的判定和性质．如图，连接 AC，BD 交于点 O．证明 $\triangle ABC\cong\triangle ADC(\mathrm{SSS})$，推出 $\angle ABC=\angle ADC$，再证明当 $\angle ABC=90^{\circ}$ 时符合题意即可．

【详解】解：如图，连接 AC，BD 交于点 O．



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases}AB=AD\\BC=DC\\AC=AC\end{cases},$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle ADC(\mathrm{SSS})$，

$\therefore\angle ABC=\angle ADC$，

当 $\angle ABC=90^{\circ}$ 时，$\angle ADC=90^{\circ}$，

$\because AB=AD,\ BD=DC$，

$\therefore AC\perp BD$，

$\therefore\angle ABO+\angle BAO=90^{\circ}$，$\angle ACB+\angle BAO=90^{\circ}$，

$\therefore\angle ABO=\angle ACB$，

$\because\angle AOB=\angle BOC=90^{\circ}$，

$\therefore\triangle AOB\backsim\triangle BOC$，同法可证 $\triangle AOD\backsim\triangle DOC$，

故选项 B 符合题意．

当 $\angle A=90^{\circ}$ 或 $\angle C=90^{\circ}$ 或 $\angle D=60^{\circ}$ 时都不符合题意．

故选：B．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果 $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$，那么 $\frac{2a}{a-b}$ 的值为_____．

【答案】6

【解析】

【分析】本题考查了比例的性质．利用比例的性质，进行计算即可解答．

【详解】解：$\because \frac{a}{b}=\frac{3}{2}$，

$\therefore$ 设 $a=3k$，$b=2k$，

$\therefore \frac{2a}{a-b}=\frac{2\times 3k}{3k-2k}=6$，

故答案为：6．

8. 已知 $f\left(x\right)=2x^{2}-1$，那么 $f\left(-\sqrt{3}\right)=$_____．

【答案】5

【解析】

【分析】本题考查求函数值．将 $x=-\sqrt{3}$ 代入 $f\left(x\right)$ 计算即可．

【详解】解：$\because f\left(x\right)=2x^{2}-1$，

$\therefore f\left(-\sqrt{3}\right)=2\times\left(-\sqrt{3}\right)^{2}-1=5$．

故答案为：5．

9. 已知两个相似三角形对应高之比为 $4:9$，那么这两个三角形的周长之比为_____．

【答案】$4:9$

【解析】

【分析】本题主要考查的是相似三角形的性质，根据相似三角形周长的比、相似三角形对应边上的高的比等于相似比解答即可．

【详解】解：∵两个相似三角形对应边上的高的比为 $4:9$，

∴这两个三角形的相似比为 $4:9$，

∴这两个相似三角形的周长比为 $4:9$；

故答案为：$4:9$．

10. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 在对称轴的左侧部分是下降的，那么 a _____0.（填“>”或“<”）

【答案】>

【解析】

【分析】本题考查了二次函数图象与系数的关系．由抛物线在对称轴左侧的部分是下降的可得出抛物线开口向上，进而即可得出 $a>0$，此题得解．

【详解】解：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 在对称轴左侧的部分是下降的，

∴抛物线开口向上，

∴ $a>0$.

故答案为：>．

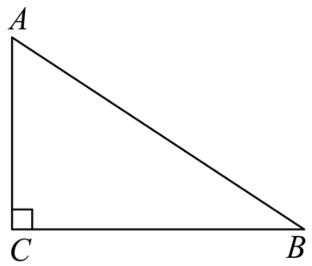
11. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$\cos A=\dfrac{2}{5}$，那么直角边 AC 长为_____．

【答案】4

【解析】

【分析】本题考查解直角三角形．先根据余弦定义求得 AC 即可．

【详解】解：如图，



∵在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$\cos A=\dfrac{2}{5}=\dfrac{AC}{AB}$，

∴ $AC=\dfrac{2}{5}AB=\dfrac{2}{5}\times10=4$，

故答案为：4．

12. 圆柱的体积 V 的计算公式是 $V=\pi r^2h$，其中 r 是圆柱底面的半径，h 是圆柱的高，当 r 是常量时，V 是 h 的_____函数．

【答案】正比例

【解析】

【分析】本题考查函数的概念，常量与变量．由正比例函数的定义，即可得到答案．

【详解】解：$V=\pi r^2h$，其中 r 是圆柱底面的半径，h 是圆柱的高，当 r 是常量时，V 是 h

的正比例函数．

故答案为：正比例．

13. 已知点 $A(2,-1)$ 和 $B(m,-1)$ 是抛物线 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2+k$ 上的两点，那么 m 的值是_____．

【答案】-4

【解析】

【分析】本题考查二次函数的对称性，根据二次函数的解析式得到对称轴为直线 $x=-1$，A，B 两点关于对称轴对称，即可得出 A，B 两点之间的距离．

【详解】解：$\because y=\frac{1}{2}(x+1)^2+k$，

$\therefore$ 对称轴为直线 $x=-1$，

$\because A(2,-1)$ 和 $B(m,-1)$ 关于对称轴对称，

$\therefore \frac{2+m}{2}=-1$，

$\therefore m=-4$

故答案为：-4．

14. 用含特殊锐角的三角比的式子表示：$\sqrt{2}=$_____．

【答案】$2\sin 45°$

【解析】

【分析】本题考查了特殊角的三角函数值，根据 $45°$ 的正弦值等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 求解即可．

【详解】解：$\because \sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \sqrt{2}=2\sin 45°$，

故答案为：$2\sin 45°$．

15. 某印刷厂 10 月份印书 20 万册，如果第四季度从 11 月份起，每月的印书量的增长率都为 x，如果设 12 月份比 10 月份多印了 y 万册，那么 y 关于 x 的函数解析式是_____．（不写定义域）

【答案】$y=20x^2+40x$

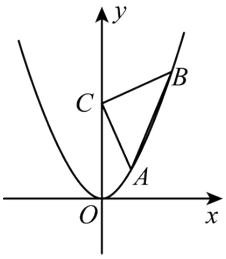
【解析】

【分析】本题主要考查了平均增长率的问题．根据 10 月份的印数表示出 12 月份的印数即可表示出答案．

【详解】解：根据题意得：$y=20(1+x)^2-20=20x^2+40x$．

故答案为：$y=20x^2+40x$.

16. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle ACB=90°$，点 A、B 在抛物线 $y=x^2$ 上，点 C 在 y 轴上，A、B 两点的横坐标分别为 1 和 $b(b>1)$，b 的值为_____.



【答案】2

【解析】

【分析】本题考查了二次函数与特殊三角形，全等三角形的判定与性质等知识，先求出 A、B 的坐标为 $A(1,1)$，$B(b,b^2)$，则 $AD=1$，$OD=1$，$BE=b$，$OE=b^2$，过 A 作 $AD\perp y$ 于 D，过 B 作 $BE\perp y$ 轴于 E，利用 AAS 证明 $\triangle ACD\cong\triangle CBE$，得出 $AD=CE=1$，$CD=BE=b$，则可得出 $b^2=1+b+1$，然后解方程即可.

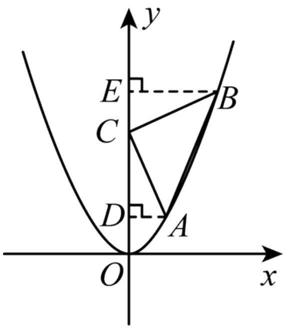
【详解】解：过 A 作 $AD\perp y$ 于 D，过 B 作 $BE\perp y$ 轴于 E，

$\because$ 点 A、B 在抛物线 $y=x^2$ 上，A、B 两点的横坐标分别为 1 和 $b(b>1)$，

$\therefore$ 点 A、B 的纵坐标为 1、b^2，

$\therefore A(1,1)$，$B(b,b^2)$，

$\therefore AD=1$，$OD=1$，$BE=b$，$OE=b^2$，



$\therefore \angle ADC=\angle BEC=90°$，

$\therefore \angle ACD+\angle CAD=90°$，

在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，

$\therefore \angle ACD+\angle BCE=90°$，

$\therefore \angle CAD = \angle BCE$，

又 $\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$， $AC = BC$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE(\text{AAS})$，

$\therefore AD = CE = 1$， $CD = BE = b$，

又 $OE = CE + CD + OD$，

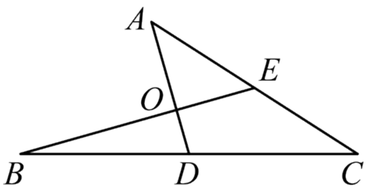
$\therefore b^2 = 1 + b + 1$，

解得 $b_1 = 2$， $b_2 = -1$（不符合题意，舍去）

$\therefore b$ 的值为 2，

故答案为：2．

17. 如图，点 D、E 分别是线段 BC 和 AC 的中点， AD、BE 交于点 O，且 $AD \perp BE$， $BC = 22$， $AC = 16$，那么 OD 长是_____．

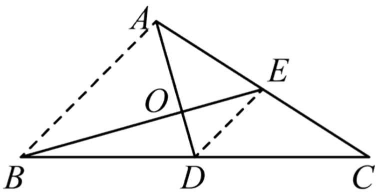


【答案】3

【解析】

【分析】连接 AB、DE，由三角形中位线定理推出 $DE \parallel AB$， $DE = \frac{1}{2}AB$，判定 $\triangle DOE \backsim \triangle AOB$，推出 $\frac{OD}{OA} = \frac{OE}{OB} = \frac{DE}{AB} = \frac{1}{2}$，设 $OD = x$， $OE = y$，由勾股定理得到 $x^2 + (2y)^2 = 11^2$， $y^2 + (2x)^2 = 8^2$，求出 $x = 3$，得到 $OD = 3$．

【详解】解：连接 AB、DE，



$\because D$、E 分别是线段 BC 和 AC 的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE \parallel AB$， $DE = \frac{1}{2}AB$，

$\therefore \triangle DOE \backsim \triangle AOB$，

$\therefore \dfrac{OD}{OA}=\dfrac{OE}{OB}=\dfrac{DE}{AB}=\dfrac{1}{2}$，

设 $OD=x$，$OE=y$，则 $AO=2x$，$OB=2y$，

$\because AD\perp BE$，

$\therefore OD^2+OB^2=BD^2$，$OE^2+AO^2=AE^2$，

$\because BD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\times 22=11$，$AE=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\times 16=8$，

$\therefore x^2+(2y)^2=11^2$，$y^2+(2x)^2=8^2$，

$\therefore x=3$（舍去负值），

$\therefore OD=3$.

故答案为：3.

【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质，勾股定理，三角形中位线定理，二元二次方程组，关键是由勾股定理得到关于 x、y 的方程组.

18. 在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AD是边BC上的高，将线段AD绕着点D逆时针旋转，点A旋转到点E，ED与边AB交于点F，且$\dfrac{FE}{DF}=\dfrac{3}{2}$，如果$\triangle AFE$与$\triangle DFB$相似，那么$\dfrac{DE}{AB}$的值为_____.

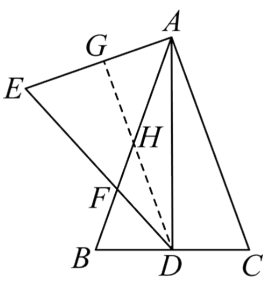
【答案】$\dfrac{\sqrt{14}}{4}$

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，相似三角形的性质，掌握相似三角形的性质是解题的关键.

根据题意，只能$\triangle AFE\backsim\triangle DBF$，设$AD=DE=a$，$AB=AC=b$，根据相似求出$\dfrac{a}{b}$即可得出结论.

【详解】解：由题意得：只能$\triangle AFE\backsim\triangle DBF$，过点$D$作 $DG\perp AE$于点G，交AB于点H，



设 $AD=DE=a, AB=AC=b$，则 $EF=\dfrac{3}{5}a, DF=\dfrac{2}{5}a$，

$\because \angle CAE=\angle DGE=90^\circ$，

$\therefore DG\parallel AC$，

$\because \angle BAD = \angle CAD = \angle ADG$，

$\therefore AH = DH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}b$，

$\because \angle ADG = \angle EDG$，

$\therefore \frac{AD}{DF} = \frac{AH}{FH} = \frac{5}{2}$，

$\therefore FH = \frac{1}{5}b, BF = AB - AH - FH = \frac{3}{10}b$，

$\because \triangle AFE \backsim \triangle DBF$，

$\therefore EF \cdot DF = AF \cdot BF$，

$\therefore \frac{3}{5}a \cdot \frac{2}{5}a = \frac{7}{10}b \cdot \frac{3}{10}b$，

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{7}{8}$，

$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{14}}{4}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{14}}{4}$．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算：$\frac{4}{1+\sqrt{3}} - \left(\cos 30°\right)^{-1} + \left|-\tan 45°\right| + \pi^0$．

【答案】$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】先根据分母有理化、特殊角的三角函数值、负整数指数幂、绝对值、零指数幂的运算法则计算，再合并即可．

【详解】解：$\frac{4}{1+\sqrt{3}} - \left(\cos 30°\right)^{-1} + \left|-\tan 45°\right| + \pi^0$

$= \frac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-1} + \left|-1\right| + 1$

$= \frac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} + 1 + 1$

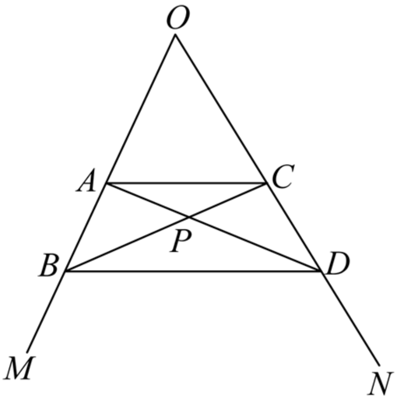
$=2\left(\sqrt{3}-1\right)-\frac{2\sqrt{3}}{3}+2$

$=2\sqrt{3}-2-\frac{2\sqrt{3}}{3}+2$

$=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】本题考查了分母有理化、特殊角的三角函数值、负整数指数幂、绝对值、零指数幂，熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

20. 已知：如图，点 A、B 在射线 OM 上，点 C、D 在射线 ON 上，AD、BC 交于点 P，$\frac{OB}{OA}=\frac{OD}{OC}=\frac{5}{3}$．设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{b}$．



（1）$\overrightarrow{AC}=$______，$\overrightarrow{BD}=$______（结果用含向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的式子表示）

（2）由（1）可知 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是______向量．

（3）如果 $\left|\overrightarrow{AP}\right|=6$，那么 $\left|\overrightarrow{DA}\right|=$______．

【答案】（1）$\vec{b}-\vec{a}$；$\frac{5}{3}\vec{b}-\frac{5}{3}\vec{a}$

（2）平行　　（3）16

【解析】

【分析】本题考查了相似三角形的性质与判定，平面向量，掌握平面向量是解题的关键．

（1）$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OB}=\frac{5}{3}\vec{b}-\frac{5}{3}\vec{a}$；

（2）根据 $\overrightarrow{AC}=\vec{b}-\vec{a}$，$\overrightarrow{BD}=\frac{5}{3}\vec{b}-\frac{5}{3}\vec{a}$，得出 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是平行向量；

（3）根据 $\frac{OB}{OA}=\frac{OD}{OC}=\frac{5}{3}$，得出 $AC \parallel BD$，从而得到 $\triangle APC \backsim \triangle DPB$，根据 $\frac{\left|\overrightarrow{AP}\right|}{\left|\overrightarrow{PD}\right|}=\frac{AC}{BD}=\frac{3}{5}$，求出